

ÉCOLE D'INGÉNIEURS DE FRIBOURG (E.I.F.)
SECTION DE MÉCANIQUE
G.R. Nicolet, revu en 2006

CONCEPTION ET CALCUL DES ÉLÉMENTS DE MACHINES

VOLUME 3
Version 1, juin 2006

Géométrie des engrenages et roues dentées
Engrenages à axes parallèles
Engrenages à axes concourants
Contrôles des engrenages parallèles et concourants
Engrenages gauches
Embrayages, coupleurs et freins
Transmissions par liens flexibles
Éléments à friction
Mécanismes à articulations

Copyright © Gaston Nicolet CH-1700 Fribourg Tout droit réservé

ORGANES DE TRANSMISSION INDIRECTE

Les organes pour transmission indirecte se caractérisent par une modification de la fréquence de rotation entre la partie menante et la partie menée. Le *rapport de transmission*, symbole i , est égal au rapport de la vitesse angulaire de la partie menante ω_1 à celle de la partie entraînée ω_2 . C'est également le rapport des fréquences de rotation de la partie menante n_1 et de la partie menée n_2 :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Afin de maintenir les relations de calcul aux expressions les plus simples, la fréquence de rotation s'exprime en tours par seconde. La vitesse angulaire ω se définit alors par le produit de la fréquence de rotation n par 2π , soit :

$$\omega = 2\pi n.$$

CHAPITRE 18

GÉOMÉTRIE DES ENGRENAGES ET ROUES DENTÉES

Les engrenages sont classés dans la catégorie des éléments de transmission indirecte car le but principal de ces mécanismes est de modifier la fréquence de rotation entre les arbres menant et mené. Dans les mécanismes à roues dentées, le rapport de transmission varie avec les nombres de dents des roues formant l'engrenage. Il est invariable en moyenne si l'on néglige les erreurs géométriques toujours présentes dans un engrenage réel. La classification générale des roues dentées et des engrenages peut s'effectuer selon le catalogue global de la figure 18.1. Les roues dentées sont des corps de révolution équipés de denture transmettant le mouvement par emboîtement des dents. Un engrenage simple est un mécanisme élémentaire constitué d'au moins deux roues dentées.

Les *principaux avantages* des mécanismes à roues dentées et des engrenages sont :

1. la possibilité de transmettre entre deux arbres des mouvements de rotation et des couples, donc des puissances des plus faibles aux plus élevées.
2. d'assurer un rapport de transmission constant entre les deux arbres indépendamment de la charge appliquée. Exception : les mécanismes à roues elliptiques dont le but est justement d'obtenir un rapport de transmission variable.
3. de pouvoir disposer les axes des roues d'une manière quelconque dans l'espace. Toutefois, la transmission par engrenages à axes parallèles est la meilleure des solutions possibles.
4. d'obtenir une grande sécurité en service et une durée de vie élevée même en présence d'efforts très variables.
5. un entretien relativement restreint, un encombrement modeste et un prix de revient acceptable surtout par l'utilisation de réducteurs de catalogue.

Il ne faut pas perdre de vue *certaines inconvénients* à prendre en considération dans les transmissions par roues dentées. Parmi ceux-ci, citons :

1. un niveau sonore parfois gênant.
2. une transmission presque rigide entre l'arbre d'entrée et l'arbre de sortie, l'amortissement des à-coups restant peu efficace lors de variations brusques de couple ou de vitesse.

3. un prix de revient relativement élevé pour toute transmission en exécution particulière ou à très hautes performances techniques.
4. Une interchangeabilité entre roues ou engrenages le plus souvent limitée.

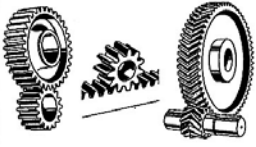
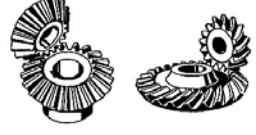
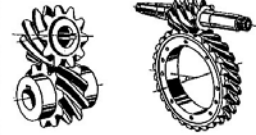
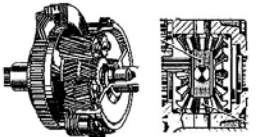
CLASSE		PARTIE PRINCIPALE			DOMAINE D'UTILISATION						APPENDICE
Forme des corps	Type	No	Forme des roues	EXEMPLES DE DISPOSITION	Puissance Fréquence	Rendement mécanique	Niveau sonore	Précision de montage	Usure	Coût d'exécution	Remarques et divers
Cylindre	Engrenage parallèle	1	Cylindrique		< 20 000 kW < 1 000 t/s	$i = 0,05$ à 20 $\eta = 96$ à 99%	moyen à grand	moyenne	faible	moyen	Recommandé - grande vitesse - grand couple
Cône	Engrenage concurrent	2	Conique		< 400 kW 0,1 à 50 t/s	$i = 0,2$ à 6 $\eta = 92$ à 96%	moyen à grand	sensible aux erreurs d'axe	faible	grand	Forme des flancs droits curviligne
Hyperboloïde	Engrenage gauche	3	Cylindrique Conique		< 400 kW 0,1 à 50 t/s	$i = 0,2$ à 100 $\eta = 30$ à 98%	faible à moyen	moyenne à grande	faible à moyenne	moyen	Roue hypoloïde Vis cylindrique Vis globique
Cylindre Cône	Train planétaire	4	Cylindrique Conique		< 2 000 kW 0,1 à 50 t/s	$i = 0,1$ à 30 $\eta = 30$ à 98%	moyen à grand	exigeante	faible	moyen à grand	Difficultés : Répartition de la charge

Figure 18.1 Classification générale des roues dentées et engrenages

La recommandation ISO/R 1122 - 1969 : Dénominations pour engrenages, définitions générales, de l'Organisation internationale de normalisation sert de base aux définitions citées dans les trois normes nationales suisse (VSM) et allemandes (DIN) suivantes :

- VSM 15 522 : Denture en développante : Définitions géométriques, Roues cylindriques et coniques, datant de mars 1973. Cette norme contient les termes techniques en allemand, anglais, français et italien.
- DIN 868 : Allgemeine Begriffe und Bestimmungsgrößen für Zahnräder, Zahnradpaare und Zahnradgetriebe, utilisant partiellement les figures de la norme suisse. (Définitions générales pour engrenages. General definitions on gears and gear pairs).
- DIN 3998 . Teil 1 : Benennungen an Zahnrädern und Zahnradpaaren : Allgemeine Begriffe, complète ces concepts en allemand, anglais et français. (Dénominations pour engrenages : définitions générales. Denominations on gears and gear pairs : general definitions).

Ces normes ont pour but de créer un langage unifié entre fabricants et utilisateurs de roues dentées. Ces définitions devant rester générale, elles paraîtront quelque peu abstraites au début de ce chapitre. Les symboles de toutes les grandeurs géométriques et mécaniques sont normés par ISO. Ils se composent d'un symbole principal suivi le plus souvent d'un ou de plusieurs indices. Ils doivent être écrits en caractères italiques accompagnés de tous les indices nécessaires.

18.1 DÉFINITIONS GÉOMÉTRIQUES SELON VSM 15 522

18.1.1 ROUES ET ENGRENAGES

Roue d'engrenage, figure 18.2.1 : C'est un organe denté destiné à en mouvoir un autre, ou à être mû par lui, par l'action des dents venant successivement en contact.

Engrenage, figure 18.2.2 : C'est un mécanisme élémentaire constitué de deux roues d'engrenage, mobiles autour d'axes de position relative invariable, dont l'une entraîne l'autre par l'action des dents venant successivement en contact. L'engrènement d'une roue avec une crémaillère transforme le mouvement de rotation de la roue en un mouvement de translation de la crémaillère et inversement.

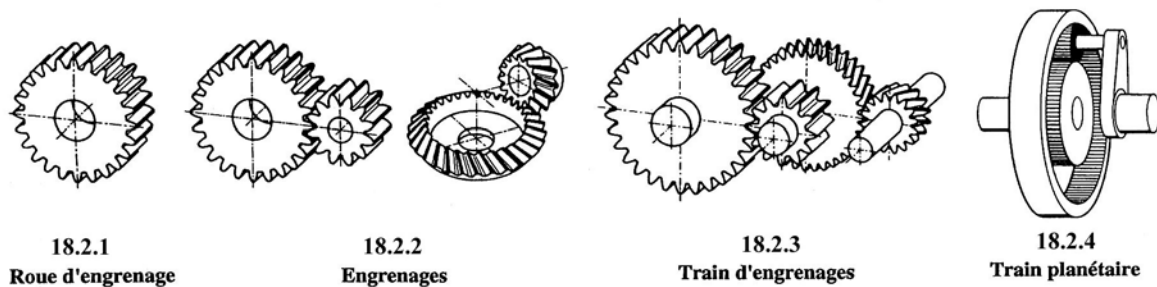


Figure 18.2 Roues d'engrenage, engrenage, train d'engrenages, train planétaire

Train d'engrenages, figure 18.2.3 : C'est une combinaison d'au moins deux engrenages.

Train planétaire ou épicycloïdal, figure 18.2.4 :

Train planétaire simple : c'est un train d'engrenages comportant trois éléments, à savoir : deux roues extrêmes à axe fixe, un châssis pouvant tourner autour de l'axe commun à ces deux roues et portant l'axe ou les axes d'une ou de plusieurs roues intermédiaires.

Train planétaire composé : c'est un train planétaire constitué par plusieurs trains planétaires simples couplés entre eux.

18.1.2 POSITION DES AXES

Suivant la disposition des axes des roues d'engrenage, nous pouvons distinguer les engrenages à axes parallèle, à axes concourants et à axes gauches.

Engrenage parallèle, figure 18.3.1 : C'est un engrenage dont les axes sont parallèles. Dans un engrenage parallèle, les cylindres primitifs de fonctionnement roulent sans glisser l'un sur l'autre. Le fonctionnement des engrenages parallèles peut se comparer à celui d'une transmission par friction entre deux cylindres lisses en contact sur leurs génératrices communes.

Engrenage concourant, figure 18.3.2 : C'est un engrenage dont les axes sont concourants. Dans un engrenage concourant, les cônes primitifs de fonctionnement roulent sans glisser l'un sur l'autre. Les axes des roues et les génératrices des cônes sont concourants en un même point.

Engrenages gauches, figure 18.3.3 : Ce sont des engrenage dont les axes sont gauches dans l'espace, c'est-à-dire ne sont pas dans le même plan. Les surfaces primitives, théoriquement des hyperboloïdes, roulent et glissent l'une sur l'autre.

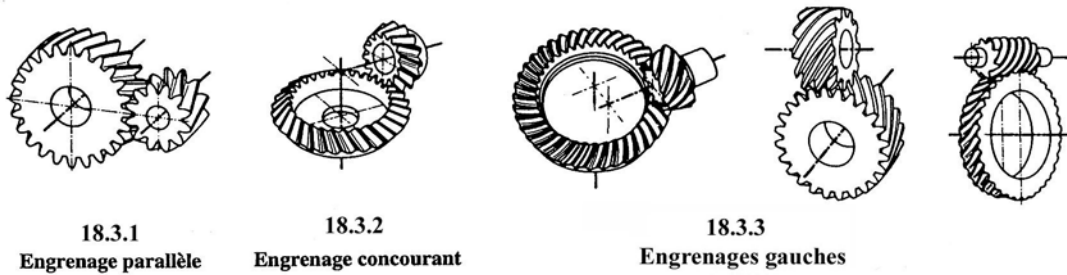


Figure 18.3 Position des axes dans les engrenages

Les représentants classiques de ce genre d'engrenage sont :

- l'engrenage hypoïde à roues coniques,
- l'engrenage à roues cylindriques,
- l'engrenage à vis composé d'une vis et d'une roue à vis conjuguée.

Entraxe, figure 18.6 : C'est la plus courte distance entre les axes d'un engrenage parallèle ou gauche. L'entraxe est désigné par a ou celui de fonctionnement par a' .

Angle des axes, figure 18.7 : C'est le plus petit angle dont on doit faire tourner l'un des axes pour l'amener en superposition (engrenage concourant) ou en parallèle (engrenage gauche) avec l'autre de telle sorte que les sens de rotation des roues soient opposés. L'angle des axes est désigné par la lettre grecque Σ .

18.1.3 ROUES CONJUGUÉES

Roue conjuguée, figure 18.4.1 : C'est l'une des deux roues d'un engrenage, considérée par rapport à l'autre.

Pignon, figure 18.4.2 : C'est celle des deux roues d'un engrenage qui possède le plus petit nombre de dents.

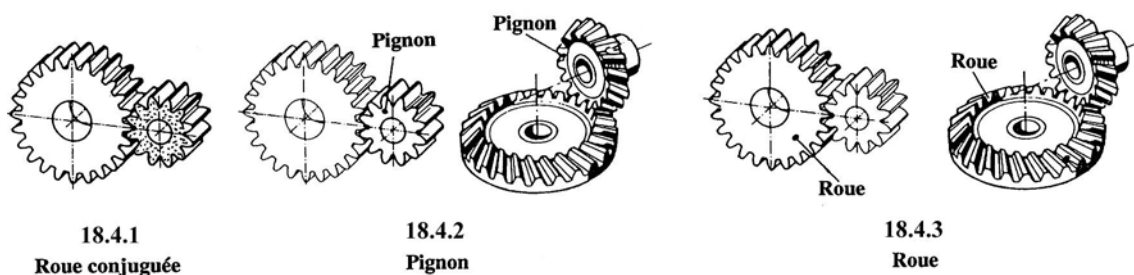


Figure 18.4 Roues conjuguées, pignon et roue

Roue, figure 18.4.3 : C'est celle des deux roues d'un engrenage qui possède le plus grand nombre de dents. Par abréviation de "Roue conjuguée du pignon", lorsque le terme est employé de toute évidence par opposition à "Pignon".

Roue menante, figure 18.5.1 : C'est la roue de l'engrenage qui entraîne l'autre.

Roue menée, figure 18.5.2 : C'est la roue d'un engrenage qui est entraînée par l'autre.

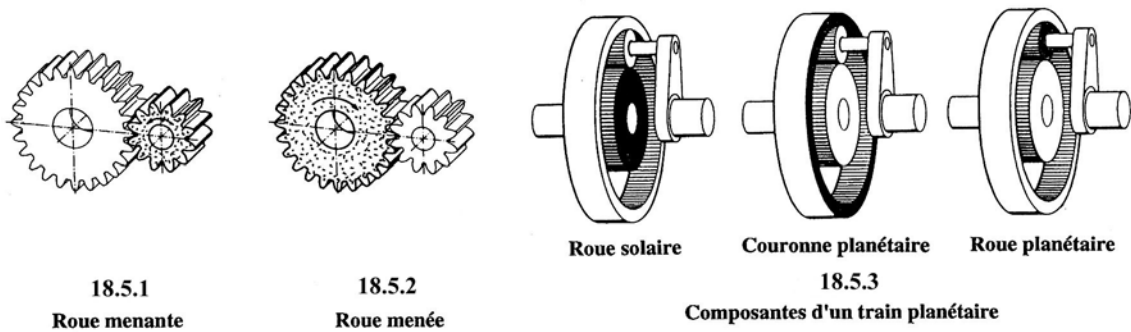


Figure 18.5 Roues menante et menée, composantes d'un train planétaire.

Un train planétaire se compose de, figure 18.5.3 :

Roue solaire : c'est la roue interne à denture extérieure.

Couronne de train planétaire : c'est la roue extrême à denture intérieure.

Roue planétaire : c'est la ou l'une des roues intermédiaires.

18.2 DÉFINITIONS COMPLÉMENTAIRES

L'étude fondamentale de la géométrie et des lois particulières des engrenages s'effectue sur l'engrenage parallèle à roues cylindriques équipée d'une denture droite. Les résultats obtenus pour ce genre de denture sont adaptés aux autres types d'engrenages.

18.2.1 ENGRENAGES CYLINDRIQUES PARALLÈLES

Suivant la disposition des roues et la fonction des axes, l'engrenage parallèle peut se subdiviser en quatre groupes :

1. *Engrenage cylindrique extérieur* constitué par deux roues dentées extérieures : un pignon et une roue, figure 18.6.1.
2. *Engrenage cylindrique intérieur* constitué par deux roues, l'une extérieure, l'autre intérieure : un pignon et une couronne, figure 18.6.2.
3. *Engrenage à crémaillère* composé d'une roue cylindrique extérieure et d'une crémaillère. La crémaillère peut être considérée comme une roue cylindrique extérieure de diamètre infiniment grand, figure 18.6.3.
4. *Train planétaire simple* se composant de quatre éléments : une roue solaire, une couronne de train planétaire, une ou plusieurs roues planétaire et d'un châssis, figure 18.6.4

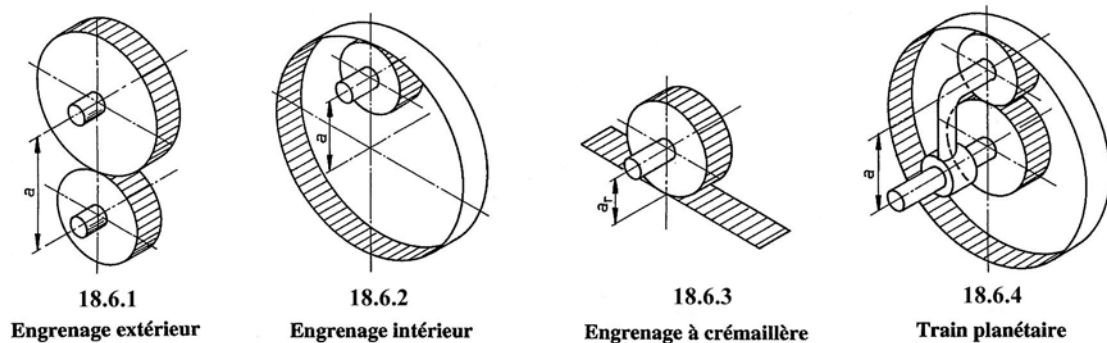


Figure 18.6 Engrenages parallèles à roues cylindriques

La forme des roues, celle des dentures et les conditions d'engrènement entre ces composants cylindriques servent à définir la géométrie fondamentale des engrenages, la cinématique, la géométrie et les lois particulières pour les autres types d'engrenages. Particularités constructives : les engrenages à axes parallèles peuvent se composer de roues elliptiques ou de roues légèrement coniques; ces mécanismes ne seront pas traités dans ce texte.

18.2.2 ENGRENAGES À AXES CONCOURANTS

Dans les engrenages à axes concourants, les surfaces primitives sont des troncs de cône qui roulent l'une sur l'autre sans glisser. Les dispositions usuelles des roues sont :

1. *engrenage conique extérieur* constitué de deux roues dentées coniques extérieures : un pignon et une roue, figure 18.7.1.
2. *engrenage conique intérieur* composé de deux roues coniques, l'une extérieure, l'autre intérieure : un pignon et une couronne, figure 18.7.2.
3. *engrenage conique à roue plate* constitué de deux roues dentées coniques : un pignon et une roue plate, figure 18.7.3. Cette roue plate est une roue dont l'angle primitif de référence est 90° . Elle peut être considérée comme le pendant de la crémaillère dans les engrenages coniques.
4. *train planétaire conique* constitué par trois roues dentées coniques au moins et un châssis, l'une des roues ayant un axe mobile par rapport aux deux autres, figure 18.7.4.

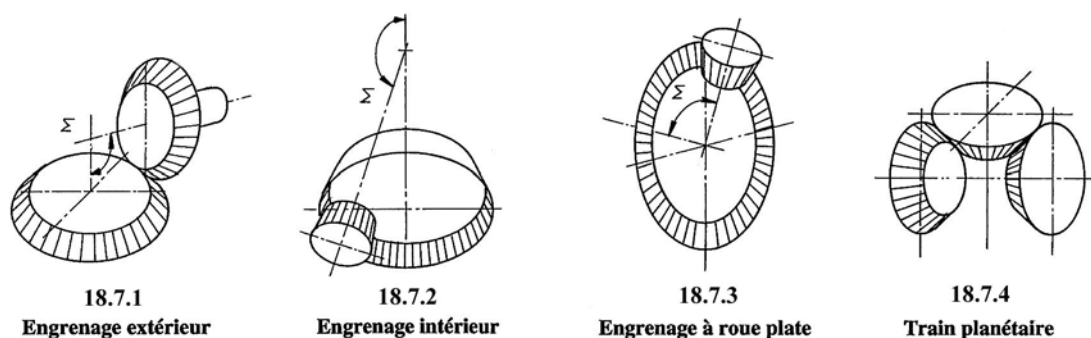


Figure 18.7 Engrenages coniques à axes concourants

L'étude de la géométrie de ces engrenages et des conditions d'engrènement s'effectue dans un plan perpendiculaire aux génératrices communes des roues.

18.2.3 DIRECTION DES FLANCS DE LA DENTURE

18.2.3.1 ROUES CYLINDRIQUES

Suivant l'orientation des lignes de flanc des dentures sur les roues cylindriques, nous pouvons distinguer :

1. roues cylindriques à denture droite, dites *roues droites*. Sur les cylindres primitifs de référence, les lignes de flanc sont des génératrices, figure 18.8.1.
2. roues cylindriques à denture hélicoïdale, dites *roues hélicoïdales*. Sur les cylindres primitifs de référence, les lignes de flanc sont des hélices, figure 18.8.2.
3. roues cylindriques à denture en chevron, dites *roues en chevron*. Sur les cylindres primitifs de référence, une portion de la largeur de denture est à denture hélicoïdale à droite, l'autre à gauche, avec ou sans solution de continuité, figure 18.8.3.

4. roues cylindriques à denture spirale, dites *roues spirales*. Sur les cylindres primitifs de référence, les lignes de flanc sont des lignes courbes autres que des hélices, figure 18.8.4.

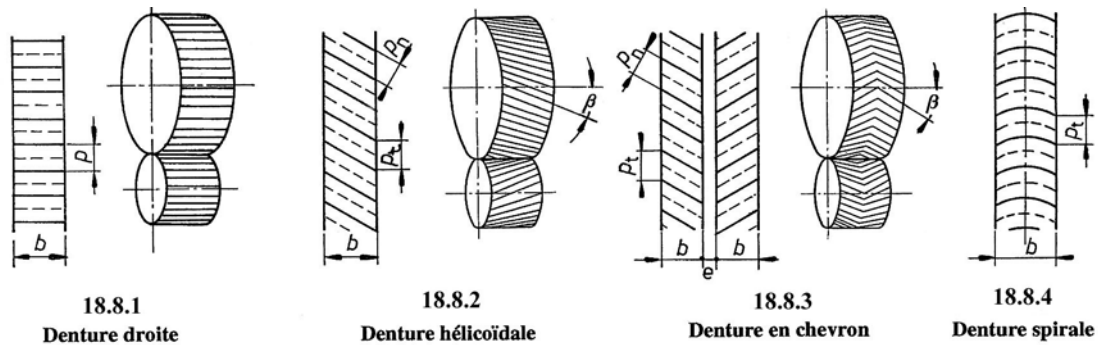


Figure 18.8 Roues cylindriques : orientation des lignes de flanc de la denture

18.2.3.2 ROUES CONIQUES

Dans les engrenages coniques, la définition de l'orientation des lignes de flanc est facilitée par l'observation de la roue plate. Cette orientation se définit également sur la surface primitive de référence des roues coniques. Nous pouvons distinguer :

1. roues coniques à denture droite, dites *roues droites coniques*. Sur le cône primitif de référence, les lignes de flanc sont des génératrices et sur la roue plate des rayons, figure 18.9.1
2. roues coniques à denture inclinée, dites aussi *roues hélicoïdales coniques*. Sur le plan de référence de la roue plate, les lignes de flanc sont des segments rectilignes différents des rayons, figure 18.9.2.
3. roues coniques à denture spirale, dites *roues spirales coniques*. Sur le plan de référence de la roue plate, les lignes de flanc sont des courbes comme des arcs de cercle, de cycloïde, de développante, de spirale, etc., figure 18.9.3. Un cas particulier est donné par un flanc de dent à direction radiale au milieu de la largeur b de la roue, figure 18.9.4.

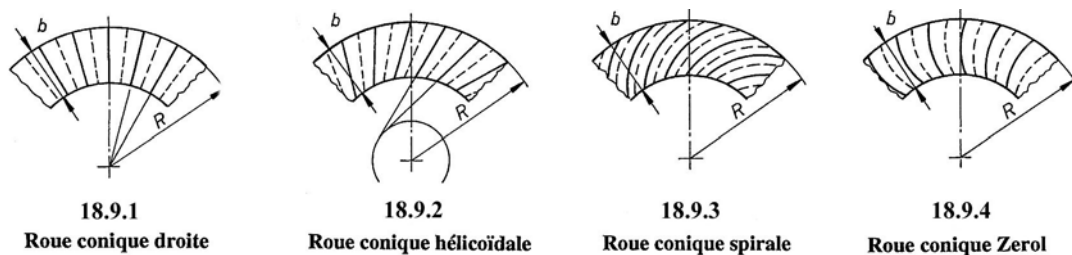


Figure 18.9 Roues coniques : orientation des lignes de flanc sur la roue plate

18.3 GÉOMETRIE DES ROUES CYLINDRIQUES DROITES

Les roues dentées et les engrenages sont des mécanismes de très haute précision géométrique et les calculs de dimensions doivent s'effectuer avec beaucoup de soin en conservant un nombre suffisant de chiffres significatifs dans les opérations, soit pratiquement au moins 7 à 8 chiffres. Les définitions générales de la géométrie et les conditions fondamentales de transmission du mouvement entre les roues sont présentées dans les engrenages parallèle à dentures droites.

18.3.1 RAPPORT DE TRANSMISSION

Si nous faisons abstraction pour l'instant de la présence de la denture sur les deux roues, le pignon 1 et la roue 2 sont en contact instantané sur leur génératrice commune. Dans la représentation plane de l'engrenage, les cylindres des roues se réduisent en cercles et la génératrice en un point générateur C situé sur la ligne des centres O_1O_2 des deux roues, figure 18.10. Si d_1 et d_2 désignent les diamètres des cylindres primitifs de chacune des roues et si les deux cylindres roulent l'un sur l'autre sans glisser, tous les points situés sur les cylindres primitifs sont animés de la même vitesse circonférentielle.

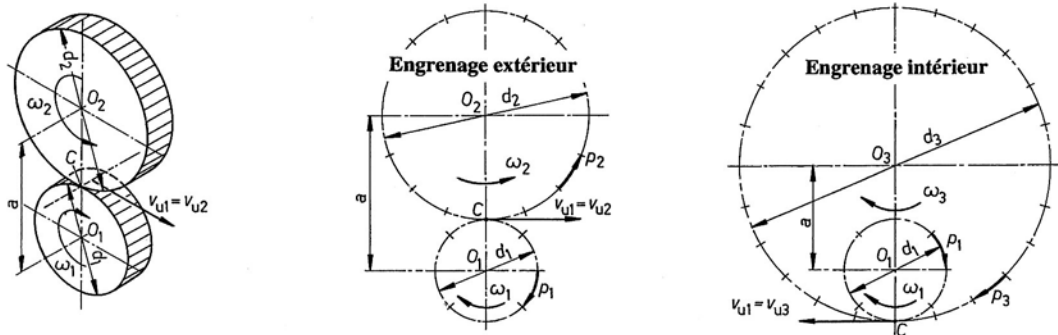


Figure 18.10 Vitesses circonférentielles, diamètres des cylindres et pas primitifs

Sur la génératrice commune et en l'absence de glissement, les vitesses circonférentielles sont superposées : $v_{u1} = v_{u2}$ avec pour chacune des roues :

- pignon : $v_{u1} = \omega_1 d_1/2,$

- roue : $v_{u2} = \omega_2 d_2/2.$

Comme les deux vitesses sont égales, ces deux relations permettent d'écrire :

$$\omega_1 d_1 = \omega_2 d_2.$$

En supposant le pignon 1 moteur, le rapport de transmission de l'engrenage cylindrique droit vaut :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \text{constant.} \quad (18.1)$$

Les diamètres primitifs des deux roues sont inversement proportionnels aux vitesses angulaires ω_1 et ω_2 ou aux fréquences de rotation n_1 et n_2 des arbres.

18.3.2 RAPPORT D'ENGRENAGE

La transmission par roues dentées est fonctionnellement semblable à celle d'un mécanisme à cames, chaque flanc porteur des dents formant une surface gauche en contact avec le flanc porteur de l'autre roue. Le nombre de dents z d'une roue est le nombre de dents pour un tour complet de la roue. Ce nombre doit être évidemment un nombre entier dans une roue complète mais peut être fractionnaire sur un secteur denté. Dans un engrenage composé de deux roues, toutes les grandeurs du pignon seront indicées par 1, celles de la roue par 2 et celles de la couronne par 3. Le pas primitif p des roues cylindriques droites est la longueur de l'arc, mesuré sur le cercle primitif, entre deux points correspondants de deux flancs successifs de dent, droits ou gauche. Pour une roue à denture extérieure, le flanc droit d'une dent située au-dessus de l'axe est à droite, le flanc gauche à gauche de la dent. Pour une roue à denture

intérieure, le flanc droit d'une dent située au-dessus de l'axe est à droite du creux et le flanc gauche à gauche de celui-ci, figure 18.11. Dans tous les types de denture et d'engrenage, les flancs droits d'une denture sont en contact avec les flancs droits de l'autre denture et réciproquement pour les flancs gauches, cela en admettant une direction d'observation unique pour l'engrenage.

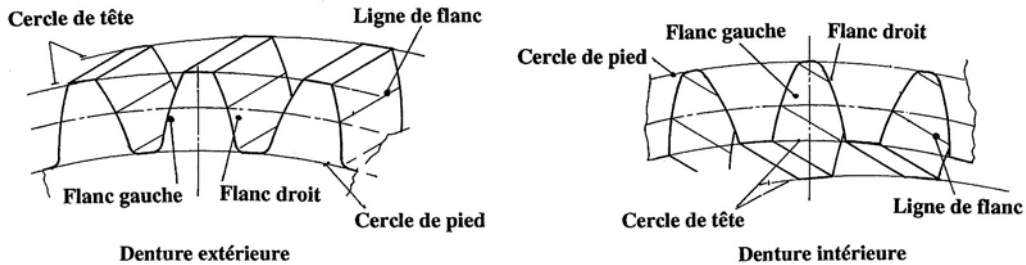


Figure 18.11 Flancs gauche et droit des roues droites à denture extérieure ou intérieure

Le *rapport d'engrenage* u est le quotient du nombre de dents de la roue par celui du pignon, soit le rapport :

$$u = \frac{\text{grand nombre de dents}}{\text{petit nombre de dents}} = \frac{z_{\max}}{z_{\min}} \geq 1. \quad (18.2)$$

Ce rapport, indépendant du sens de transmission du mouvement, est toujours égal ou supérieur à 1. Un *engrenage* (ou train) *réducteur* est un mécanisme à roues dentées dont la vitesse angulaire de la dernière roue menée est inférieure à celle de la première roue menante. Un *engrenage* (ou train) *multiplicateur* est un mécanisme à roues dentées dont la vitesse angulaire de la dernière roue menée est supérieure à celle de la première roue menante. Dans l'engrenage réducteur simple, le rapport d'engrenage est égal au rapport de transmission : $u = i = z_2/z_1$. Dans l'engrenage multiplicateur simple, le rapport d'engrenage est égal à l'inverse du rapport de transmission : $u = 1/i = z_1/z_2$.

Les *flancs avants* des dents sont les flancs qui transmettent le mouvement et les efforts à la roue conjuguée, les autres flancs étant nommés *flancs arrières*, ceci en admettant que le mouvement des roues n'est pas réversible.

18.3.3 MODULE MÉTRIQUE

Si z_1 et z_2 représentent les nombres entiers de dents du pignon et de la roue, la longueur des circonférences primitives peut se trouver de deux manières différentes :

1. à partir des diamètres primitifs d_1 et d_2 ,
2. à partir du nombre de dents et du pas primitif p_1 et p_2 :

$$C_1 = \pi d_1 = z_1 p_1 \quad \text{et} \quad C_2 = \pi d_2 = z_2 p_2.$$

Si les deux cercles primitifs roulent l'un sur l'autre sans glisser, les pas primitifs p_1 et p_2 doivent être identiques : $p_1 = p_2 = p$. Exprimons la valeur des diamètres primitifs par :

$$d_1 = z_1 \frac{p}{\pi}, \quad \text{et} \quad d_2 = z_2 \frac{p}{\pi}.$$

Dans le système métrique de mesure, le rapport p/π est appelé *module métrique*. Le module métrique, exprimé en mm, est le rapport :

$$m = \frac{\text{pas primitif } p}{\pi}. \quad (18.3.1)$$

Le module m , très commode pour le calcul des dimensions géométriques des roues dentées, est à la base de la normalisation des engrenages en Europe continentale. Les diamètres primitifs des roues cylindriques droites sont trouvés par des relations simples :

$$d_1 = z_1 m \quad \text{et} \quad d_2 = z_2 m. \quad (18.3.2)$$

Les diamètres primitifs des roues droites s'expriment par des dimensions multiples du module métrique.

Tableau 18.1
Module métrique m , pas primitif p et pas de base p_b
 Selon norme suisse VSM 15 521
 (Pas de base p_b valable pour la denture en développante de cercle à 20°)

Modules de 0,5 à 2,00			Modules de 2,25 à 7,00			Modules de 8,00 à 32,0		
m	p	p_b	m	p	p_b	m	p	p_b
0.50	1.570796	1.476066	2.25	7.068583	6.642296	8.00	25.13274	23.61705
0.55	1.727876	1.623672	2.50	7.853982	7.380329	9.00	28.27433	26.56918
0.60	1.884956	1.771279	2.75	8.639380	8.118361	10.00	31.41593	29.52131
0.70	2.199115	2.066492	3.00	9.424778	8.856394	11.00	34.55752	32.47345
0.80	2.513274	2.361705	3.25	10.210176	9.594427	12.00	37.69911	35.42558
0.90	2.827433	2.656918	3.50	10.995574	10.332460	14.00	43.98229	41.32984
1.00	3.141593	2.952131	3.75	11.780972	11.070493	16.00	50.26548	47.23410
1.125	3.534292	3.321148	4.00	12.566371	11.808526	18.00	56.54867	53.13837
1.25	3.926991	3.690164	4.50	14.137167	13.284591	20.00	62.83185	59.04263
1.375	4.319690	4.059181	5.00	15.707963	14.760657	22.00	69.11504	64.94689
1.50	4.712389	4.428197	5.50	17.278760	16.236723	25.00	78.53982	73.80329
1.75	5.497787	5.166230	6.00	18.849556	17.712789	28.00	87.96459	82.65968
2.00	6.283185	5.904263	7.00	21.991149	20.664920	32.00	100.53096	94.46821

Utiliser de préférence les modules imprimés en caractères gras

Dans les dentures à profil en développante de cercle, le pas de base p_b est la distance normale entre deux flancs gauches ou droits successifs. Les dimensions proposées pour p_b sont applicables aux dentures droites taillées avec un angle de génération $\alpha_p = 20^\circ$.

18.3.4 DIAMETRAL PITCH

Dans les pays anglo-saxons où les mesures en pouces sont en usage, les roues dentées sont définies par le Diametral pitch ou "module diamétral". A partir de la relation générale de la longueur de la circonférence : $C = \pi d = z p$, nous pouvons définir le Diametral pitch par :

$$DP = \frac{z}{d \text{ en pouces}} = \frac{\pi}{p}. \quad (18.4.1)$$

Le Diametral pitch est le quotient du nombre de dents de la roue par le diamètre primitif exprimé en pouces. C'est aussi le nombre de dents par pouce de diamètre primitif. Comme le diamètre primitif millimétrique vaut $d [\text{mm}] = 25,4 \text{ mm} \cdot d [\text{en pouces}]$, le module métrique correspondant au Diametral pitch se calcule par l'expression :

$$m = \frac{25,4 \text{ mm}}{DP}. \quad (18.4.2)$$

Malheureusement, les pas primitifs et les modules correspondants des dentures métriques et des dentures définies en pouces ne correspondent jamais dans les deux séries normalisées.

18.3.5 ENTRAXE DE RÉFÉRENCE

L'entraxe a est la plus courte distance entre les axes parallèles de deux roues cylindriques. Pour la denture droite, il se calcule par les expressions :

$$1. \text{ Engrenage cylindrique extérieur : } a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{z_1 + z_2}{2} m. \quad (18.5.1)$$

$$2. \text{ Engrenage cylindrique intérieur : } a = \frac{d_3 - d_1}{2} = \frac{z_3 - z_1}{2} m. \quad (18.5.2)$$

$$3. \text{ Engrenage à crémaillère : } a_r = \frac{d_1}{2} = \frac{z_1}{2} m. \quad (18.5.3)$$

18.4 FORME ET DIMENSIONS DES DENTURES DROITES

Les définitions géométriques principales de la denture droite peuvent se donner à partir du module métrique m , du nombre de dents z et du pas primitif p .

18.4.1 DIMENSIONS DIAMÉTRALES ET HAUTEURS

La denture d'une roue cylindrique est limitée par deux cylindres : le cylindre de tête placé à l'extrémité de la denture, le cylindre de pied tangent au pied de la dent. Dans la représentation plane de la denture droite, nous pouvons définir :

1. Le *cercle de tête* : c'est la ligne circulaire qui limite les flancs de tête de la dent; symbole du diamètre de tête d_a .
2. Le *cercle de pied* : c'est la ligne circulaire qui limite les flancs de pied en direction du corps de roue ou de couronne; symbole du diamètre de pied d_f .
3. La *saillie* : c'est la distance radiale entre le cercle primitif et le cercle de tête ou entre la ligne primitive et la ligne de tête d'une crémaillère; symbole de la saillie h_a .
4. Le *creux* : c'est la distance radiale entre le cercle de pied et le cercle primitif ou entre la ligne de pied et la ligne primitive d'une crémaillère; symbole du creux h_f .
5. La *hauteur de dent* : c'est la distance radiale entre le cercle de pied et le cercle de tête ou entre la ligne de pied et la ligne de tête d'une crémaillère; symbole de la hauteur de dent h . Elle est égale à :

$$h = \text{saillie } h_a + \text{creux } h_f.$$

6. La *hauteur utile* : c'est la plus courte distance, sur la ligne des centres, entre les lignes de tête de deux roues conjuguées; symbole de la hauteur utile h' .
7. Le *vide à fond de dent* : c'est la plus courte distance, sur la ligne des centres, entre les lignes de pied d'une roue et la ligne de tête de la roue conjuguée; symbole c . Le vide à fond de dent dépend de l'outillage utilisé pour la fabrication des dentures, des écarts sur les diamètres de tête et de pied, de l'entraxe de fonctionnement. Il varie habituellement entre $m/6$ et $0,4 m$ suivant l'outil et les écarts. Le vide de dent normalisé pour la denture usuelle en développante vaut $c = 0,25 m$ ou $c = 0,4 m$.

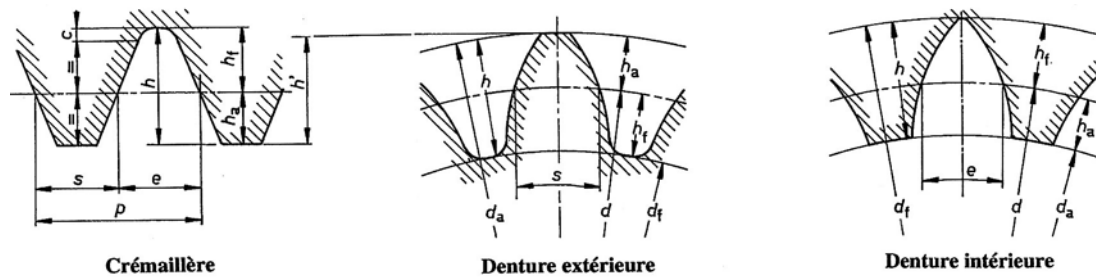


Figure 18.12 Dimensions fondamentales des roues droites

8. Le *profil de la dent* se compose de deux flancs, portion de surface de la dent comprise entre le cylindre de pied et le cylindre de tête. L'arrondi à fond de dent raccorde les flancs à la surface du cylindre de pied. Il doit être aussi grand que possible afin de conserver une résistance suffisante en limitant le coefficient de forme du raccord. Le raccordement entre le cylindre de pied et le flanc de la dent peut commencer à l'endroit où s'arrête l'engrènement avec le flanc conjugué.

18.4.2 DIMENSIONS FONDAMENTALES DES ROUES

Dans les dentures droites des roues cylindriques, les diverses grandeurs géométrique définies précédemment deviennent :

$$h_{aP} = m \qquad h_f = m + c \qquad h = 2m + c. \qquad (18.6.1)$$

Avec un vide à fond de dent $c = 0,25 m$, ces diverses hauteurs valent :

$$h_a = m \qquad h_f = 1,25 m \qquad h = 2,25 m \qquad (18.6.2)$$

Il est possible de fabriquer des dentures spéciales, au moyen d'un outillage approprié, différentes des dimensions proposées. Pour des applications particulières, les modifications de saillie sont :

- denture basse avec une saillie $h_{aP} = 0,75 m$ utilisée dans les accouplements à dents,
- denture haute avec une saillie $h_{aP} = 1,25 m$ introduite dans les réducteurs de navires.

Ces dentures spéciales permettent d'obtenir des conditions particulières d'engrènement.

L'*épaisseur de la dent* s est la distance, sur la ligne primitive d'une crémaillère entre deux lignes de flanc, droit ou gauche. Sur les surfaces cylindriques primitives d'une roue, l'épaisseur de dent s est la longueur de l'arc comprise entre ces deux lignes de flanc. L'*intervalle* e est la longueur d'arc du cercle primitif entre deux profils de part et d'autre d'un entredent. Dans la denture cylindrique droite sans jeu ni déport, l'épaisseur de dent s est égale à l'intervalle e , soit à la moitié du pas primitif :

$$s = e = p/2 = 0,5 \pi m. \qquad (18.6.3)$$

18.4.3 JEU ENTRE LES DENTURES

Le profil de la denture est très important puisque c'est la partie de la roue dentée qui transmet le mouvement et les efforts dans l'engrènement des dents. Actuellement, sauf de rares exceptions, toutes les dentures en construction de machines sont en développante de cercle. Les anciennes roues dentées possédaient des profils cycloïdaux, hypocycloïdal et épicycloïdal, profils qui nécessitaient un outillage de taillage très important et qui excluaient, dans la plupart des cas, l'interchangeabilité des roues. Plusieurs propositions de modifications

18. Géométrie des engrenages et roues dentées

de profils ont été faites pour remédier au contact de deux surfaces convexes comme par exemple les dentures Novikov et leurs diverses variantes, figure 18.13. Ces dentures utilisent des profils en arc de cercle dans la section apparente, convexe sur l'une des roues, concave sur l'autre roue. Elles se caractérisent par une résistance statique élevée combinée à un glissement axial du point ou de la ligne de contact entre les flancs.

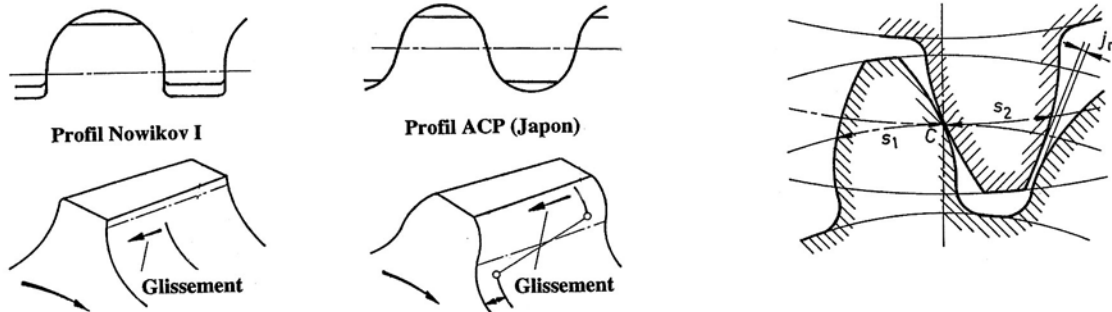


Figure 18.13 Denture Novikov et ACP, Jeu normal entre dents

Dans un engrenage, le *jeu entre dents* j_n est la plus courte distance entre les flancs arrière de deux roues quand les flancs avant sont en contact. Ce jeu est absolument nécessaire au bon fonctionnement de l'engrenage. Le jeu entre dents est obtenu par diminution de l'épaisseur de dent par rapport à la denture théorique sans jeu. Cette diminution d'épaisseur fait l'objet d'un système de tolérances pour les roues dentées selon ISO.

Tableau 18.2
Grandeurs géométriques principales des roues cylindriques droites
 (Vide à fond de dent $c = 0,25 m$, denture sans jeu ni déport)

Grandeurs Théoriques	Pignon 1	Roue 2	Couronne 3
Nombre de dents	z_1	z_2	z_3
Module	m	m	m
Pas primitif	$p = \pi m$	$p = \pi m$	$p = \pi m$
Saillie	$h_{a1} = m$	$h_{a2} = m$	$h_{a3} = m$
Vide à fond de dent	$c_1 = 0,25 m$	$c_2 = 0,25 m$	$c_3 = 0,25 m$
Creux	$h_{f1} = 1,25 m$	$h_{f2} = 1,25 m$	$h_{f3} = 1,25 m$
Epaisseur de dent	$s_1 = 0,5 p$	$s_2 = 0,5 p$	$s_3 = 0,5 p$
Intervalle	$e_1 = 0,5 p$	$e_2 = 0,5 p$	$e_3 = 0,5 p$
Diamètres :			
- primitif	$d_1 = z_1 m$	$d_2 = z_2 m$	$d_3 = z_3 m$
- de tête	$d_{a1} = (z_1 + 2) m$	$d_{a2} = (z_2 + 2) m$	$d_{a3} = (z_3 - 2) m$
- de pied	$d_{f1} = (z_1 - 2,5) m$	$d_{f2} = (z_2 - 2,5) m$	$d_{f3} = (z_3 + 2,5) m$
Hauteur de dent	$h_1 = 2,25 m$	$h_2 = 2,25 m$	$h_3 = 2,25 m$

18.5 CONDITIONS GÉOMÉTRIQUES D'ENGRÈNEMENT

L'étude des conditions générales d'engrènement et l'énoncé des lois cinématiques et géométriques se limitera essentiellement aux dentures à profils en développante de cercle. Comme la transmission du mouvement et des efforts entre deux roues dentées fait intervenir des contacts successifs de toutes les dents, deux lois évidentes doivent être satisfaites par ce mode de transmission :

Condition 1 : Le rapport de transmission i entre les deux roues doit rester constant indépendamment de la position du point de contact sur les flancs porteurs.

Conditions 2 : À chaque instant de l'entraînement, le mouvement doit se transmettre au moins par une paire de dents.

18.5.1 PREMIÈRE LOI DES ENGRENAGES

La constance du rapport de transmission impose que le rapport des vitesses angulaires des deux roues reste égal au rapport d'engrenage dans un engrenage réducteur ou égal à son inverse dans un engrenage multiplicateur :

$$i = \omega_1/\omega_2 = n_1/n_2 = \text{constant.}$$

La transmission par roues dentées correspond à celle d'un mécanisme à cames formé par les flancs de la denture. Considérons deux leviers articulés sur les points fixes O_1 et O_2 , constituant deux cames, en contact en un point A quelconque, figure 18.14. Les profils adoptés pour les surfaces curvilignes 1 et 2 doivent rester constamment en contact, c'est-à-dire ni se séparer, ni s'interférer, si la transmission du levier 1 au levier 2 s'effectue correctement. Par rapport au plan de référence fixe, le point de contact A se déplace suivant la normale commune aux deux profils à la vitesse v . Cette vitesse est désignée par v_1 pour le profil 1, par v_2 pour le profil 2. Ces deux vitesses doivent être superposées, donc identiques :

$$v_1 = v_2.$$

La rotation élémentaire du levier moteur 1 de l'angle $d\varphi_1$ provoque un déplacement élémentaire dl_1 du profil 1 selon la normale N_1N_2 :

$$dl_1 = O_1N_1 \cdot d\varphi_1.$$

Le profil 2 est lui-même déplacé suivant la même normale de la quantité dl_2 imposant une rotation élémentaire $d\varphi_2$, avec :

$$dl_2 = O_2N_2 \cdot d\varphi_2.$$

La continuité de l'engrènement entre les deux profils impose :

$$dl_1 = dl_2 = dl,$$

ou encore :

$$O_1N_1 \cdot d\varphi_1 = O_2N_2 \cdot d\varphi_2.$$

Introduisons la définition du rapport de transmission dans les relations géométriques en admettant que le déplacement élémentaire dl s'effectue pendant l'intervalle de temps élémentaire dt :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d\varphi_1/dt}{d\varphi_2/dt} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1}. \quad (18.7.1)$$

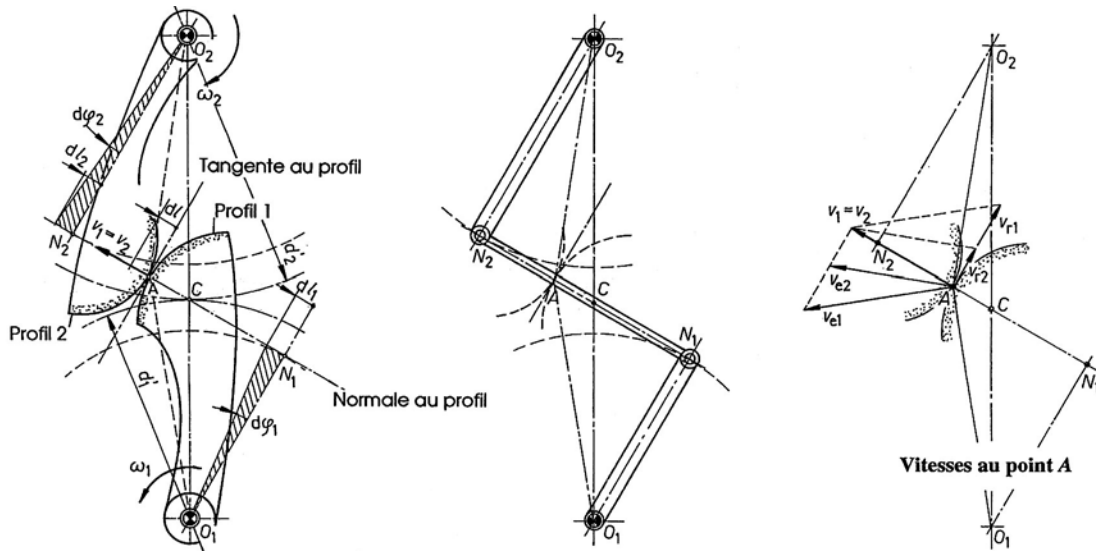


Figure 18.14 Première loi des engrenages : simulation par une transmission à cames
Système articulé de substitution Valeur des vitesses composantes et totale

Le rapport des vitesses angulaires est égal à l'inverse du rapport des distances des centres O_1 et O_2 à la normale commune aux deux profils N_1N_2 . Les triangles O_1N_1C et O_2N_2C sont semblables. Il s'ensuit :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1} = \frac{O_2C}{O_1C} = \frac{d_2'}{d_1'} \quad (18.7.2)$$

Or les distances O_1C et O_2C représentent les demi diamètres primitifs d_1' et d_2' dits diamètres primitifs de fonctionnement.

Première loi des engrenages

La normale commune à tout point de contact de deux profils quelconques doit toujours passer par le même point commun C aux deux primitifs de fonctionnement.

Si l'un des profils de dent est donné, le profil de dent de l'autre roue est entièrement défini par cette loi. Le second profil se nomme le *profil conjugué* du premier. On pourrait penser qu'il existe un très grand nombre de courbes qui vérifient cette première loi. Pratiquement, seules les courbes cycloïdales et en particulier la développante de cercle sont adoptées dans les profils de roues dentées. Dans la position des deux profils en contact au point A , figure 18.14, la transmission du mouvement peut se simuler par un mécanisme à chaînons articulés constitué de deux leviers O_1N_1 et O_2N_2 , centrés sur les points fixes O_1 et O_2 , et par une bielle intermédiaire N_1N_2 articulée à ses deux extrémités. Le point A , situé sur la bielle, effectue un déplacement instantané identique à celui du point A de contact du mécanisme à came.

18.5.2 VITESSE DE GLISSEMENT DES PROFILS

Le point de contact A décrit une trajectoire absolue par rapport au plan de référence contenant les centres O_1 et O_2 , la courbe décrite dépendant du choix de la forme des profils. Ce même point se déplace également le long des deux profils. Appliquons les lois de la cinématique des mouvements relatifs pour déterminer les diverses vitesses composantes et totale de ce point.

1. *Vitesses absolues* :

La vitesse absolue du point A , appartenant aux deux profils, est dirigée suivant la direction N_1N_2 . Si les profils restent en contact, alors :

$$v_1 = v_2.$$

2. *Vitesses d'entraînement* :

Les vitesses d'entraînement sont imposées par la rotation des profils autour des centres fixes O_1 et O_2 . Elles sont perpendiculaires aux rayons O_1A et O_2A , soit :

$$v_{e1} = \omega_1 \cdot O_1A, \quad v_{e2} = \omega_2 \cdot O_2A.$$

3. *Vitesses relatives* :

Les vitesses relatives sont les vitesses du point A le long des profils. Ces vitesses sont tangentes aux trajectoires relatives constituées précisément par ces profils. Ce sont les vitesses v_{r1} et v_{r2} de la figure 18.14 à droite.

Dans tout mouvement relatif, la vitesse absolue d'un point est égale à la somme vectorielle de sa vitesse d'entraînement et de sa vitesse relative. La similitude entre les triangles O_1N_1A et les vitesses v_1, v_{r1}, v_{e1} d'une part, entre les triangles O_2N_2A et les vitesses v_2, v_{r2}, v_{e2} d'autre part, permet de compléter le calcul des intensités des vitesses relatives et absolues par les relations sur les deux profils :

	Profil 1	Profil 2
- vitesses relatives :	$v_{r1} = \omega_1 \cdot N_1A$	$v_{r2} = \omega_2 \cdot N_2A$
- vitesses absolues :	$v_1 = \omega_1 \cdot O_1N_1$	$v_2 = \omega_2 \cdot O_2N_2$

Les vitesses relatives du point A proviennent de la rotation des profils autour des points instantanés N_1 et N_2 . Ces deux vitesses sont différentes, sauf si le point A se trouve confondu avec le point central C . Il en résulte un roulement des profils l'un sur l'autre accompagné de glissement. La vitesse de glissement des profils est la différence des vitesses relatives ayant même direction :

- pour le profil 1 : $v_{gl1} = v_{r1} - v_{r2}$.
- pour le profil 2 : $v_{gl2} = v_{r2} - v_{r1}$.

Calculons la valeur de la vitesse de glissement des profils. Introduisons les expressions des vitesses relatives dans la relation de la vitesse de glissement sur le profil 1 :

$$v_{gl1} = \omega_1 N_1A - \omega_2 N_2A = \omega_1 (N_1C + CA) - \omega_2 (N_2C - CA),$$

avec : $\omega_1 N_1C = \omega_2 N_2C$. Finalement, la vitesse de glissement s'exprime par :

$$v_{gl} = (\omega_1 + \omega_2) CA. \quad (18.8.1)$$

Dans un engrenage extérieur, la vitesse de glissement est proportionnelle à la distance du point de contact au point central C situé sur la ligne des centres et à la somme des vitesses angulaires des deux roues. Dans un engrenage intérieur, la vitesse de glissement est égale au produit de la distance CA par la différence des vitesses angulaires. En se basant sur la convention donnée au chapitre sur les vitesses de glissement, la vitesse de glissement est positive lorsque le point de contact se trouve à l'extérieur du cercle primitif de fonctionnement, elle est négative à l'intérieur du cercle primitif de fonctionnement.

Le rapport entre la vitesse de glissement et la vitesse de roulement est appelé glissement spécifique, représenté par le symbole γ :

$$\gamma = \frac{\text{vitesse de glissement}}{\text{vitesse de roulement}}. \quad (18.8.2)$$

Dans un engrenage extérieur, le glissement spécifique se trouve par les expressions :

- profil 1 :
$$\gamma_1 = \frac{(\omega_1 + \omega_2) \cdot CA}{\omega_1 \cdot N_1 A} \quad (18.8.3)$$

- profil 2 :
$$\gamma_2 = \frac{(\omega_1 + \omega_2) \cdot CA}{\omega_2 \cdot N_2 A} \quad (18.8.4)$$

Les vitesses de roulement des profils par rapport aux points N_1 et N_2 ont même intensité que les vitesses relatives, mais sont de sens opposés.

18.5.3 CONSTRUCTION GRAPHIQUE DES PROFILS CONJUGUÉS

La construction graphique des profils conjugués est basée sur l'application directe de la première loi des engrenages. Dans ses ouvrages, Reuleaux [3.13] a proposé diverses constructions géométriques permettant de trouver le profil conjugué d'un profil donné.

18.5.3.1 MÉTHODE DE REULEAUX

Le profil imposé de la roue 1 est dessiné passant par le point central C , point de contact des deux primitifs des roues de diamètres d_1 et d_2 . À partir d'un point quelconque du profil connu, par exemple P_1 , chercher la direction de la tangente au profil et construire la normale en ce point jusqu'à l'intersection avec le primitif de la roue 1. Soit $1'$ le point d'intersection de cette normale avec la circonférence primitive.

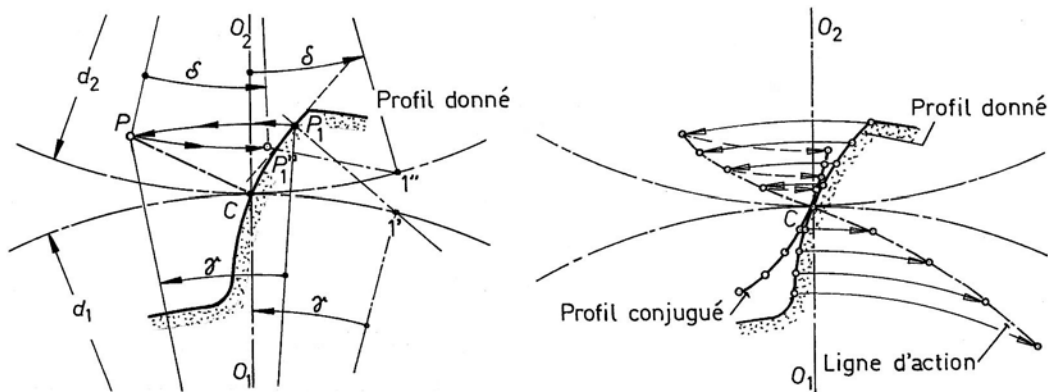


Figure 18.15 Méthode de Reuleaux : Construction point par point d'un profil conjugué

Faire tourner la roue 1 vers la gauche de l'arc $1'-C$ de telle sorte que la normale P_1-1' passe par le point central C . Le point P_1 se déplace sur une circonférence de rayon O_1P_1 et se trouve à la distance $PC = P_1-1'$. Le point P est un point de contact des deux profils puisque la normale commune PC passe par le point central C . La roue inférieure s'est déplacée angulairement de l'angle γ .

Considérer ensuite le point P comme appartenant au profil de la roue 2. Dans le mouvement de retour en position initiale, le point P se déplace sur une circonférence de rayon O_2P . Le point $1''$, intersection de la normale au profil 2 avec la circonférence primitive de la roue 2, se déplace vers la position finale $1'''$. Faire tourner la roue 2 vers la droite de l'angle δ de telle sorte que les deux primitifs roulent l'un sur l'autre et que les arcs $C-1'' = C-1'''$. Le nouveau point P_1'' du profil conjugué se trouve à la distance :

$$P_1''-1''' = PC = P_1-1'$$

Continuer la construction du profil conjugué sur la roue 2 en choisissant d'autres points P_1 sur le profil connu. Le lieu géométrique des points de contact entre les deux profils en engrènement est la *ligne d'action* de la denture. Cette ligne est généralement une courbe. En adoptant des arcs de longueur égale entre les divers points P_1 sur le profil connu, les positions des points conjugués correspondants sur l'autre profil mettent en évidence le glissement des dentures.

18.5.3.2 MÉTHODE DE PONCELET

La méthode de Poncelet est dérivée de la méthode de Reuleaux. Elle consiste à simplifier le tracé en découpant la circonférence primitive des deux roues en un certain nombre d'arcs égaux à partir du point central C . Soient $1'$ et $1''$, $2'$ et $2''$, $3'$ et $3''$, etc. les points homologues qui viendront en contact au point central C pendant la rotation des deux roues. À partir d'un point repéré sur la circonférence primitive du profil donné, par exemple le point $3'$, construire la normale à ce profil et tracer un arc de cercle de même rayon R_3 centré sur le point $3''$ du second primitif. Répéter la construction pour tous les points des deux circonférences primitives. Le profil conjugué est le profil enveloppe des arcs de cercle centrés sur les points de la ligne primitive 2. Cette seconde méthode ne permet pas de trouver la ligne d'action, ni de mettre en évidence le glissement des profils. Elle est par contre beaucoup plus rapide que la méthode précédente.

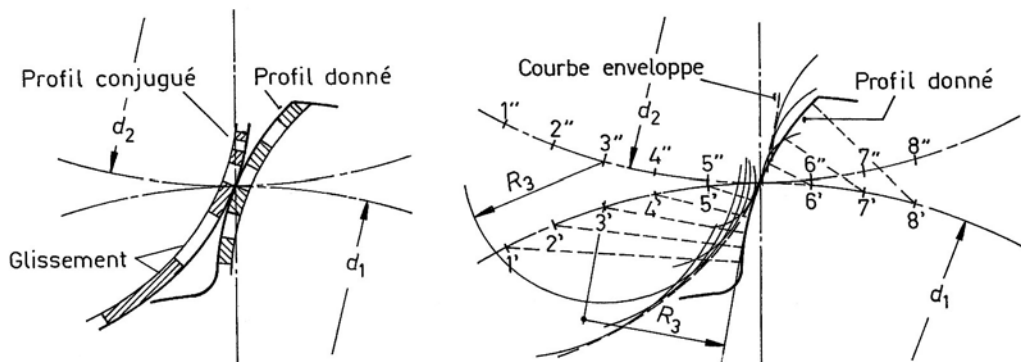


Figure 18.16 Glissement des profils Méthode de Poncelet

18.5.4 SECONDE LOI DES ENGRENAGES

La deux leviers profilés de la figure 18.14 ne permettent pas de conserver continuellement le rapport de transmission i car le contact entre les deux pièces s'arrête lorsque le point A va se situer à l'extrémité d'un des profils. Pour que l'engrènement reste continu dans un engrènement, il faut qu'il existe toujours au moins un profil de dent du pignon en contact avec un profil de dent de la roue.

Supposons la première loi des engrenages satisfaite pendant l'engrènement des deux roues. Le point de contact entre les profils de dent se déplace constamment, mais reste toujours à l'intérieur des cercles de tête des deux roues d'un engrènement. La ligne d'action est limitée par les deux circonférences de tête : c'est la *longueur de conduite* entre la roue menante et la roue menée. Cette ligne se subdivise en deux tronçons :

1. la *conduite d'approche*, contact en tout point de la ligne de conduite situé entre le cercle de tête de la roue menée et le point central C .
2. la *conduite de retraite*, contact en tout point de la ligne de conduite situé entre le point central C et le cercle de tête de la roue menante.

Pour que l'engrènement reste continu entre les deux roues, il faut que les profils suivants viennent en contact avant que les profils en engrènement se quittent au point situé sur le cercle de tête de la roue menante.

Pendant le contact de deux profils conjugués d'un engrenage, la roue menante effectue une rotation d'un angle compris entre le rayon $O_1 \rightarrow$ extrémité de la dent et le rayon O_1E_1 . Désignons par φ cet angle de conduite, par τ l'angle défini par le pas primitif, appelé *pas angulaire*. Cet angle est égal au pas primitif divisé par le rayon primitif : $\tau_1 = p/(1/2 d_1)$ et $\tau_2 = p/(1/2 d_2)$. La seconde loi des engrenages peut s'énoncer comme suit :

Seconde loi des engrenages

Pour que l'engrènement entre deux roues dentées d'un engrenage reste continu, il faut que l'angle de conduite φ soit toujours supérieur au pas angulaire τ .

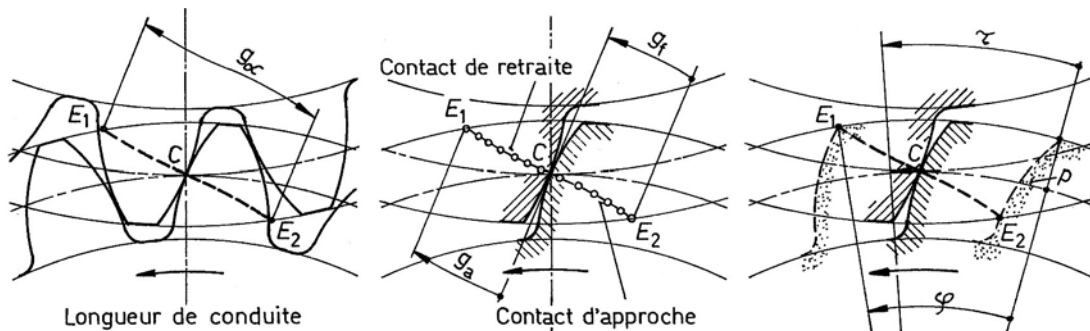


Figure 18.17 Longueur de conduite, contacts d'approche et de retraite, pas angulaire

Le rapport entre l'angle de conduite et le pas angulaire est appelé *rapport de conduite*. Cette grandeur peut se trouver en principe par l'expression générale :

$$\varepsilon = \frac{\text{angle de conduite } \varphi}{\text{pas angulaire } \tau} = \frac{\varphi}{\tau} \quad (18.9)$$

Ce rapport de conduite se calcule très facilement pour les dentures en développante de cercle. Par contre, pour les dentures à profil quelconque, l'angle de conduite n'est pas aisé à rechercher.

18.6 DENTURES À PROFILS CYCLOÏDAUX

Bien que les dentures à profils cycloïdaux ne soient plus guère utilisées dans les engrenages en construction de machines, appliquons les deux lois des engrenages à ce genre de denture.

18.6.1 COURBES CYCLOÏDALES

Les courbes cycloïdales sont obtenues par roulement de cercles ou de droites les uns sur les autres. La définition des diverses courbes obtenues sont citées brièvement ici.

1. Orthocycloïde

L'orthocycloïde, nommée le plus souvent cycloïde, est la courbe décrite par le point d'un cercle qui roule sans glisser sur une droite. Les points à l'extérieur du cercle décrivent des orthocycloïdes allongées, les points à l'intérieur des orthocycloïdes raccourcies. La mise en équation de la courbe, où φ est l'angle de rotation du cercle sur la droite, r le rayon du cercle et p la distance du point générateur par rapport au centre du cercle, se décrit par :

$$x = r \varphi - p \sin \varphi,$$

$$y = r - p \cos \varphi.$$

Pour $p > r$, l'orthocycloïde est allongée, elle est raccourcie pour $p < r$ et pour $p = r$ c'est la courbe fondamentale. La normale à la courbe passe toujours par le point de contact du cercle sur la droite, voir la figure 18.18 ci-dessous.

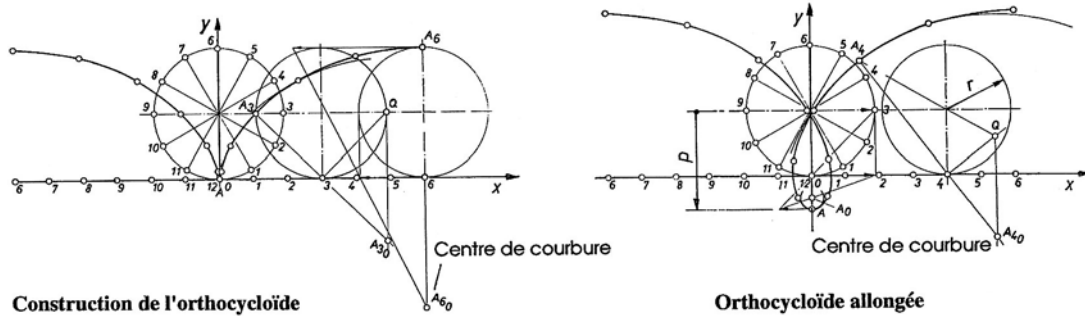


Figure 18.18 Orthocycloïdes (ou cycloïdes) : fondamentale et allongée

2. Epicycloïde

L'épicycloïde est la courbe décrite par le point d'un cercle qui roule sur la circonférence à l'extérieur d'un autre cercle.

3. Hypocycloïde

L'hypocycloïde est la courbe décrite par le point d'un cercle qui roule sur la circonférence à l'intérieur d'un autre cercle.

4. Péricycloïde

La péricycloïde est la courbe décrite par le point d'une couronne qui roule sur la circonférence à l'extérieur d'un autre cercle.

5. Développante de cercle

La développante de cercle est la courbe décrite par un point d'un plan contenant une droite roulant sur la circonférence d'un cercle. Elle peut être considérée comme une épicycloïde ou une péricycloïde de rayon infiniment grand.

18.6.2 ENGRENAGE EXTÉRIEUR À DENTURE CYCLOÏDALE

Le profil cycloïdal de la denture se compose de deux arcs distincts : le premier à l'extérieur du cercle primitif constitué par un arc d'épicycloïde, le second à l'intérieur du primitif par un arc d'hypocycloïde. Ces deux arcs sont générés par le roulement de cercles sur la ligne primitive. Pour que l'engrènement s'effectue correctement entre les deux profils des roues menante et menée, il faut que les cercles générateurs des courbes cycloïdales soient respectivement égaux. Le cercle générateur roulant à l'extérieur du cercle primitif de la roue menante doit posséder le même rayon que celui du cercle générateur roulant à l'intérieur du

cercle primitif de la roue menée. Il en va de même pour le cercle générateur roulant à l'intérieur du cercle primitif de la roue menante.

Le profil de la dent présente un point d'inflexion situé exactement sur le cercle primitif, la tangente commune aux deux arcs de cycloïde étant ici radiale. Pour les autres points du profil, la normale au flanc de la dent passe par le point de contact du cercle générateur avec le cercle primitif. La ligne d'action de l'engrenage cycloïdal se confond avec les arcs des cercles générateurs en contact au point central C .

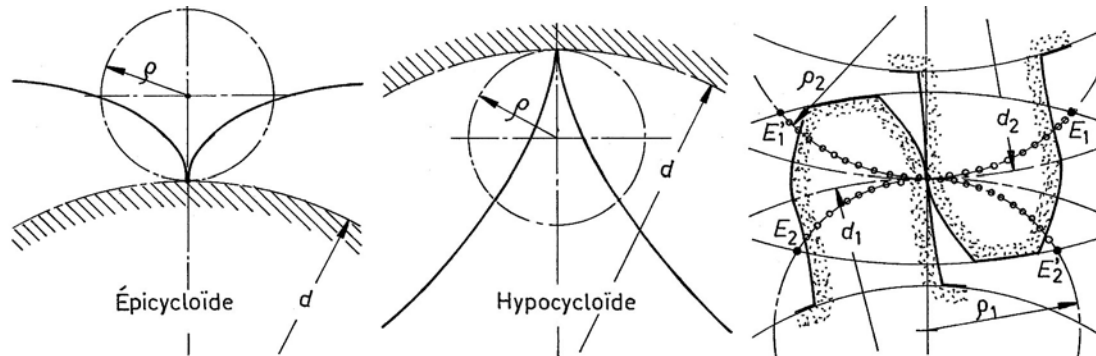


Figure 18.19 Génération de courbes épi- et hypocycloïdales Engrenage à denture cycloïdale

Il est possible de démontrer que théoriquement le rendement mécanique et les conditions de contact entre les profils, un flanc convexe en contact avec un flanc concave, sont supérieurs aux conditions d'engrènement avec des flancs à profil à développante de cercle. Par contre, les profils cycloïdaux exigent un entraxe de fonctionnement correspondant exactement à la valeur théorique, un outillage de taillage important et de grandes difficultés de contrôle géométrique. La mesure de la forme des profils est très difficile et la précision atteinte reste toujours médiocre. Ces diverses raisons font que ces profils ne sont plus utilisés actuellement.

Les dentures d'horlogerie sont des dentures à profils pseudo cycloïdaux. Elles utilisent habituellement des cercles générateurs intérieurs de diamètre égal au rayon primitif de la roue. Le profil du creux de dent est alors rectiligne dans la direction radiale. A l'extérieur du cercle primitif, le profil cycloïdal est remplacé par un arc de cercle, figure 18.20.

18.6.3 ENGRENAGE À ROUES CYLINDRIQUES ET À FUSEAUX

L'engrenage à roues cylindriques à fuseaux se compose d'une roue dentée extérieure engrenant avec une roue cylindrique dont les dents sont des fuseaux cylindriques ayant leur axe parallèle à l'axe de la roue.

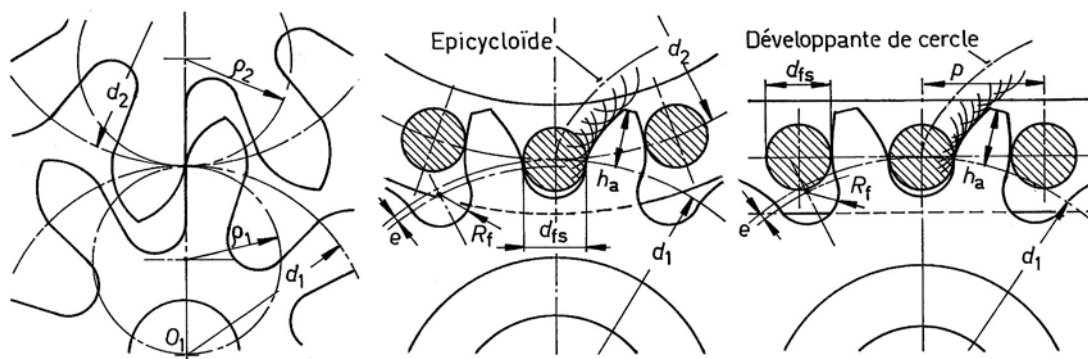


Figure 18.20 Denture d'horlogerie Engrenages à roue ou crémaillère à fuseaux

Le profil de la denture de la roue conjuguée est obtenu en construisant la trajectoire relative du centre des fuseaux roulant sur le cercle primitif de la roue dentée. Ce centre décrit une trajectoire épicycloïdale de rayon générateur égal au rayon primitif de la roue à fuseaux, soit $\frac{1}{2} d_2$. Le profil de la dent de la roue 1 est imposé par le profil enveloppe généré par les divers rayons des fuseaux dont les centres sont sur la cycloïde, figure 18.19.

18.6.4 ENGRENAGE À CRÉMAILLÈRE ET À FUSEAUX

La crémaillère à fuseaux est un cas particulier de la roue cylindrique à fuseaux. Comme le rayon primitif de cette roue est infiniment grand, la trajectoire décrite par le centre des fuseaux par rapport au cercle primitif de la roue dentée est une développante de cercle. La construction du profil de la denture s'effectue d'une manière semblable à celle de la roue à fuseaux.

18.6.5 DIMENSIONS DES ROUES CYLINDRIQUES À FUSEAUX

Les dimensions et proportions adoptées pour la géométrie des engrenages avec roue ou crémaillère à fuseaux sont les suivantes :

Roue 1 :	$d_1 = z_1 m,$
Roue à fuseau :	$d_2 = z_2 m,$
Pas primitif :	$p = \pi m.$
Diamètre des fuseaux :	$d_{fs} \approx 1,67 m.$
Saillie :	$h_{a1} = (1 + 0,03 z_1) m.$
Excentricité du rayon de pied :	$e = 0,15 m.$
Rayon de pied :	$R_f = 0,5 d_{fs}.$
Jeu entre dents :	$j = 0,04 m.$
Largeur usuelle de la dent :	$b = (3 \text{ à } 4) m.$

18.7 PROFILS EN DÉVELOPPANTE DE CERCLE

Le profil adopté actuellement par la majorité des fabricants de roues dentées et d'outillage, par les normes nationales et internationales, est le profil en développante de cercle. Ce profil possède un certain nombre de propriétés citées dans ce sous-chapitre.

18.7.1 DÉFINITION ET CONSTRUCTION DE LA DÉVELOPPANTE

On appelle développée d'une courbe le lieu géométrique des centres de courbure de cette courbe. La courbe en question est appelée la développante. À partir de cette définition géométrique, il est possible de distinguer facilement les développées et développantes suivantes :

<i>Développées</i>	<i>Développantes</i>
Point	Circonférence
Cercle	Développante de cercle
Développante de cercle	Spirale de Sturm.

Dans ce sous-chapitre, le profil en développante de cercle utilisable dans les dentures est un arc de développante. Les dentures utilisent soit un profil à développante fondamentale, soit un arc de développante allongée ou raccourcie.

Définition de la développante de cercle

La développante de cercle est la courbe décrite par un point d'une droite qui roule sans glisser sur la circonférence d'un cercle.

Le cercle est la développée de la courbe.

Cette définition mathématique pourrait se compléter par une définition plus explicite dont la teneur est la suivante : La développante de cercle est la courbe décrite par le point d'un fil tendu se déroulant d'un cercle fixe. La développante de cercle appartient également aux courbes cycloïdales car elle se situe entre l'épicycloïde et la péricycloïde.

Construction de la développante de cercle

Cette courbe se construit point par point. Après avoir choisi un système de référence Ox , Oy , tracer la circonférence du cercle développé centré sur l'origine, dessiner une droite verticale tangente au cercle comme représentée sur la figure 18.21. Porter à partir du point de tangence 0 des segments égaux $0-1 = 1-2 = 2-3 = 3-4 = \dots$ etc. sur la droite. Construire des arcs égaux sur la circonférence de longueurs égales à celles des segments rectilignes : $01' = 1'2' = 2'3' = 3'4' = 0-1 \dots$ etc. Placer en ces points les tangentes au cercle, en dessinant une perpendiculaire au rayon, et porter à partir du point de tangence correspondant la longueur de l'arc issu du point 0 comme par exemple $3'P_3 = \text{arc } 3'0 = 3-0$. La courbe passant par ces divers points est la développante de cercle.

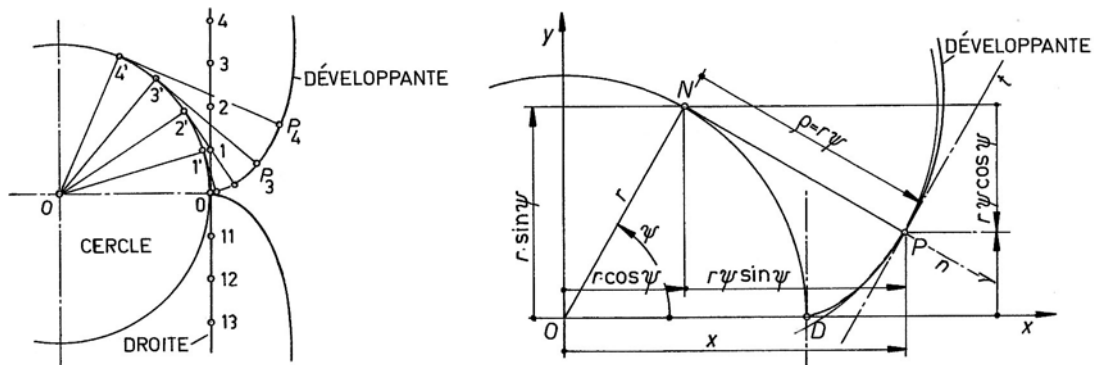


Figure 18.21 Construction de la développante de cercle Mise en équation

Dans la technique des roues dentées et engrenages, le cercle développé est appelé *cercle de base* de la développante, son diamètre étant toujours désigné par d_b .

18.7.2 MISE EN EQUATION DE LA DÉVELOPPANTE

La mise en équation de la développante de cercle fondamentale peut s'effectuer soit en coordonnées rectangulaires, soit en coordonnées polaires, cette dernière possibilité étant plus usitée dans la technique des roues dentées.

18.7.2.1 COORDONNÉES RECTANGULAIRES

Le cercle développé a son centre confondu avec l'origine du système de coordonnées Ox , Oy , son rayon de base étant désigné par r . La développante de cercle débute au point D intersection de l'axe Ox avec la circonférence du cercle. La droite générant la développante est initialement parallèle à l'axe Oy . Les relations paramétriques d'un point de la développante

sont données en fonction de l'angle ψ compris entre l'axe Ox et le rayon passant par le point de tangence N de la droite roulant sur le cercle. Les coordonnées du point P sont obtenues en projetant le rayon ON et la longueur de la tangente NP sur les deux axes, soit :

$$x = ON \cos \psi + NP \sin \psi,$$

$$y = ON \sin \psi - NP \cos \psi.$$

La distance NP est égale à la longueur de l'arc DN puisque la droite roule sans glisser sur le cercle : $NP = DN = r \psi$. Remplaçons ces valeurs dans l'expression précédente :

$$x = r (\cos \psi + \psi \sin \psi), \quad (18.10.1)$$

$$y = r (\sin \psi - \psi \cos \psi). \quad (18.10.2)$$

Calculons les dérivées premières et secondes de ces deux expressions par rapport au paramètre ψ .

$$x' = dx / d\psi = r \psi \cos \psi, \quad (18.11.1)$$

$$y' = dy / d\psi = r \psi \sin \psi. \quad (18.11.2)$$

La pente de la tangente à la développante de cercle se trouve par :

$$\tan \alpha = dy / dx = y' / x' = \sin \psi / \cos \psi = \tan \psi.$$

La direction de la tangente à la développante est donc parallèle à celle du rayon ON . La longueur de l'arc élémentaire peut se trouver par :

$$ds = (dx^2 + dy^2)^{0.5} = r \psi d\psi.$$

L'arc de développante vaut :
$$s = \int_0^{\psi_1} r \psi d\psi = \frac{1}{2} r \psi_1^2. \quad (18.12)$$

Déterminons si la courbe est vraiment une développante de cercle. Le centre de courbure de la développante doit se trouver sur la circonférence du cercle développé et le rayon de courbure doit être égal à la distance PN . Dérivons l'expression des dérivées première par rapport à l'angle ψ :

$$x'' = d^2x / d\psi^2 = r (\cos \psi - \psi \sin \psi), \quad (18.13.1)$$

$$y'' = d^2y / d\psi^2 = r (\sin \psi + \psi \cos \psi). \quad (18.13.2)$$

Le rayon de courbure d'une courbe, en coordonnées rectangulaires, exprimé sous forme paramétrique, se calcule par l'expression générale :

$$\rho = \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}}.$$

En remplaçant les dérivées premières et secondes dans cette expression et après écriture de la simplification, le rayon de courbure s'exprime par :

$$\rho = \frac{(r \psi)^2}{(r \psi)^3} = r \psi. \quad (18.14)$$

Comme l'arc $DN = r \psi$, le centre du rayon de courbure est bien situé sur la circonférence du cercle développé, donc cette courbe cycloïdale est une développante de cercle.

18.7.2.2 COORDONNÉES POLAIRES

Dans les calculs géométriques des profils en développante de cercle, les relations usuelles sont basées sur les coordonnées polaires. Le roulement de la droite sur le cercle de base permet d'écrire, figure 18.22 :

$$\text{arc } DN = \text{segment } NP.$$

Exprimons la longueur de l'arc DN et celle du segment de droite NP . Ces deux grandeurs peuvent se calculer en fonction de l'angle ψ ou mieux à partir de l'angle α , angle compris entre le rayon r issu du centre du cercle et aboutissant au point N et le rayon R issu du même point et touchant le point P de la développante :

$$\text{arc } DN = r (\varphi + \alpha),$$

$$\text{segment } NP = r \tan \alpha.$$

Egalons ces deux grandeurs : $r (\varphi + \alpha) = r \tan \alpha$,

ou :
$$\varphi = \tan \alpha - \alpha.$$

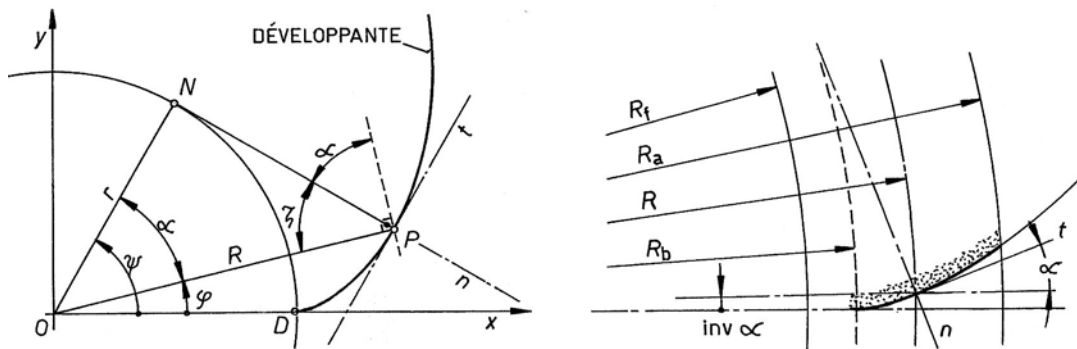


Figure 18.22 Mise en équation de la développante de cercle en coordonnées polaires
Angle auxiliaire $\varphi = \text{inv } \alpha$

Le rayon vecteur R (ou demi diamètre) se trouve simplement par la relation :

$$R = r / \cos \alpha .$$

Les deux relations pratiques d'un point P quelconque de la développante de cercle, exprimées en coordonnées polaires, sont :

1. Angle du rayon vecteur :
$$\varphi = \text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha, \quad (18.15.1)$$

2. Angle de pression :
$$\alpha = \arccos(r / R) = \arccos(d_b / D). \quad (18.15.2)$$

L'angle du rayon vecteur R par rapport à la directrice Ox est nommé *involute* α , c'est une fonction de l'angle de pression α . Le rayon r du cercle développé est égal à la moitié du diamètre de base d_b de la développante. Habituellement, les grandeurs connues sont : le diamètre de base et le diamètre $D = 2 R$. Le calcul consiste alors à trouver l'angle de pression α , ensuite à rechercher $\text{inv } \alpha$. L'angle φ ou $\text{inv } \alpha$ s'exprime en radian : $\text{inv } \alpha$ est l'angle compris entre le rayon passant par le début de la développante et celui passant par le point à contrôler. La figure 18.22 à droite montre les rayons intervenant pratiquement dans ces calculs et l'arc en développante de cercle du profil de dent. L'angle de pression α est l'angle compris entre la direction radiale et la tangente à la développante.

18.7.3 CALCUL DES ANGLES $\text{inv } \alpha$ ET DE PRESSION α

Deux cas se présentent en pratique : soit l'angle de pression α est connu et il faut trouver la valeur de la fonction $\text{inv } \alpha$, soit la fonction $\text{inv } \alpha$ est donnée et il faut rechercher la valeur de l'angle de pression α .

18.7.3.1 CALCUL DE LA FONCTION $\text{inv } \alpha$

La détermination de la valeur de la fonction est immédiate en appliquant simplement la relation générale de la développante de cercle, soit :

$$\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha,$$

avec : l'angle de pression α exprimé en radian.

18.7.3.2 CALCUL DE L'ANGLE DE PRESSION

Deux méthodes sont à disposition : soit utiliser une table contenant la fonction et interpoler dans cette table, soit introduire une méthode numérique. La fonction inverse ne peut pas se trouver directement. L'algorithme de la solution itérative consiste à trouver une valeur initiale approchée de l'angle α à partir de la fonction $\text{inv } \alpha$ et à itérer au moyen de la méthode de Newton-Raphson jusqu'à ce que le résultat soit satisfaisant.

Si $\text{inv } \alpha$ est connue, la relation de départ est : $\alpha = \text{inv}^{-1} \alpha$ et la recherche de l'angle de pression α peut s'effectuer de la manière suivante :

1. Recherche approximative de l'angle de pression α :

Remplaçons dans la relation de base la tangente par son développement en série :

$$\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha = \alpha + \alpha^3/3 + 2 \alpha^5/15 + 17 \alpha^7/315 + \dots - \alpha,$$

et conservons seulement les deux premiers termes du développement :

$$\text{inv } \alpha \approx \alpha + \alpha^3/3 - \alpha = \alpha^3/3.$$

Cette relation permet de trouver la valeur initiale pour l'angle α :

$$\alpha = \sqrt[3]{3 \text{inv } \alpha}. \tag{18.16.1}$$

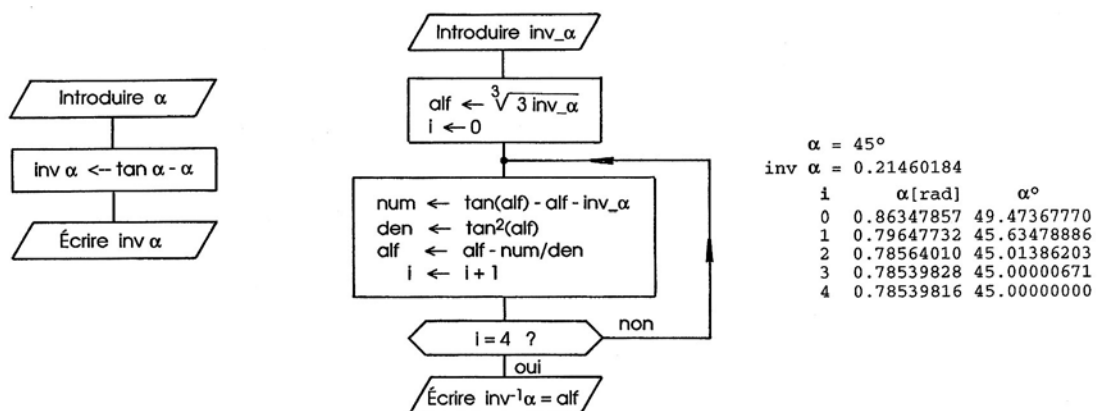


Figure 18.23 Organigrammes de la recherche de : $\text{inv } \alpha$, de l'angle de pression à partir de $\text{inv } \alpha$
Exemple de résultats obtenus pour $\alpha = 45^\circ$ en fonction du nombre d'itérations

2. Recherche de l'angle de pression *a par voie itérative* :

Ecrivons la fonction et sa dérivée intervenant dans la méthode de Newton-Raphson :

$$\text{fonction :} \quad f(\alpha) = \tan \alpha - \alpha - \text{inv} \alpha_0 = 0,$$

$$\text{fonction dérivée :} \quad f'(\alpha) = 1 + \tan^2 \alpha - 1 = \tan^2 \alpha.$$

Introduisons ces deux expressions dans la solution itérative qui prend la forme générale suivante :

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - \frac{f(\alpha_i)}{f'(\alpha_i)} = \alpha_i - \frac{\tan \alpha_i - \alpha_i - \text{inv} \alpha_0}{\tan^2 \alpha_i}. \quad (18.16.2)$$

Dans les dentures mécaniques, l'angle de pression α est généralement compris entre 0° et 50° ou entre 0 et 0,9 radian. Dans ce domaine, il suffit d'effectuer quatre itérations pour obtenir un résultat suffisamment précis, soit garantir un résultat à 0,0001 degré près ou 0,36", voir les résultats de la figure 18.23 pour un angle $\alpha = 45^\circ$.

18.7.4 DÉVELOPPANTES ALLONGÉES ET RACCOURCIES

La forme de la denture, obtenue par formage ou par usinage au moyen d'un outillage approprié, dépend non seulement des points situés sur la droite générant la développante fondamentale, mais également de points situés à l'extérieur de la droite roulant sans glisser sur le cercle de base. Considérons un cercle de base de rayon $r_b = 0,5 d_b$ et un point P appartenant à la droite générant la développante fondamentale. La courbe décrite par ce point commence au point D situé sur l'axe Ox . Tout point du plan mobile, contenant la droite de génération, décrit une développante. Les points de la droite décrivent des développantes fondamentales, tous les autres points des développantes allongées ou raccourcies.

Soit C_0 un point du plan mobile situé exactement sur l'axe Ox dans la position initiale de la droite génératrice, la distance DC_0 étant désignée par g , positive vers la droite, négative vers la gauche. Le point C décrit une développante allongée si le signe de g est négatif, une développante raccourcie dans le cas contraire. Les coordonnées rectangulaires du point C dans une position quelconque de la droite sont :

$$x_C = (r_b + g) \cos \psi + r_b \psi \sin \psi,$$

$$y_C = (r_b + g) \sin \psi - r_b \psi \cos \psi.$$

Dans le cas particulier où $g = -r_b$, les coordonnées du point C se simplifient et la courbe décrite par ce point est une spirale d'Archimède. Dérivons les deux expressions des coordonnées du point C par rapport au paramètre ψ :

$$x_C = dx_C/d\psi = -(r_b + g) \sin \psi + r_b \sin \psi + r_b \psi \cos \psi = r_b \sin \psi - y_C,$$

$$y_C = dy_C/d\psi = (r_b + g) \cos \psi - r_b \cos \psi + r_b \psi \sin \psi = -r_b \cos \psi + x_C.$$

La pente de la tangente à la développante peut se trouver par le quotient différentiel :

$$y' = \tan \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{x_C - r_b \cos \psi}{r_b \sin \psi - y_C}.$$

La tangente à la développante allongée ou raccourcie est perpendiculaire au segment CN et la normale à la courbe passe aussi par le point de contact N de la droite génératrice avec le cercle développé.

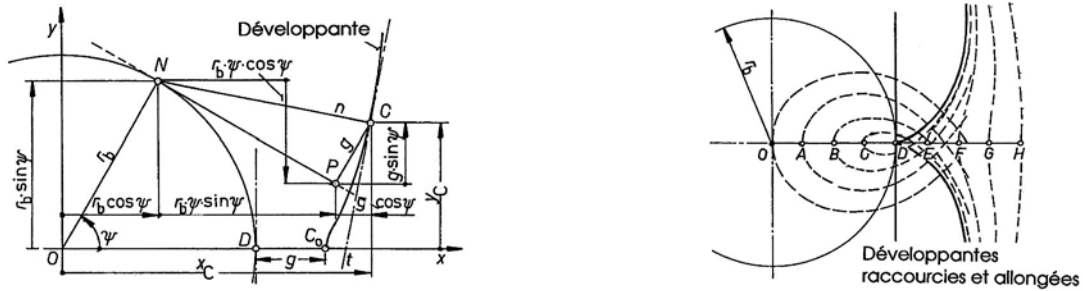


Figure 18.24 Mise en équation de la développante allongée ou raccourcie

Calculons aussi les dérivées secondes des deux expressions par rapport au paramètre angulaire ψ :

$$x''_C = d^2x_C/d\psi^2 = -(r_b + g) \cos \psi + 2 r_b \cos \psi - r_b \psi \sin \psi = 2 r_b \cos \psi - x_C,$$

$$y''_C = d^2y_C/d\psi^2 = -(r_b + g) \sin \psi + 2 r_b \sin \psi + r_b \psi \cos \psi = 2 r_b \sin \psi - y_C.$$

Le rayon de courbure de la développante allongée ou raccourcie peut se trouver à partir de l'expression générale en équations paramétriques. En substituant ces diverses valeurs, le rayon de courbure s'exprime par :

$$\rho = \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}} = \frac{(r_b^2 \psi^2 + g^2)^{3/2}}{r_b^2 \psi^2 + g^2 - r_b g}.$$

Le centre de courbure se trouve sur la normale CN , la construction géométrique de ce point étant sans autre possible. Pour une longueur du segment g égale à zéro, le rayon de courbure vaut le produit du rayon de base par l'angle ψ . La figure 18.24 montre diverses développantes de cercle pour des points situés de part et d'autre de la droite génératrice.

18.7.5 GÉNÉRATION TECHNIQUE DE LA DÉVELOPPANTE DE CERCLE

Le profil de la dent à développante de cercle est obtenu par un procédé de fabrication approprié. Dans l'usinage par enlèvement de matière, c'est la trajectoire relative de l'outil par rapport à la roue à tailler ou vice versa qui fixe la forme de la dent, ce profil étant appelé profil obtenu par génération. L'arête tranchante de l'outil est tangente à la développante et découpe progressivement le profil total. La développante de cercle est générée techniquement par les principes décrits ici, voir figure 18.25.

18.7.5.1 SEGMENT RECTILIGNE EN TRANSLATION

La développante peut se générer par translation d'un segment rectiligne à vitesse constante par rapport à un plan, et par rotation uniforme d'un cercle, le segment de droite et la circonférence du cercle roulant l'un sur l'autre sans glisser. Chaque point de la droite, représenté par le tranchant de l'outil, décrit une développante de cercle sur la pièce en rotation à l'extérieur de la circonférence de rayon de base O_1C_1 . Le flanc de l'outil est perpendiculaire à la droite tangente au cercle de base. Le segment de droite est normal à tous les points en fabrication du profil à développante.

18.7.5.2 CERCLE EN MOUVEMENT PLAN

Le déplacement d'un cercle en mouvement plan, mouvement composé d'une rotation uniforme autour de son centre O_1 et d'un déplacement rectiligne à vitesse constante de ce

point, engendre également un profil enveloppe qui est une développante de cercle. L'outil de taillage possède une surface de coupe plane. Ce tranchant est tangent aux diverses développantes de cercle.

18.7.5.3 DÉPLACEMENT D'UNE DÉVELOPPANTE DE CERCLE

Le déplacement d'une développante de cercle, appartenant à un cercle en rotation autour du point fixe O_1 et du déplacement simultané d'un second cercle centré sur O_2 , en rotation dans le sens inverse, engendre une développante sur la deuxième roue. Cette méthode de génération est utilisée dans le taillage des roues dentées par outil - pignon. Sur la normale commune aux profils, le point de contact se déplace sur le segment rectiligne tangent aux deux cercles de base.

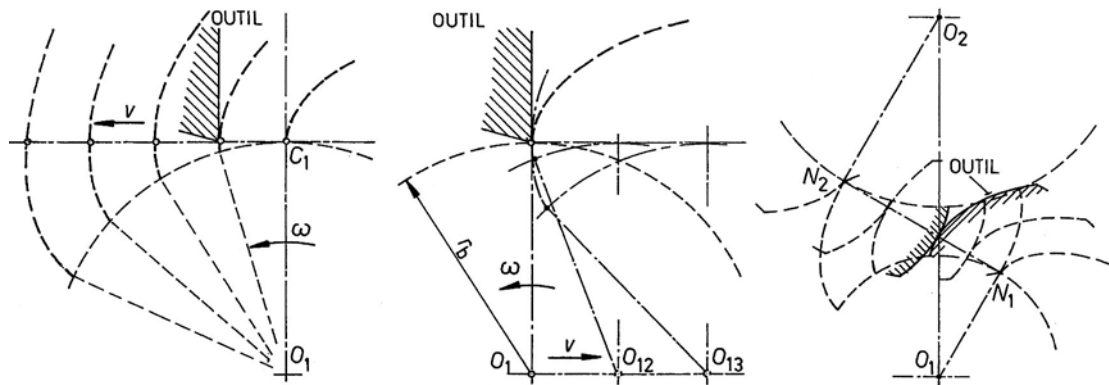


Figure 18.25 Génération technique du profil à développante de cercle

18.8 PROFILS DE RÉFÉRENCE DES DENTURES

Afin de faciliter l'interchangeabilité des roues dentées et des engrenages, le profil de la denture à développante de cercle est normalisé sur le plan international par ISO. La normalisation représente un compromis entre divers critères de conception, de fabrication, de résistance, de durée de vie et d'interchangeabilité. La crémaillère est une roue particulière dont le nombre de dents est infiniment grand. Les diamètres primitif, de tête, de pied et de base sont aussi infiniment grands; il en résulte une courbure nulle de la développante, donc son profil est rectiligne.

18.8.1 PROFIL CONJUGUÉ À LA CRÉMAILLÈRE À FLANCS DROITS

Soit un pignon 1, diamètre primitif d_1 , engrenant avec une crémaillère à flancs rectilignes, inclinés sur la ligne primitive de l'angle $90^\circ - \alpha^\circ$. La ligne primitive de la crémaillère est en contact avec le cercle primitif du pignon au point C . Lors du déplacement de la crémaillère en translation rectiligne, les lignes primitives de la crémaillère et celle du pignon en rotation autour du point fixe O_1 se meuvent de longueurs égales. Appliquons la première loi des engrenages pour déterminer le profil conjugué de la crémaillère sur la denture du pignon. La normale au profil de la crémaillère doit toujours passer par le point central C , sa direction restant constante puisque le flanc de la crémaillère est rectiligne, figure 18.26. Déplaçons la crémaillère de sa position primitive vers la gauche de CC'' et cherchons la position du point de contact entre les deux profils. Ce point se trouve d'une part sur le flanc rectiligne de la crémaillère, au point de concours de ce flanc avec la normale au profil passant par C , d'autre

part sur le profil conjugué du pignon 1. En désignant par α l'inclinaison de la normale à la crémaillère par rapport à sa ligne primitive, le déplacement de cette dernière suivant la normale au profil donné est CA :

$$CA = CC'' \cos \alpha.$$

La rotation du pignon peut s'exprimer par la longueur de l'arc CC' avec : $CC' = CC''$, soit par l'angle γ entre les deux rayons O_1C et O_1C' . En supposant le profil de la dent du pignon connu, le point B , logé au début de ce profil, décrit le même angle γ pour occuper la position B' après rotation. Ce point est situé sur une circonférence de rayon O_1N_1 avec :

$$O_1N_1 = O_1C \cos \alpha.$$

L'angle γ se trouve par :

$$\gamma = 2 CC'/d_1 = 2 BB'/d_{b1},$$

avec :

$$d_{b1} = 2 O_1N_1 = d_1 \cos \alpha,$$

le diamètre d'un cercle de rayon O_1N_1 , N_1 étant situé sur la normale à la crémaillère et sur la tangente au cercle de base. L'arc BB' est égal à la distance normale AC car :

$$BB' = CC' d_{b1}/d_1 = CC' \cos \alpha = CC'' \cos \alpha = CA.$$

La distance entre les deux courbes du profil conjugué dans les deux positions étudiées reste constante. La normale à ces deux profils est toujours tangente au cercle de diamètre d_{b1} . Pour un déplacement rectiligne de la crémaillère, tous les points de contact entre les deux profils conjugués sont situés sur la droite N_1CA . Ce segment rectiligne est donc la *ligne d'action* de l'engrenage à crémaillère.

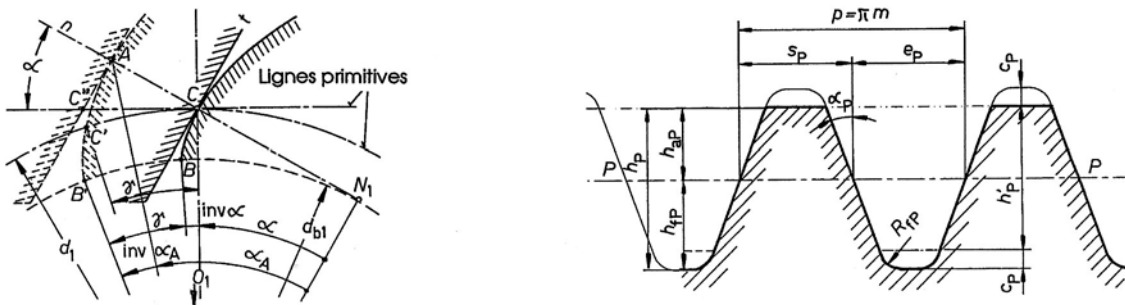


Figure 18.26 Profil conjugué d'une crémaillère à flancs droits Profil de référence ISO, type A

Le profil conjugué d'une crémaillère à flancs droits sur une roue est un profil à développante de cercle. L'inclinaison de la normale au profil de la crémaillère par rapport à sa ligne primitive est l'angle de pression α . Cet angle de pression impose la grandeur du diamètre de base de la développante sur la roue conjuguée.

18.8.2 PROFILS DE RÉFÉRENCE SELON ISO ET SN 215 520

Le profil rectiligne de la crémaillère est à la base de la normalisation ISO des dentures à développante de cercle. Le profil de référence est la section normale de la denture d'une roue de diamètre et d'un nombre de dents infiniment grands. La hauteur du profil de référence est délimitée par deux lignes parallèles : la ligne de tête et la ligne de pied. L'arrondi à fond de dent R_{fp} (dans la norme r_{fp}) raccorde la partie rectiligne des flancs de dent avec la ligne de pied. Le profil conjugué est le profil symétrique au profil de référence déplacé sur la ligne de référence $P-P$ d'un demi pas. Les caractéristiques du profil de référence sont :

- le profil de référence avec module m possède un pas de : $p = \pi m$.

18. Géométrie des engrenages et roues dentées

- les flancs du profil de référence sont rectilignes.
- sur la ligne de référence, l'épaisseur de dent est égale à l'intervalle, soit le demi pas :

$$s_p = e_p = \frac{1}{2} p = \frac{1}{2} \pi m.$$

- les flancs du profil de référence forment l'angle de profil α_p avec la normale à la ligne de référence.
- la ligne de tête est à la distance h_{ap} de la ligne de référence, la ligne de pied à la distance h_{fp} de la ligne de référence $P-P$.
- la hauteur de dent commune h_p' du profil de référence et du profil conjugué est égale au double de la saillie, soit $2 h_{ap}$.
- la définition du profil de référence se base sur la ligne de référence $P-P$.
- le rayon à fond de dent est déterminé par le vide à fond de dent c_p et correspond au rayon plein reliant les deux flancs :

$$R_{fp \max} = c_p / (1 - \sin \alpha_p). \quad (18.17)$$

Habituellement, le rayon de raccordement est plus petit que cette valeur limite, la valeur recommandée en Suisse varie de $R_{fp} = 0,25 m$ à $0,38 m$ selon le type de profil de référence. Si une valeur plus faible que la valeur maximale est adoptée dans la définition du profil, la hauteur rectiligne de la crémaillère à partir de la ligne de référence vers le côté de pied de dent est supérieure au module.

Tableau 18.3

Types de profils de référence ISO 53-1974 / SN 215 520 : $\alpha_p = 20^\circ$ et $h_{ap} = 1 \cdot m$

Grandeur	Types de profil de référence			
	A (ISO 53)	B	C	D
H_{fp}	1,25 m	1,25 m	1,25 m	1,40 m
C_p	0,25 m	0,25 m	0,25 m	0,40 m
R_{fp}	0,38 m	0,30 m	0,25 m	0,40 m
La partie de fond de dent hors du profil actif peut Diverger suivant la méthode de fabrication.				

En partant des diverses définitions, la figure 18.26 à droite montre le profil de la crémaillère de référence, type A. L'angle de pression α_p du profil de référence est normalisé à :

$$\text{Angle de pression : } \alpha_p = 20^\circ \quad (18.18)$$

Les recommandations d'application des profils de référence sont (selon norme suisse) :

- Profil de référence **type A** : surtout recommandé pour transmettre de grands couples,
- Profil de référence **type B** : Application pour sollicitation normale.
- Profil de référence **type C** : Principalement utilisé pour l'usinage par fraise mère standard.
- profil de référence **type D** : Recommandé pour des transmissions aux hautes exigences de couples et de précision, pour une finition par rasage ou par rectifiage des flancs, figure 18.27 à gauche (profil à protubérance).

Le profil de référence type D avec dégagement de pied est appliqué quand il s'agit d'une denture réalisée avec un outil à protubérance suivie d'une opération de rectifiage ou de rasage. Les valeurs du dégagement U_{fp} et de l'angle α_{fp} du profil de flanc de dégagement de pied dépendent de la méthode de fabrication de la denture et ne sont pas spécifiées dans la norme suisse.

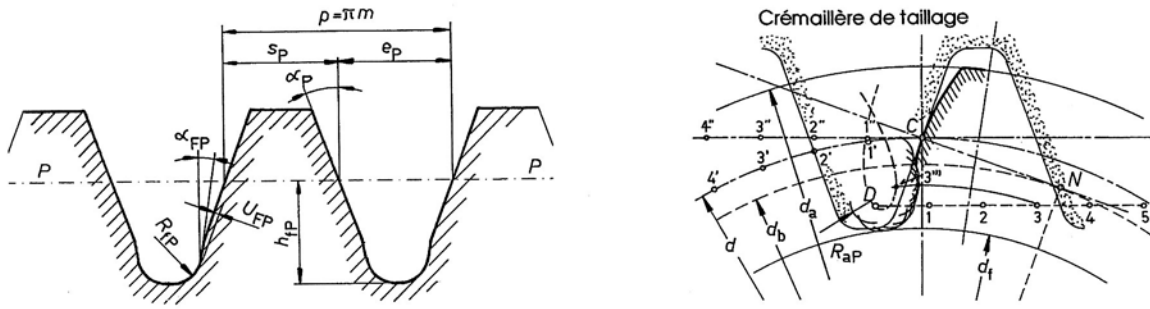


Figure 18.27 Profil de référence, type D Construction du profil conjugué d'une crémaillère

18.8.3 CONSTRUCTION DU PROFIL D'UNE DENT

À partir du profil de référence normalisé, construisons le profil d'une denture extérieure en appliquant la première loi des engrenages et les propriétés de la développante de cercle. Dans ce but, adoptons une crémaillère de taillage dont le profil correspond en principe à celui de la crémaillère de référence, la différence étant donnée par les raccordements aux lignes de tête et de pied. Le flanc rectiligne de cet outil se termine là où commence le rayon de raccordement R_{ap} , saillie et creux ayant tous deux $1,25 m$. La figure 18.27 à droite montre une crémaillère avec un raccordement de tête $R_{ap} = 0,3 m$ correspondant au type B de la norme suisse. Les lignes primitives de la crémaillère de taillage, confondues avec la ligne de référence, et de la roue à tailler sont en contact au point central C. La crémaillère de taillage doit posséder un profil de tête engendrant la développante sur le flanc de la dent ainsi que le raccordement avec le cercle de pied. La construction du profil conjugué comprend quatre tronçons curvilignes : le cercle de pied, le raccordement de pied, le flanc en développante et le cercle de tête. Il s'effectue de la manière suivante :

1. Adopter le nombre de dents z , le module m , calculer les diamètres : primitif d , de tête d_a , de pied d_f et de base de la développante d_b .
Choisir une échelle convenable pour la construction graphique, soit $5 : 1$ ou $10 : 1$.
2. Dessiner le profil de la crémaillère de taillage passant par le point central C. La ligne primitive de la crémaillère non déportée se confond avec la ligne de référence.
3. Construire le cercle primitif de la roue à tailler en portant le diamètre primitif : $d = z m$ tangent à la ligne primitive de la crémaillère au point C, repérer le centre de la roue au point O, le cercle de tête au diamètre $d_a = d + 2 m$.
4. Tracer la normale au profil de la crémaillère passant par le point C et abaisser du centre O de la roue une perpendiculaire à la droite CN. Le point N est le point de tangence de la normale avec le cercle de base de la développante de diamètre $d_b = d \cos \alpha$.
5. Le rayon de courbure de la développante de cercle au point C est le segment NC. Tracer le cercle de base de la développante de rayon ON et construire la développante point par point, à partir du cercle de base jusqu'au cercle de tête, en faisant rouler la droite CN sur le cercle de base. Dans ce but, porter des segments égaux sur le cercle de base et sur la droite CN de part et d'autre du point N. Repérer les points de contact sur le cercle de base, prendre la direction du rayon correspondant et construire la ligne tangente aux environs du profil de la crémaillère. Dessiner un arc centré sur le point de contact entre la ligne et le cercle de base, longueur mesurée sur la droite CN. La développante de cercle est la courbe enveloppe de ces arcs successifs.
6. Le profil de pied de la dent est taillé par l'extrémité de la crémaillère de taillage équipée d'un raccordement au rayon R_{ap} . Le profil de pied est le profil conjugué à cette partie circulaire de la crémaillère. Pour trouver le profil conjugué, il faut tout d'abord construire

le profil conjugué au point D , centre de courbure du rayon de tête de la crémaillère. À cet effet, porter sur les lignes primitives de la crémaillère et de la roue des arcs ou segments égaux :

$$CI' = I'2' = 2'3' = \dots = CI'' = I''2'' = 2''3'' = \dots \text{ etc.}$$

Tracer la trajectoire du point D lors du déplacement de la crémaillère vers la droite et y porter les mêmes longueurs :

$$CI' = D-1 = 1-2 = 2-3 = \dots \text{ etc.}$$

7. Lorsque les points homologues des deux lignes primitives viennent en contact au point C , par exemple $3'$ et $3''$, le centre D se trouve au point 3 . Ce point 3 est un point de contact sur le profil conjugué de la roue. Si l'on revient dans la position primitive du dessin, le point 3 décrit un arc de cercle de rayon $O-3$ et reste à la distance $C-3 = 3'3''$. Le point $3''$ est un point du profil recherché dans la position primitive de la roue. La construction est poursuivie pour chacun des points jusqu'à ce que la courbe conjuguée atteigne approximativement le cercle primitif de la roue.
8. À partir de cette courbe, courbe correspondant à une développante de cercle allongée, tracer des arcs de cercle de rayon R_{ap} . La courbe enveloppe représente le profil conjugué taillé par l'arrondi de tête de la crémaillère.
9. Porter sur le primitif de la roue la distance curviligne $\frac{1}{4} p = \frac{1}{4} \pi m$ à partir du point C et tracer l'axe de symétrie de la dent. Dessiner le profil symétrique de la dent de l'autre côté de l'axe. Les axes de symétrie des autres dents sont distants du premier axe de $p = \pi m$ sur la circonférence primitive.

Remarques :

Le profil conjugué du flanc d'une dent se compose de deux courbes : la développante de cercle et le raccordement au cercle de pied. Lors du taillage par génération au moyen d'une crémaillère, le point de contact entre le profil rectiligne de la crémaillère et le profil en développante de la roue se déplace sur une droite. La développante est construite par roulement de la droite oblique CN sur le cercle de base de diamètre d_b . La développante allongée, décrite par le point D , est obtenue par le roulement de la ligne primitive de la crémaillère sur le cercle primitif de la roue. Lorsque la courbe de raccordement au cercle de pied entaille le début de la développante, il y a interférence entre les deux arcs curvilignes. Cette particularité géométrique, visible sur la figure 18.27, porte le nom d'*interférence au taillage*. La courbe de raccordement ne remplit plus les conditions imposées par la première loi des engrenages. Ce profil ne peut pas venir correctement en contact avec une autre développante ou avec un flanc rectiligne de crémaillère d'engrènement.

18.8.4 ÉPAISSEUR CURVILIGNE , ÉCARTEMENT SUR DENTS

Montrons deux exemples utiles d'application de calcul exact de grandeurs géométriques de la denture à développante de cercle.

18.8.4.1 ÉPAISSEUR CURVILIGNE DE LA DENT

L'épaisseur curviligne de la dent se trouve facilement sur la circonférence primitive. Pour une denture normale droite sans jeu, cette longueur vaut la moitié du pas primitif : $s = \frac{1}{2} p$. L'épaisseur curviligne peut aussi se calculer sur toute circonférence comprise entre le cercle de base et le cercle de tête de la roue c'est-à-dire sur les flancs en arc de développante de cercle.

Soit à déterminer l'épaisseur curviligne de la dent sur les cercles de base, de tête et quelconque compris entre ces deux lignes. Les grandeurs géométriques connues initialement sont :

- le diamètre primitif $d = z m$,
- l'angle de pression de génération α ,
- l'épaisseur curviligne de la dent s sur la circonférence primitive.

Calculons l'épaisseur curviligne de la dent s_1 sur un cercle de diamètre d_1 . En admettant que la dent possède deux profils symétriques, donc un axe de symétrie, l'épaisseur curviligne s_1 se trouve par :

$$s_1 = 2 \gamma \cdot d_1/2 = \gamma d_1 = (\gamma + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_1) d_1,$$

avec : $\cos \alpha_1 = d_b/d_1 = d \cos \alpha/d_1$.

Dans cette expression, l'angle γ , angle compris entre l'axe de symétrie de la dent et le rayon passant par le début de l'épaisseur de dent sur le primitif, peut se trouver à partir de la longueur curviligne s et du diamètre primitif d par :

$$\gamma = (s/2)/(d/2) = s/d.$$

L'angle de pression α_1 sur le cercle de diamètre d_1 se trouve par l'expression générale de la développante en coordonnées polaires. Finalement, la longueur curviligne s_1 vaut :

$$s_1 = d_1 \left(\frac{s}{d} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_1 \right). \quad (18.19.1)$$

Cas particuliers :

1. L'angle de pression au début de la développante est nul; la fonction $\text{inv} \alpha$ est donc nulle. Epaisseur curviligne de la dent sur le cercle de base de la développante :

$$s_b = d_b \left(\frac{s}{d} + \text{inv} \alpha \right). \quad (18.19.2)$$

2. Epaisseur curviligne de la dent sur le cercle de tête, l'angle de pression sur ce cercle se calcule à partir de : $\cos \alpha_a = d_b/d_a$:

$$s_a = d_a \left(\frac{s}{d} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_a \right). \quad (18.19.3)$$

3. Circonférence sur laquelle l'épaisseur de la dent est nulle, donc la denture pointue. En introduisant $s_1 = 0$ dans l'expression générale, l'angle de pression pour lequel l'épaisseur curviligne est nulle se trouve par :

$$\text{inv} \alpha_{s=0} = s/d + \text{inv} \alpha, \quad (18.19.4)$$

et le diamètre correspondant : $d_{s=0} = d_b/\cos \alpha_{s=0}. \quad (18.19.5)$

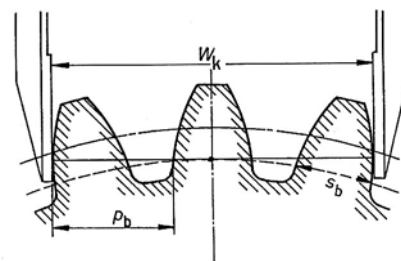
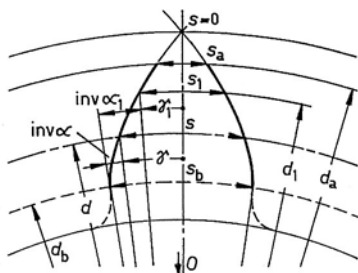


Figure 18.28 Epaisseurs curvilignes de la dent Mesure de l'écartement sur k dents

18.8.4.2 MESURE DE L'ÉCARTEMENT SUR k DENTS

Comme la normale à la développante de cercle est toujours tangente au cercle de base, il est possible de mesurer la cote d'écartement W_k au moyen d'un instrument à surfaces parallèles comme un micromètre ou un calibre de précision. L'*écartement* est la distance entre deux plans parallèles tangents aux deux flancs extrêmes d'un nombre donné de dents (roue extérieure) ou d'entredents (roue intérieure) consécutifs. L'écartement sur k dents d'une roue extérieure comprend une épaisseur de base s_b et $k - 1$ pas de base p_b . L'expression analytique générale de cette cote de contrôle prend la forme :

$$W_k = (k - 1) p_b + s_b,$$

la longueur curviligne de base s_b étant donnée par l'expression 18.19.2. Pour une roue à z dents, denture extérieure droite non déportée, l'écartement vaut :

$$W_k = m [(k - 0,5) \pi + z \operatorname{inv} \alpha] \cdot \cos \alpha. \quad (18.19.6)$$

Nous donnerons plus loin l'expression complète utilisée dans la pratique pour les dentures normales et déportées.

18.9 DÉPORT DE DENTURE

Dans la fabrication de la denture normale non déportée, la ligne primitive de la crémaillère de taillage se confond avec la ligne de référence, ligne théorique sur laquelle l'épaisseur s et l'intervalle e ont même dimension : $s = e = \frac{1}{2} p = \frac{1}{2} \pi m$. Cette position théorique de l'outil n'est pratiquement jamais présente car le jeu à prévoir entre les dentures conjuguées impose un déplacement de la crémaillère vers le centre de la roue. Laissons pour l'instant la question du jeu entre les dentures et supposons un engrenage extérieur sans jeu dans l'étude géométrique des dentures droites déportées.

18.9.1 TAILLAGE D'UNE ROUE À DENTURE DÉPORTÉE

Le déport de la crémaillère de taillage est utilisé fréquemment pour éviter l'interférence à la fabrication de la dent et/ou plus souvent pour améliorer sensiblement les performances de l'engrenage. Le *déport* est la distance entre la ligne primitive de la crémaillère, tangente au cercle primitif de la roue à usiner, et la ligne de référence de cette crémaillère :

$$\text{déport} = x m.$$

Le *coefficient de déport* x est le quotient du déport par le module. Par convention, le déport et le coefficient de déport sont positifs si la ligne de référence de la crémaillère est extérieure au cercle primitif de la roue à usiner, négatif si elle le coupe. Cette définition s'applique aux engrenages extérieurs. En principe, elle peut aussi s'introduire dans les engrenages intérieurs. La normalisation DIN, basée sur les travaux de W. Richter, admet une définition différente pour les engrenages intérieurs. Les roues cylindriques à profils à développante dont le coefficient de déport est égal à zéro sont dites roues sans déport. Les *roues déportées* sont des roues cylindriques à profils en développante dont le coefficient de déport est différent de zéro.

Sur la ligne de référence et sur la ligne primitive de la crémaillère, le pas primitif de la denture est le même : $p = \pi m$. Si l'épaisseur de la dent vaut la valeur nominale : $s = \frac{1}{2} p$ sur la ligne de référence, l'épaisseur de la dent de la crémaillère sur la ligne primitive vaut :

Organes de transmission indirecte

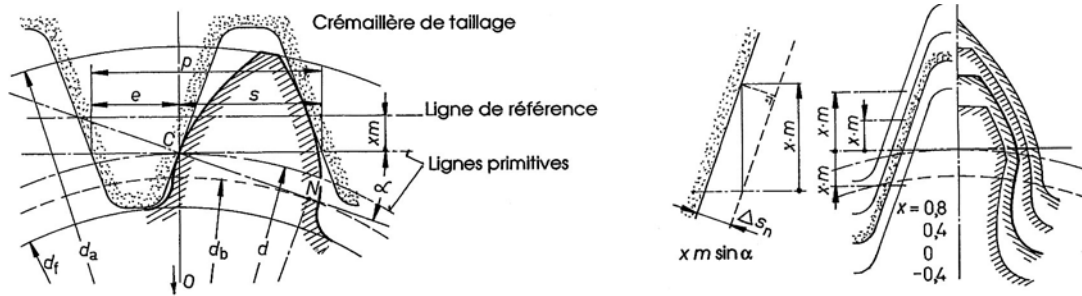


Figure 18.29 Taillage d'une roue à denture déportée Effet du déport sur la forme du profil

$$s_{\text{crémaillère}} = \frac{1}{2} p - 2 x m \tan \alpha,$$

et l'intervalle de dent sur la même ligne primitive :

$$e_{\text{crémaillère}} = \frac{1}{2} p + 2 x m \tan \alpha.$$

Les dimensions curvilignes de la denture conjuguée sur le cercle primitif de la roue taillée avec déport sont, figure 18.29 :

- épaisseur curviligne de la dent : $s = 0,5 \pi m + 2 x m \tan \alpha,$ (18.20.1)

- intervalle de dent : $e = 0,5 \pi m - 2 x m \tan \alpha.$ (18.20.2)

Le diamètre de pied d_f de la roue dépend de la position de la ligne de tête de la crémaillère et le diamètre de tête d_a se trouve en ajoutant au diamètre primitif deux fois la somme de la saillie et du déport. Les dimensions principales d'une roue extérieure seule à denture déportée sont données dans le tableau 18.4.

Tableau 18.4

Grandeurs géométriques d'une roue droite seule à denture déportée

Grandeur	Relation de calcul
Nombre de dents	z
Module	m
Pas primitif	$p = \pi m$
Coefficient de déport	x
Déport de l'outil crémaillère	$x m$
Diamètre primitif	$d = z m$
Diamètre de base	$d_b = z m \cos \alpha$
Diamètre de pied	$d_f = [z - 2(1 - x + c^*)] m$
Diamètre de tête	$d_a = [z + 2(1 + x)] m$
Épaisseur de dent sur le primitif	$s = 0,5 \pi m + 2 x m \tan \alpha$
Intervalle de dent sur le primitif	$e = 0,5 \pi m - 2 x m \tan \alpha$
Angle de pression sur le primitif	$\alpha = \alpha_p$
Angle de pression de tête	$\alpha_a = \arccos(d_b/d_a)$
Épaisseur curviligne de la dent sur le cercle de tête	$s_a = d_a(s/d + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_a)$
$c^* = c/m$ coefficient de vide à fond de dent	

Le déport de l'outil de taillage à l'extérieur du cercle primitif engendre une augmentation de l'épaisseur de dent tout en conservant l'angle de pression nominal sur le cercle primitif. Cette

augmentation d'épaisseur par flanc, distance normale entre la développante primitive et la développante du profil déporté, figure 18.29, se trouve par l'expression :

$$\Delta s_n = x m \sin \alpha. \quad (18.20.3)$$

La partie droite de la figure montre quelques positions de la crémaillère de taillage et les profils conjugués sur la roue pour des déports positifs et négatifs. Comme le nombre de dents est petit, le profil présente le phénomène d'interférence pour deux courbes. Pour un coefficient de déport $x = -0,4$, la plus grande partie du flanc de la dent est constitué par la courbe de raccordement au pied de dent. L'emploi de coefficients de déport négatifs est toujours à déconseiller pour les roues à petit nombre de dents.

18.9.2 LIMITE INFÉRIEURE DU NOMBRE DE DENTS

Si le centre de la roue à usiner est très éloigné de la ligne primitive de la crémaillère, c'est-à-dire si le nombre de dents est très grand, le cercle de base de la développante croît proportionnellement au nombre de dents et le rayon de courbure sur le flanc de la dent varie relativement faiblement ce qui fait croire que le profil est presque rectiligne. Si par contre le nombre de dents est petit, le taillage du profil complet engendre un flanc très bombé accompagné éventuellement du phénomène d'interférence entre la développante et la courbe de raccordement au cercle de pied.

Le taillage de la développante sur le profil de la dent est obtenu par la partie rectiligne du flanc de la crémaillère. La droite NC , roulant sur le cercle de base, permet de trouver les points de la développante lors de la construction graphique. Ce profil provient en réalité du roulement de la ligne primitive de la crémaillère sur le cercle primitif de la roue. Le point de touche entre la développante à usiner et le flanc droit de la crémaillère se déplace d'une part de l'extrémité de la dent de la roue vers son cercle de pied, d'autre part du pied de la crémaillère vers sa ligne de tête. Soit F le point situé au raccordement entre le flanc droit et l'arrondi de tête de la crémaillère. La position limite de ce point, pour générer encore une développante, est atteinte lorsque les points F et N sont confondus. La distance du point N à la ligne primitive est représentée par le segment NM . Pour éviter l'interférence au taillage, le tronçon rectiligne de la crémaillère CF ne doit en aucun cas se situer plus près du centre de la roue que le point de tangence N .

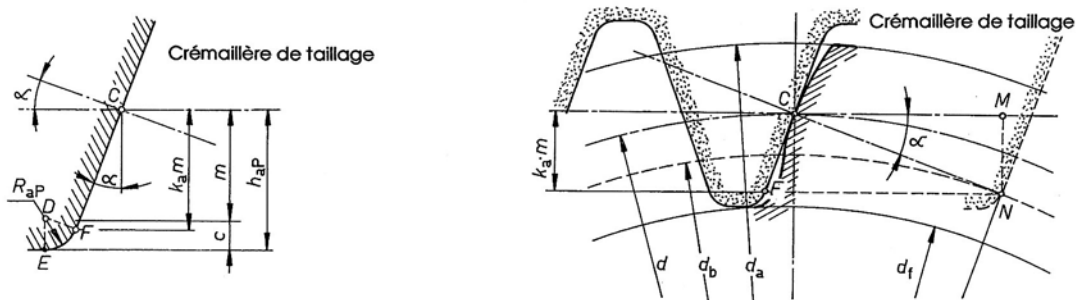


Figure 18.30 Limite de taillage sans déport à l'interférence Nombre de dents minimal

La condition limite de taillage à l'interférence dépend du nombre de dents de la roue, de la valeur de l'angle de pression et de la longueur du flanc droit sur la crémaillère de taillage. Le rayon de tête de la crémaillère étant désigné par R_{aP} , la saillie de la crémaillère vaut selon figure 5.30 :

$$h_{aP} = m + c = CF \cos \alpha + R_{aP} (1 - \sin \alpha).$$

La condition limite de non interférence des deux courbes est donnée par l'expression :

$$CF \cos \alpha = NM = \frac{1}{2} d \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} z m \sin^2 \alpha.$$

Exprimons la projection du tronçon CF sur la ligne des centres en fonction du module par : $CF \cos \alpha = k_a m$, k_a étant le facteur d'ordonnée du point F extrémité de la partie rectiligne par rapport à la ligne primitive, et posons : $d_{\text{lim}} = z_{\text{lim}} m$. Le nombre de dents minimal ou limite pour éviter l'interférence se trouve finalement :

$$z_{\text{lim}} = \frac{2 k_a}{\sin^2 \alpha}. \quad (18.21)$$

Si le nombre de dents de la roue à tailler est inférieur à ce nombre limite, la début de la développante est partiellement éliminé par l'arrondi de tête de la crémaillère. La ligne de conduite est raccourcie et se termine avant le point de tangence N . Pour les dentures selon normes ISO et SN, types A, B, C, non déportée, avec $c = 0,25 m$, $h_{aP} = 1,25 m$ et un angle de pression $\alpha_P = 20^\circ$, le nombre de dents minimal vaut :

Type	A	$k_a = 1$	$R_{aP} = 0,38 m$	$z_{\text{lim}} = 17,097.$
	B	$k_a = 1,0526$	$R_{aP} = 0,3 m$	$z_{\text{lim}} = 17,997.$
	C	$k_a = 1,0855$	$R_{aP} = 0,25 m$	$z_{\text{lim}} = 18,559.$

Dans la plupart des applications pratiques, on admet que l'interférence a lieu lorsque le nombre de dents est inférieur à 17, ce qui ne correspond pas tout à fait à la réalité. Pour éviter l'interférence, les possibilités à disposition sont : une diminution du facteur k_a par exemple en adoptant une denture basse, une modification de l'angle de pression de génération ou l'introduction d'un déport. Cette dernière solution est de loin la plus simple et la meilleure car elle permet de conserver l'outillage normal tout en améliorant les qualités de la dent.

18.9.3 CHOIX ET CALCUL DES DÉPORTS

Les normes nationales en vigueur et les divers ouvrages spécialisés proposent des coefficients de déport en fonction du nombre de dents des roues, du rapport de transmission pour engrenages multiplicateur et réducteur, des efforts à transmettre, des vitesses circonférentielles, de la qualité de la denture, des matériaux utilisés, etc., de manière à obtenir une denture optimale. Les fabricants de transmissions à roues dentées utilisent presque exclusivement des dentures déportées. Le choix des coefficients de déport pour les deux roues est fixé habituellement par des normes internes ou des recommandations techniques. Les dimensions sont calculées et adaptées au moyen de logiciel approprié.

18.9.3.1 VALEURS DES COEFFICIENTS DE DÉPORT

Selon DIN 3960, le déport de profil se disant *Profilverschiebung* en allemand, les désignations symboliques normées pour les roues à denture déportée sont :

$V_{\text{plus-Rad}}$	roue avec déport positif,
$V_{\text{minus-Rad}}$	roue avec déport négatif,
Null-Rad	roue à denture non déportée.

La figure 18.31 montre les limites usuelles des sommes des coefficients de déport en fonction de la somme des nombres de dents, la surface ombrée de la figure montrant le domaine des coefficients de déport recommandés.

18. Géométrie des engrenages et roues dentées

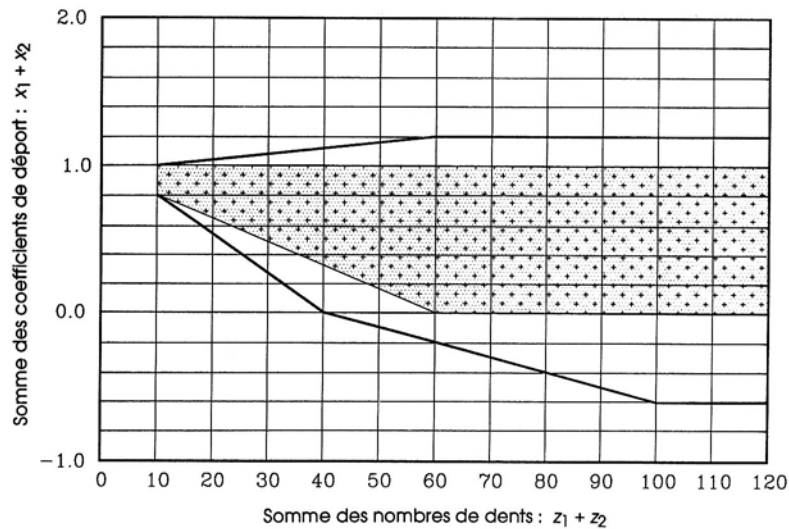


Figure 18.31 Domaine des coefficients de déport à adopter dans la conception d'engrenages
Le domaine est fonction de la somme des nombres de dents

Afin de pouvoir répartir simplement les coefficients de déport du pignon et de la roue, donnons quelques formules de choix pour engrenages extérieurs.

1. Selon *W. Richter* [3.14] :

- pour flancs durcis : $x_1 = (x_1 + x_2)/(u + 1) + 0,5 (u - 1)/(u + 1)$.

- pour flancs non durcis : $x_1 = (x_1 + x_2)(z_1 + 12)/[(u + 1)(z_1 + 2)] + 8/(z_1 + 2)$.

2. Selon *MAAG-Taschenbuch*, pour denture avec un angle de pression $\alpha_p = 20^\circ$ [3.4] :

$$x_1 = 0,5 [(x_1 + x_2) + (1 - x_1 - x_2) \lg_{10}(u)/\lg_{10}(z_1 z_2/100)].$$

18.9.3.2 LIMITES DES DÉPORTS

Le contrôle de l'épaisseur curviligne de tête est nécessaire afin d'éviter une forme de denture trop pointue. Cette épaisseur se trouve par :

- pignon : $s_{a1} = d_{a1} [0,5 (\pi + 4 x_1 \tan \alpha)/z_1 + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{a1}]$,

- roue : $s_{a2} = d_{a2} [0,5 (\pi + 4 x_2 \tan \alpha)/z_2 + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{a2}]$.

Cette épaisseur curviligne ne devra pas être inférieure à :

- pour les dentures durcies superficiellement : $s_a \geq 0,4 m$,

- pour les dentures en acier amélioré ou non durcies superficiellement : $s_a \geq 0,2 m$.

18.9.3.3 COEFFICIENTS DE DÉPORT À LA LIMITE D'INTERFÉRENCE

Le déplacement de la crémaillère de taillage vers l'extérieur permet d'éviter l'interférence à l'usinage de la dent. Le nombre de dents minimal pour éviter l'interférence est donné par : $z_{\text{lim}} = 2 k_a / \sin^2 \alpha$. Si le nombre de dents est inférieur au nombre limite z_{lim} , le coefficient de déport minimal positif à prévoir sera :

$$x_{\text{min}} = (z_{\text{lim}} - z)/z_{\text{lim}}. \quad (18.22)$$

Il est recommandé de prévoir un coefficient de déport supérieur à cette valeur limite afin d'obtenir un raccordement correct entre le flanc à développante et le cercle de pied. La figure 18.32 montre la limite d'interférence pour les dentures extérieure et intérieure, les épaisseurs curvilignes de tête en fonction du nombre de dents dans les conditions suivantes :

Organes de transmission indirecte

- crémaillère avec un flanc rectiligne : $k_a = 1,0$,
- épaisseur curviligne : $s_a = 0,0 m \quad s_a = 0,2 m \quad s_a = 0,4 m$.

La figure montre un nombre de dents minimal de 8 pour un flanc à développante et un angle de pression de 20° , la denture se terminant pratiquement en pointe. Pour une denture extérieure, le tableau 18.5 donne les limites des dépôts pour $5 \leq z \leq 60$ dents.

Tableau 18.5
Coefficients de déport pour des épaisseurs de tête comprises entre 0 et 0,4 m

Epaisseur de tête : $s_a^* = s_a/m$					
z dents	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4
	Coefficients de déport x				
5*	0.330	0.259	0.184	0.104	0.016
10	0.700	0.602	0.499	0.388	0.267
15	0.983	0.867	0.742	0.609	0.464
20	1.222	1.089	0.948	0.796	0.631
25	1.433	1.286	1.129	0.962	0.779
30	1.622	1.463	1.294	1.112	0.914
35	1.797	1.626	1.444	1.250	1.038
40	1.959	1.777	1.585	1.378	1.153
45	2.111	1.920	1.717	1.499	1.261
50	2.255	2.054	1.841	1.613	1.364
55	2.391	2.182	1.960	1.721	1.462
60	2.522	2.304	2.073	1.825	1.555

* Nombre de dents théorique pour interpolation

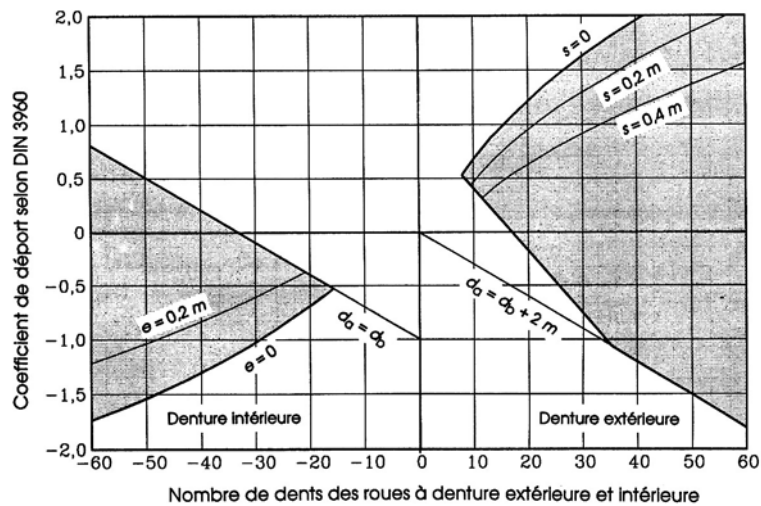


Figure 18.32 Epaisseur curviligne de tête Limite d'interférence

De plus, si z_1 est le nombre de dents de la roue menante et z_2 celui de la roue menée, il est recommandé de choisir *dans un premier calcul* :

- pour un engrenage réducteur : $x_1 \geq x_2$,
- pour un engrenage multiplicateur : $x_1 \leq x_2$,
- dans les deux cas : $x_1 + x_2 \geq 0$.

Cette condition complémentaire permet d'éviter des conditions défavorables de transmission de mouvement entre roues cylindriques.

18.10 PROFILS : CONSTRUCTION ET INTERFÉRENCE

La construction graphique du profil de la dent utilise les méthodes de Reuleaux et de Poncelet. Comme toutes les courbes composantes peuvent se mettre en équation, il est possible de trouver les coordonnées de tous les points des quatre courbes : circonférence de pied, profil de raccordement, développante et circonférence de tête. Le profil de référence de la crémaillère de taillage se compose de trois parties seulement : tronçon rectiligne sur la ligne de tête, flanc droit et arc de raccordement au rayon R_{aP} . La recherche des conditions d'interférence entre la développante de cercle et la courbe de raccordement de pied peut se trouver aussi analytiquement.

18.10.1 CONSTRUCTION ANALYTIQUE DU PROFIL DE LA DENT

La roue est prévue pour z dents, le module étant m ; le diamètre primitif vaut : $d = z m$. Le profil total d'un flanc de dent s'obtient en faisant rouler la ligne primitive de la crémaillère de taillage sur le cercle primitif de la roue, figure 18.33 à gauche.

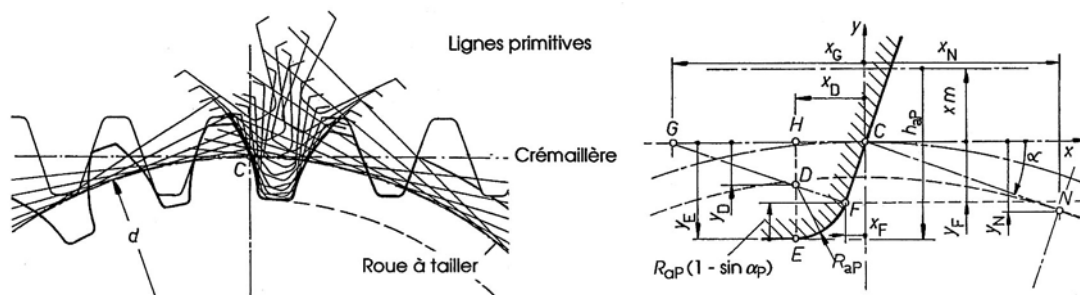


Figure 18.33 Génération du profil de la dent

Points particuliers de la crémaillère

18.10.1.1 POINTS PARTICULIERS DE LA CRÉMAILLÈRE

La mise en équation s'effectue en choisissant un système de référence $C x y$ dont l'origine est placée au point d'intersection de la ligne des centres avec la ligne primitive de la crémaillère. La crémaillère est déportée positivement ou négativement de la distance : déport = $x m$. Les points particuliers de la crémaillère de taillage intervenant dans la génération du profil de la dent et les coordonnées correspondantes sont, selon figure 18.33 à droite :

Axe Cx		Axe Cy
- point C :	point central :	
$x_C = 0$		$y_C = 0$.
- point D :	centre de courbure du rayon de tête :	
$x_D = [x m - h_{aP} + R_{aP}(1 - \sin \alpha)] \tan \alpha - R_{aP} \cos \alpha$		$y_D = x m - h_{aP} + R_{aP}$.
- point E :	raccord entre la ligne de tête et le début de l'arrondi,	
$x_E = x_D$		$y_E = x m - h_{aP}$.
- point F :	raccord entre l'arrondi et le flanc droit :	
$x_F = [x m - h_{aP} + R_{aP} (1 - \sin \alpha)] \tan \alpha$		$y_F = x m - h_{aP} + R_{aP} (1 - \sin \alpha)$.
- point N :	point de tangence de la normale avec le cercle de base :	

$$x_N = 0,5 z m \sin \alpha \cos \alpha$$

$$y_N = -0,5 z m \sin^2 \alpha$$

- point H : projection des points D et E sur la ligne primitive de la crémaillère :

$$x_H = x_D$$

$$y_H = 0.$$

- point G : point de concours de la normale au point F avec la ligne primitive de la crémaillère, segment rectiligne FDG :

$$x_G = [x m - h_{ap} + R_{ap}(1 - \sin \alpha)] / (\sin \alpha \cos \alpha) \quad y_G = 0.$$

- *Rappel* : Propriété générale des courbes cycloïdales :

La normale à la courbe passe toujours par le point de contact entre la ligne primitive de la crémaillère et le cercle primitif de la roue. Cette propriété est essentielle dans la mise en équation des courbes cycloïdales. La forme générale de la dent ne dépend que du nombre de dents z , des facteurs $h_{ap}^* = h_{ap}/m$ et $R_{ap}^* = R_{ap}/m$, du coefficient de déport x , le module m étant un facteur d'échelle.

18.10.1.2 CERCLE DE PIED

Le tronçon rectiligne de tête de la crémaillère engendre le cercle de pied de la dent. Le cercle de pied est construit en repérant le centre O de la roue à : $y_O = -0,5 z m$, le rayon de pied valant :

$$r_f = 0,5 d_f = 0,5 z m + x m - h_{ap}.$$

Ces deux dimensions étant connues, la circonférence de pied est définie complètement.

18.10.1.3 POINT E AU DÉBUT DE LA COURBE DE RACCORDEMENT

Le début de la courbe de raccordement du profil est le point E_0 conjugué au point E de la crémaillère. Pour que ces deux points soient confondus à la génération, il faut que la crémaillère ait roulé de l'arc $C-C_0 = x_D$ sur le cercle primitif de la roue, soit de l'angle au centre ψ_0 calculable par, figure 18.34, point 2 :

$$\psi_0 = -x_D / (0,5 z m).$$

Les coordonnées du point E_0 sont :

$$x_{E_0} = -0,5 d_f \sin \psi_0$$

$$y_{E_0} = 0,5 (d_f \cos \psi_0 - d). \quad (18.23.1)$$

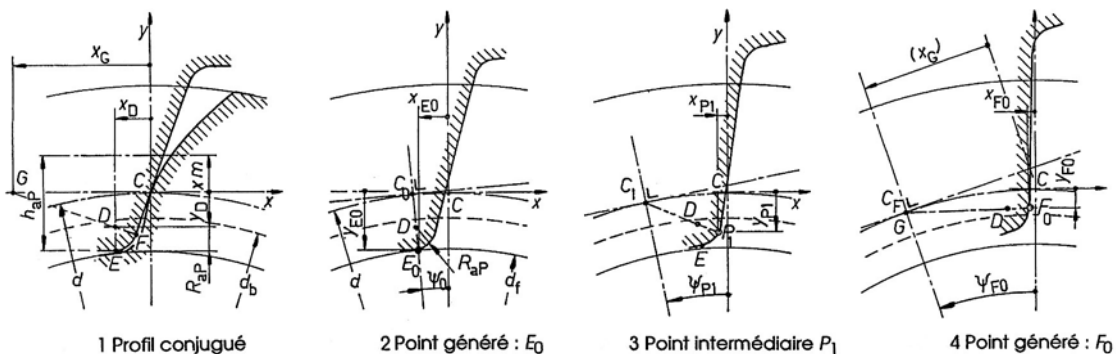


Figure 18.34 Courbes composantes et définitions des points particuliers

18.10.1.4 COURBE DE RACCORDEMENT AU PIED DE DENT

Cette courbe est obtenue, comme dans la méthode graphique proposée précédemment, par l'observation du déplacement du point D , centre de courbure, et du rayon R_{aP} , figure 19.34, point 3. Le point P_1 de contact entre la crémaillère et la courbe de raccordement est situé dans le prolongement de C_1-D , à la distance R_{aP} du point D , lorsque la ligne primitive de la crémaillère touche le cercle primitif au point C_1 . Dans cette position, la crémaillère a tourné de l'angle ψ_{P_1} calculable par :

$$\psi_{P_1} = - C-C_1 / (0,5 z m). \quad (18.23.2)$$

La longueur de l'arc $C-C_1$ doit rester inférieure à la valeur absolue de l'abscisse du point G , soit x_G . L'angle de rotation permet de définir la position des points D et P_1 , donc à construire la courbe de raccordement. Il faut distinguer trois genres de courbe de raccordement :

- si $y_F > y_N$ la courbe de raccordement se termine dans la développante,
- si $y_F = y_N$ la courbe de raccordement se termine au début de la développante,
- si $y_F < y_N$ la courbe de raccordement entaille la développante :
il y a alors *interférence* entre les deux courbes.

Les conditions d'interférence seront traitées au point suivant. La position des points D et P_1 se trouve par une translation du point C_1 et une rotation de l'angle ψ_{P_1} autour de ce point.

18.10.1.5 POINT F ENTRE LES DEUX COURBES

Sans interférence, la fin du profil de raccordement est atteinte lorsque le point G de la crémaillère vient en contact avec le cercle primitif de la roue au point C_F . L'angle décrit par la crémaillère est ψ_{F_0} calculable par, figure 5.38, point 4 :

$$\psi_{F_0} = - x_G / (0,5 z m).$$

La position du point F_0 peut alors se trouver par rapport au système de référence :

$$\begin{aligned} \text{Coordonnées du point } C_F : \quad & x_{CF} = - 0,5 d \sin \psi_{F_0} & y_{CF} = 0,5 d (\cos \psi_{F_0} - 1), \\ \text{Distance } G-D-F : \quad & l_{GDF} = - x_G \cos \alpha, \\ \text{Angle complémentaire :} \quad & \Delta \psi = \psi_{F_0} - \alpha, \\ \text{Coordonnées du point } F_0 : \quad & x_{F_0} = x_{CF} + l_{GDF} \cos \Delta \psi & y_{F_0} = y_{CF} + l_{GDF} \sin \Delta \psi. \end{aligned}$$

18.10.1.6 DÉVELOPPANTE DE CERCLE

En se servant des relations générales de la développante de cercle, exprimées en coordonnées rectangulaires, tous les points situés entre le point F_0 et le cercle de tête peuvent se trouver. Le point terminal de la développante se trouve sur le cercle de tête, l'angle de pression en ce point valant : $\cos \alpha_a = d_b/d_a$. La mise en équation de la courbe nécessite une correction du paramètre angulaire.

18.10.1.7 CERCLE DE TÊTE

En exprimant par h_a la saillie de la dent sur la roue, le rayon du cercle de tête vaut :

$$r_a = 0,5 d_a = 0,5 z m + x m + h_a.$$

La construction de la circonférence de tête est ainsi définie par son centre O et par son rayon.

18.10.2 DÉTERMINATION DE L'INTERFÉRENCE

S'il y a interférence entre les deux courbes définissant le profil de la denture, la longueur d'action est raccourcie et il peut y avoir interférence à l'engrènement avec la roue conjuguée. Proposons-nous de calculer ce raccourcissement en observant la position et la trajectoire relative du point D au centre de courbure sur la crémaillère ainsi que le point conjugué P sur le profil taillé dans le pied de dent. Selon figure 18.34, l'interférence a lieu si $y_F < y_N$ c'est-à-dire si le point F est plus bas que le point N . L'interférence se caractérise par un point d'intersection entre la courbe de raccordement et la développante. L'étude de l'interférence consiste à trouver ce point. Le système de référence Cxy est conservé dans la mise en équation des deux courbes.

18.10.2.1 POINT P DE LA DÉVELOPPANTE DU FLANC PORTEUR

Le paramètre angulaire étant désigné par φ , l'angle étant compté *positivement* vers la droite, les coordonnées d'un point de la développante P se donnent par, voir figure 18.35 à gauche :

$$\begin{aligned} x_P &= r_b [\sin \varphi - (\varphi + \text{inv} \alpha_p) \cos \varphi], \\ y_P &= r_b [\cos \varphi + (\varphi + \text{inv} \alpha_p) \sin \varphi] - 0,5 z m. \end{aligned} \quad (18.24.1)$$

L'angle de roulement total de la ligne CN sur le cercle de base de la roue est limité entre :

$$-\text{inv} \alpha_p \leq \varphi \leq \alpha_a - \text{inv} \alpha_p + \text{inv} \alpha_a. \quad (18.24.2)$$

La courbe est construite par incréments de l'angle φ entre ces deux limites.

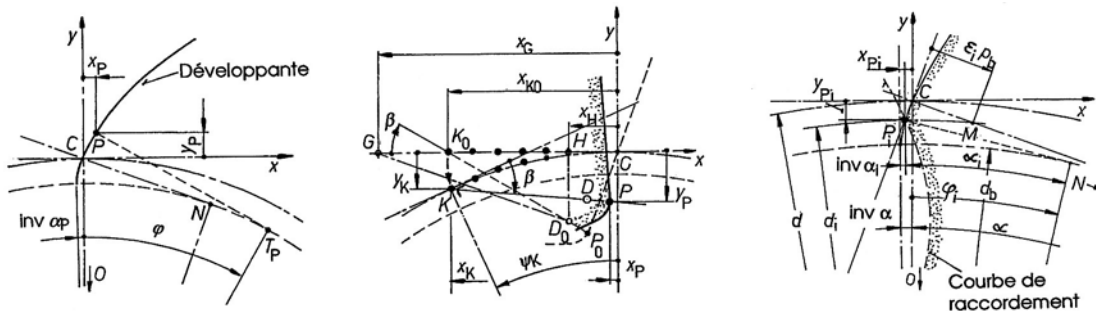


Figure 18.35 Courbes composantes du profil de dent, point à l'interférence des deux courbes

18.10.2.2 POINT P DE LA COURBE DE RACCORDEMENT

La courbe de raccordement est construite par une méthode semblable à celle utilisée dans la définition de la position du point F_0 , la différence étant que le point recherché se trouve sur une normale à longueur variable. Choisissons un roulement de la ligne primitive sur le cercle primitif de la roue vers la gauche de l'angle ψ_K , supposé positif dans ce sens, et soit K_0 un point de la ligne primitive situé entre les points H et G , abscisse x_{K_0} . Le point K commun aux deux lignes primitives se trouve aux coordonnées, figure 18.35 au centre :

$$\begin{aligned} x_K &= -0,5 z m \sin \psi_K, \\ y_K &= 0,5 z m (\cos \psi_K - 1), \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} \psi_K &= -x_{K_0} / (0,5 z m), \\ K_0 H &= x_h - x_{K_0}, \quad \beta = \arctan (y_d / K_0 H), \quad KDP = [y_d^2 + (K_0 H)^2]^{0,5} + R_{ap}. \end{aligned}$$

18. Géométrie des engrenages et roues dentées

Les coordonnées du point P sur la courbe de raccordement, point conjugué au point situé sur l'arrondi de la crémaillère, s'expriment par :

$$\begin{aligned}x_P &= x_K + KDP \cos(\psi_K - \beta), \\y_P &= y_K + KDP \sin(\psi_K - \beta).\end{aligned}\quad (18.24.3)$$

La courbe se définit entre les points E_0 et F_0 ou entre les angles ψ_0 et ψ_{F_0} de la figure 18.34 par incréments de l'angle ψ_K entre ces deux limites : $\psi_0 \leq \psi_K \leq \psi_{F_0}$.

18.10.2.3 POINT À L'INTERFÉRENCE DES DEUX COURBES

À l'intersection des deux courbes, les coordonnées du point d'intersection sont identiques, soit :

$$x_P \text{ développante} = x_P \text{ raccordement}$$

et :

$$y_P \text{ développante} = y_P \text{ raccordement}$$

En remplaçant les coordonnées par leurs expressions en fonction des deux paramètres angulaires φ et ψ , les expressions deviennent :

$$\begin{aligned}r_b [\sin\varphi - (\varphi + \text{inv}\alpha_p) \cos\varphi] &= x_K + KDP \cos(\psi_K - \beta), \\r_b [\cos\varphi + (\varphi + \text{inv}\alpha_p) \sin\varphi] - 0,5 z m &= y_K + KDP \sin(\psi_K - \beta).\end{aligned}\quad (18.24.4)$$

Ces deux relations déterminent la valeur des deux angles inconnus φ et ψ . La solution numérique de ces deux équations non linéaires permet de trouver les deux angles particuliers φ_i et ψ_i . Cette méthode ne donne pas toujours satisfaction car l'intersection des deux courbes, presque parallèles, nécessite de nombreuses itérations. L'angle de pression de la développante au point d'interférence des deux courbes se trouve par :

$$\alpha_i = \varphi + \text{inv}\alpha_p,$$

et le point se trouve sur le diamètre :

$$d_i = d_b / \cos\alpha_i.$$

La longueur d'approche entre la crémaillère et l'arc de développante reste limitée à la longueur du segment rectiligne CM à l'intérieur du primitif, figure 18.35 à droite. Le segment NM ne peut plus intervenir dans la conduite de la roue, le profil n'étant pas à développante de cercle.

18.10.2.4 EXEMPLE

Soit à déterminer les divers points sur une roue à $z = 11$, $m = 10$ sans déport, taillage par une crémaillère de type B. Le calcul donne les valeurs suivantes.

Diamètre primitif :	110.0000	
Diamètre de base :	103.3662	
Dimensions de la crémaillère		
	x	y
Point D :	-6.650	-9.500
Point E :	-6.650	-12.500
Point F :	-3.831	-10.526
Point N :	17.677	-6.434
Point H :	-6.650	0.000
Point G :	-32.751	0.000
Courbe de raccordement avec interférence		
Angles :	$\psi_0 = 6.9278^\circ$	$\psi_{F_0} = 34.1184^\circ$
Point E_0 :	-5.1263	-12.8103
Point F_0 :	-1.0032	-1.9595

Organes de transmission indirecte

Tableau 18.6 (suite à la page 92)
Table de la fonction involute alpha : $\text{inv}\alpha = \tan\alpha - \alpha$

Angles en °									
	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°
0.00	0.001794	0.002394	0.003117	0.003975	0.004982	0.006150	0.007493	0.009025	0.010760
0.05	0.001821	0.002427	0.003157	0.004022	0.005036	0.006213	0.007565	0.009107	0.010853
0.10	0.001849	0.002461	0.003197	0.004069	0.005091	0.006276	0.007637	0.009189	0.010946
0.15	0.001877	0.002494	0.003237	0.004117	0.005146	0.006340	0.007710	0.009272	0.011039
0.20	0.001905	0.002528	0.003277	0.004164	0.005202	0.006404	0.007784	0.009355	0.011133
0.25	0.001933	0.002563	0.003318	0.004213	0.005258	0.006469	0.007857	0.009439	0.011228
0.30	0.001962	0.002598	0.003360	0.004261	0.005315	0.006534	0.007932	0.009523	0.011323
0.35	0.001991	0.002633	0.003401	0.004310	0.005372	0.006599	0.008007	0.009608	0.011419
0.40	0.002020	0.002668	0.003443	0.004359	0.005429	0.006665	0.008082	0.009694	0.011515
0.45	0.002050	0.002703	0.003486	0.004409	0.005487	0.006732	0.008158	0.009780	0.011612
0.50	0.002079	0.002739	0.003529	0.004459	0.005545	0.006799	0.008234	0.009866	0.011709
0.55	0.002110	0.002776	0.003572	0.004510	0.005603	0.006866	0.008311	0.009953	0.011807
0.60	0.002140	0.002812	0.003615	0.004561	0.005662	0.006934	0.008388	0.010041	0.011906
0.65	0.002171	0.002849	0.003659	0.004612	0.005722	0.007002	0.008466	0.010129	0.012005
0.70	0.002202	0.002887	0.003703	0.004664	0.005782	0.007071	0.008544	0.010217	0.012105
0.75	0.002233	0.002924	0.003747	0.004716	0.005842	0.007140	0.008623	0.010307	0.012205
0.80	0.002265	0.002962	0.003792	0.004768	0.005903	0.007209	0.008702	0.010396	0.012306
0.85	0.002297	0.003000	0.003838	0.004821	0.005964	0.007280	0.008782	0.010486	0.012407
0.90	0.002329	0.003039	0.003883	0.004874	0.006025	0.007350	0.008863	0.010577	0.012509
0.95	0.002361	0.003078	0.003929	0.004928	0.006087	0.007421	0.008943	0.010669	0.012612
1.00	0.002394	0.003117	0.003975	0.004982	0.006150	0.007493	0.009025	0.010760	0.012715

Angles en °									
	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°
0.00	0.012715	0.014904	0.017345	0.020054	0.023049	0.026350	0.029975	0.033947	0.038287
0.05	0.012819	0.015020	0.017474	0.020197	0.023207	0.026523	0.030166	0.034155	0.038514
0.10	0.012923	0.015137	0.017603	0.020340	0.023365	0.026697	0.030357	0.034364	0.038742
0.15	0.013028	0.015254	0.017734	0.020484	0.023524	0.026872	0.030549	0.034574	0.038971
0.20	0.013134	0.015372	0.017865	0.020629	0.023684	0.027048	0.030741	0.034785	0.039201
0.25	0.013240	0.015490	0.017996	0.020775	0.023845	0.027225	0.030935	0.034996	0.039432
0.30	0.013346	0.015609	0.018129	0.020921	0.024006	0.027402	0.031130	0.035209	0.039664
0.35	0.013454	0.015729	0.018262	0.021069	0.024169	0.027581	0.031325	0.035423	0.039897
0.40	0.013562	0.015849	0.018395	0.021217	0.024332	0.027760	0.031521	0.035637	0.040131
0.45	0.013670	0.015971	0.018530	0.021365	0.024495	0.027940	0.031718	0.035853	0.040366
0.50	0.013779	0.016092	0.018665	0.021514	0.024660	0.028121	0.031917	0.036069	0.040602
0.55	0.013889	0.016214	0.018800	0.021665	0.024825	0.028302	0.032116	0.036287	0.040838
0.60	0.013999	0.016337	0.018937	0.021815	0.024992	0.028485	0.032315	0.036505	0.041076
0.65	0.014110	0.016461	0.019074	0.021967	0.025159	0.028668	0.032516	0.036724	0.041316
0.70	0.014222	0.016585	0.019212	0.022119	0.025326	0.028852	0.032718	0.036945	0.041556
0.75	0.014334	0.016710	0.019350	0.022272	0.025495	0.029037	0.032920	0.037166	0.041797
0.80	0.014447	0.016836	0.019490	0.022426	0.025664	0.029223	0.033124	0.037388	0.042039
0.85	0.014560	0.016962	0.019630	0.022581	0.025834	0.029410	0.033328	0.037611	0.042282
0.90	0.014674	0.017089	0.019770	0.022736	0.026005	0.029598	0.033534	0.037835	0.042526
0.95	0.014789	0.017217	0.019912	0.022892	0.026177	0.029786	0.033740	0.038060	0.042771
1.00	0.014904	0.017345	0.020054	0.023049	0.026350	0.029975	0.033947	0.038287	0.043017

Angles de 28° à 46° à la page 92.

CHAPITRE 19

GÉOMÉTRIE DES ENGRENAGES À AXES PARALLÈLES

Ce chapitre présente les points importants suivant :

1. la géométrie de l'engrenage extérieurs à axes parallèles, roues cylindriques droites.
2. La géométrie des engrenages intérieurs droits à axes parallèles.
3. Les définitions de la géométrie des roues et des engrenages extérieurs à denture hélicoïdale.
4. La géométrie des engrenages intérieurs à denture hélicoïdale.

19.1 ENGRÈNEMENT DE DEUX ROUES EXTÉRIEURES

Les notions générales sur les profils à développante de cercle peuvent s'appliquer directement aux engrenages cylindriques, à axes parallèles, à denture droite.

19.1.1 ENGRÈNEMENT DE DEUX ROUES CYLINDRIQUES DROITES

Soient deux roues dentées extérieurement, formant un engrenage parallèle droit, taillées par la même crémaillère sous un angle de pression $\alpha = 20^\circ$. Les diamètres primitifs, de tête et de base des deux roues se trouvent par :

Pignon 1

$$d_1 = z_1 m$$

$$d_{a1} = (z_1 + 2) m$$

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = z_1 m \cos \alpha$$

Roue 2

$$d_2 = z_2 m$$

$$d_{a2} = (z_2 + 2) m$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = z_2 m \cos \alpha .$$

Introduisons entre les deux roues en engrènement une crémaillère imaginaire constituée seulement par son contour immatériel. Le pignon 1, à profil en développante de cercle, est en contact avec la crémaillère à flancs droits entre les deux lignes de tête, soit sur le segment rectiligne E_1CB_1 . La roue 2, à profil à développante de cercle, est en contact avec la même crémaillère sur le segment rectiligne E_2CB_2 pour les mêmes raisons. Après suppression de la crémaillère imaginaire, l'engrènement entre les deux roues dentées est limité par les cercles de tête de diamètres d_{a1} et d_{a2} . Les points de contact entre les deux profils du pignon et de la roue sont tous situés sur la droite N_1N_2 , les points extrêmes se plaçant sur les lignes de tête en E_1 et E_2 , voir figure 19.1 ci-dessous.

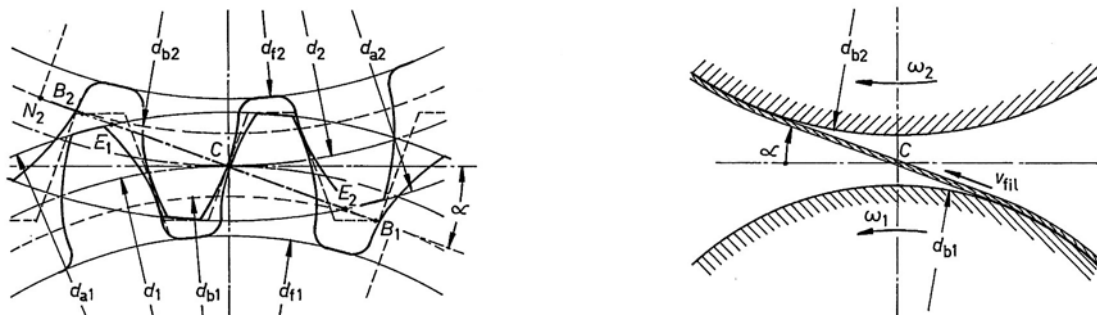


Figure 19.1 Engrenement de deux roues dentées extérieurement Modèle de substitution

Les conditions générales d'engrènement entre deux roues à denture extérieure deviennent :

1. les profils des flancs en contact pendant l'engrènement doivent être des arcs de développante de cercle. La partie utile de la ligne d'action, c'est-à-dire la longueur de conduite, est limitée d'une part par les cercles de tête, d'autre part par les cercles de base.
2. la distance normale entre deux développantes homologues successives sur le pignon et sur la roue doit être identique. Cette distance est égale à la longueur de l'arc, sur le cercle de base, entre deux développantes homologues successives. Cette grandeur est nommée *pas de base* de la denture et se calcule par :

$$p_b = p \cos \alpha = \pi m \cos \alpha . \quad (19.1)$$

3. le jeu entre dents doit permettre un engrènement sans heurt des parties actives des profils ou des flancs, compte tenu des erreurs de fabrication et montage.

Pour les engrenages extérieurs non déportés, ces conditions sont remplies si les deux roues sont usinées par une crémaillère de même module, d'angle de pression $\alpha = 20^\circ$ et si le nombre de dents est au minimum 17. Les principaux avantages de la denture en développante de cercle sont :

1. Le profil de référence, constitué par une crémaillère à flancs rectilignes, est aisée à mettre sous forme d'expressions analytiques. La crémaillère de taillage est d'une exécution et de contrôle simples.
2. La même crémaillère de taillage peut usiner toutes les roues de même module et de même angle de pression. Il en résulte une simplification considérable dans le choix et l'entretien de l'outillage. Les roues fabriquées au moyen de la même crémaillère engrèment selon les deux lois valables pour les engrenages.
3. L'angle de pression de la crémaillère étant normalisé à $\alpha = 20^\circ$; il suffit de disposer d'un jeu de crémaillères de modules différents pour usiner les diverses roues dentées extérieurement.
4. Le même outillage permet d'usiner également les dentures déportées. Les dentures déportées sont des dentures taillées avec une crémaillère dans une position telle que la ligne primitive n'est pas confondue avec la ligne de référence, donc sur la ligne primitive l'épaisseur de dent est différente de l'intervalle. Il s'ensuit qu'une denture déportée n'est pas plus difficile à fabriquer qu'une denture normale.
5. L'engrenage avec flancs en développante de cercle est insensible aux erreurs d'entraxe. En effet, la normale commune aux deux profils reste invariablement tangente aux deux cercles de base des développantes. Cette droite découpe la ligne des centres O_1O_2 en deux segments proportionnels au nombre de dents ou inversement proportionnels aux vitesses angulaires ω_1 et ω_2 .

Les anciennes dentures, proposées par Willis au Royaume Unis et par Reuleaux en Allemagne, étaient taillées avec un angle de pression de 14.5° ou 15° . En cas de réparation, il faut prendre garde aux profils réels et contrôler le pas de base, le module et l'angle de pression de génération. La denture peut aussi être fabriquée suivant les normes valables pour le Diametral Pitch. Le profil de référence ISO est identique dans les deux systèmes de définition, mais pas la gamme des modules. Les couronnes dentées ne peuvent pas se fabriquer au moyen d'une crémaillère; elles sont usinées par des segments ou des outils pignons dentés.

Pour une vitesse angulaire constante du pignon, le point de contact entre les flancs porteurs se déplace à vitesse linéaire uniforme sur le segment E_2E_1 . L'engrènement de deux roues dentées à profils en développante peut se simuler au moyen d'une transmission par fil constituée par deux tambours de diamètre d_{b1} et d_{b2} , d'un fil tendu entre ces deux pièces d'épaisseur nulle. Le double de la vitesse de déroulement et d'enroulement du fil serait, figure 19.1 à droite :

$$2 v_{\text{fil}} = \omega_1 d_{b1} = \omega_2 d_{b2} = \omega_1 d_1 \cos \alpha = \omega_2 d_2 \cos \alpha .$$

Dans cette expression, d_1 et d_2 sont les diamètres de roulement des cercles primitifs de fonctionnement de la transmission, l'angle α étant défini par l'inclinaison du fil par rapport à la perpendiculaire à la ligne des centres O_1O_2 .

19.1.2 ENGRENAGE EXTÉRIEUR À DENTURE DÉPORTÉE

Les avantages principaux des engrenages à denture déportée sont :

1. une augmentation de l'épaisseur de base ou du pied de dent d'où une résistance accrue à la flexion et une transmission d'efforts plus importantes. Avec déport et un petit nombre de dents, il est possible de doubler la capacité de charge de la denture.
2. une diminution et si possible une élimination complète du phénomène d'interférence à l'usinage des flancs.
3. une amélioration des conditions de glissement entre les profils, donc une augmentation de la durée de vie par abaissement de l'usure et de l'échauffement.
4. la possibilité d'adapter l'engrenage aux conditions imposées par l'implantation et d'adopter un double d'entraxe différent d'un multiple du module.

L'amélioration des caractéristiques mécaniques est particulièrement sensible dans les engrenages à petit nombre de dents. Le déport positif de l'outil de taillage est toujours recommandé. Le déport négatif engendre un raccourcissement de la développante sur les profils et peut créer une usure exagérée des flancs.

19.1.2.1 TAILLAGE DU PIGNON ET DE LA ROUE

Soit deux roues cylindriques à denture extérieure : un pignon à z_1 dents taillé avec un coefficient de déport x_1 , une roue à z_2 dents usinée avec un coefficient de déport x_2 . Représentons le profil de la crémaillère en position fixe et déplaçons les lignes primitives des deux roues par rapport à la ligne de référence :

- de $x_1 m$ pour le pignon,
- de $x_2 m$ pour la roue.

En appliquant la première loi des engrenages, la normale au profil du pignon 1 doit passer par le point C_1 , la normale au profil de la roue 2 par C_2 , ces deux points étant distants sur la ligne des centres de $(x_1 + x_2) m$. Les profils, tangents à la crémaillère, ne passent pas par ces deux points, figure 19.2. Si les roues étaient maintenues à cet entraxe, l'engrènement serait possible, mais le jeu normal deviendrait inadmissible. Pour que les deux roues viennent en contact correctement, sans jeu normal pour une denture théorique, il faut rapprocher les centres des deux roues. Les épaisseurs curvilignes de deux dentures sur les cercles primitifs peuvent s'exprimer par :

$$s_1 = \frac{1}{2} \pi m + 2 x_1 m \tan \alpha = (0,5 \pi + 2 x_1 \tan \alpha) m,$$

$$s_2 = \frac{1}{2} \pi m + 2 x_2 m \tan \alpha = (0,5 \pi + 2 x_2 \tan \alpha) m .$$

La position de la crémaillère influence l'épaisseur curviligne de la dent sur tous les cercles compris entre le cercle de base et le cercle de tête, mais ne modifie pas la valeur du pas de base des dentures.

19.1.2.2 ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT

La normale aux profils en développante, pour n'importe quel entraxe, reste toujours tangente aux deux cercles de base des roues. Déplaçons les centres O_1 et O_2 pour éliminer le jeu entre dents et désignons cet entraxe par *entraxe de fonctionnement* a' . Toutes les grandeurs

de fonctionnement sont et seront affectées du suffixe '. De l'invariabilité des diamètres de base des deux développantes, nous pouvons écrire :

$$d_{b1} + d_{b2} = 2 a \cos \alpha = 2 a' \cos \alpha',$$

ou encore :

$$a' = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = \frac{z_1 + z_2}{2} m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad (19.2.1)$$

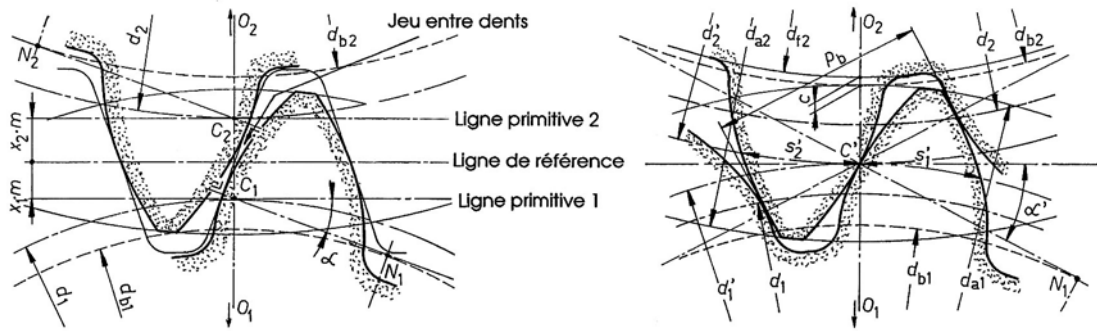


Figure 19.2 Engrenement de deux roues à dentures extérieures déportées

La tangente aux deux cercles de base, confondue avec la normale de fonctionnement aux profils déportés, coupe la ligne des centres au point C' avec :

$$O_1C' / O_2C' = d_1/d_2 = d_1'/d_2',$$

d_1' et d_2' étant les *diamètres* des cercles primitifs *de fonctionnement*. Les diamètres primitifs de fonctionnement se trouvent simplement par :

$$d_1' = d_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = z_1 m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}, \quad (19.2.2)$$

$$d_2' = d_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = z_2 m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}. \quad (19.2.3)$$

Dans ces deux expressions, l'angle de pression de fonctionnement α' est pour l'instant inconnu. Introduisons, seulement pour la recherche de l'*angle de pression de fonctionnement* α' , le pas primitif de fonctionnement p' devant être identique sur les deux cercles primitifs de fonctionnement :

$$p' = \pi m' = \pi m \cdot \cos \alpha / \cos \alpha'.$$

Le pas de base de la développante de cercle doit être le même sur les deux dentures puisque c'est la distance normale entre deux flancs homologues de chacune des roues. Cette grandeur peut se trouver par :

$$p_b = p \cos \alpha = p' \cos \alpha'.$$

Sur les cercles primitifs de fonctionnement, la somme des deux longueurs curvilignes des dents du pignon 1 et de la roue 2 doit être égale au pas primitif de fonctionnement p' . Appliquons la relation générale de la longueur curviligne de dent sur les diamètres d_1' et d_2' :

$$s_1' = d_1' [(0,5 \pi + 2 x_1 \tan \alpha) / z_1 + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha'],$$

$$s_2' = d_2' [(0,5 \pi + 2 x_2 \tan \alpha) / z_2 + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha'],$$

$$p' = s_1' + s_2'.$$

En introduisant : $d_1' = z_1 m \cos\alpha/\cos\alpha'$ et $d_2' = z_2 m \cos\alpha/\cos\alpha'$, le pas primitif de fonctionnement $p' = \pi m \cos\alpha/\cos\alpha'$ et sommons membre à membre les deux relations, le pas primitif de fonctionnement devient :

$$p' = \pi m \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} = m \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} [\pi + 2(x_1 + x_2) \tan\alpha + (z_1 + z_2)(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha')].$$

Après simplification, l'angle de pression de fonctionnement est relié à l'angle de génération, aux nombres de dents et aux coefficients de déport par la relation de base pour le calcul de tout engrenage cylindrique à denture droite déportée :

$$\text{inv}\alpha' = \text{inv}\alpha + 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \tan\alpha. \quad (19.2.4)$$

L'angle de pression de fonctionnement α' dépend essentiellement du rapport :

$$f(\alpha') = 2(x_1 + x_2)/(z_1 + z_2).$$

si l'angle de génération est fixé à 20° . Pour trouver l'angle de pression de fonctionnement, il faut calculer la valeur de la fonction involute α' et effectuer la transformation inverse pour trouver finalement l'angle de pression de fonctionnement, soit numériquement, soit par interpolation dans une table.

19.1.2.3 CORRECTION DU CERCLE DE TÊTE DES ROUES

Le rapprochement des centres O_1 et O_2 par rapport à leur position de taillage respectif provoque une diminution du vide à fond de dent de fonctionnement, figure 19.2. Le vide à fond de dent n'a plus sa valeur nominale $c = 0,25 m$. Pour maintenir le vide à fond de dent, il est nécessaire de diminuer le cercle de tête des deux roues de la quantité :

$$k m = a(1 - \cos\alpha/\cos\alpha') + (x_1 + x_2) m,$$

k étant le coefficient de correction du cercle de tête. Le diamètre de tête peut se donner en fonction du double de l'entraxe de fonctionnement, du diamètre de pied de la roue conjuguée tout en conservant le vide à fond de dent $c = c^* m$ par :

$$d_{a1} = 2 a' - d_{f2} - 2 c^* m, \quad (19.3.1)$$

$$d_{a2} = 2 a' - d_{f1} - 2 c^* m. \quad (19.3.2)$$

Pratiquement, cette cote théorique peut s'arrondir au dixième de mm.

19.1.3 TYPES D'ENGRENAGES EXTÉRIEURS À DENTURE DÉPORTÉE

On peut distinguer trois genres d'engrenages extérieurs à denture déportée :

1. Engrenage à denture déportée avec entraxe nominal,
2. Engrenage à denture déportée avec coefficients de déport imposés,
3. Engrenage à denture déportée avec entraxe imposé différent de l'entraxe nominal.

19.1.3.1 ENGRENAGE À ENTRAXE NOMINAL AVEC DÉPORT

Si l'engrenage doit fonctionner à l'entraxe nominal a et si l'on désire profiter des améliorations engendrées par le déport de denture, la somme des coefficients de déport doit rester nulle. L'angle de pression nominal α_p est conservé et le calcul des dimensions géométriques est fortement simplifié. Pour appliquer ce genre de déport, la somme des nombres de dents devrait remplir la condition :

$$z_1 + z_2 \geq 50 \text{ dents.}$$

Un déport positif est prévu sur le pignon, un déport négatif sur la roue, ce qui diminue les performances de ce dernier profil. Un contrôle détaillé de la denture déportée négativement est toujours indiqué afin d'éviter des conditions défavorables de transmission du mouvement et des efforts. La figure 19.3 montre un exemple d'un engrenage sans et avec déport.

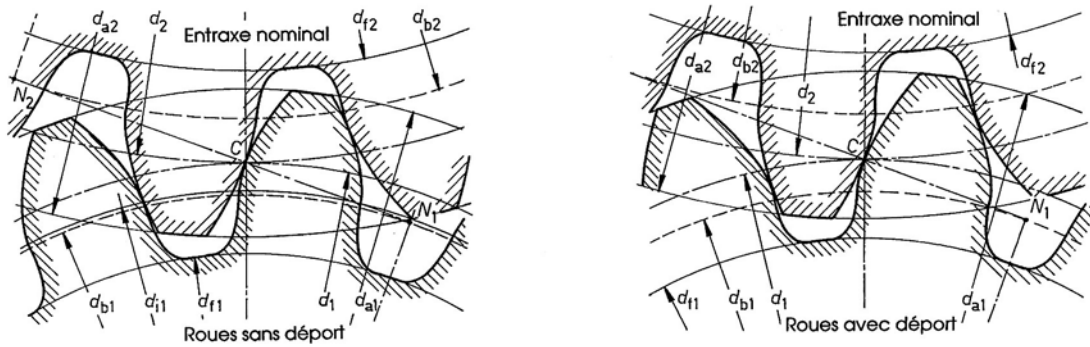


Figure 19.3 Engrenage extérieur à entraxe nominal sans et avec déport

19.1.3.2 ENGRENAGE AVEC COEFFICIENTS DE DÉPORT IMPOSÉS

Les engrenages à denture déportée peuvent s'adapter facilement aux conditions imposées par l'étude : transmission favorable des efforts, pression superficielle entre les flancs, vitesse de glissement, usure et durée de vie favorables, etc. Une répartition optimale des coefficients de déport entre le pignon et la roue augmente la capacité de charge de l'engrenage. Deux types de calcul existent pratiquement : soit les coefficients de déport sont imposés, soit l'entraxe est fixé par l'implantation de l'engrenage. L'interférence doit être absolument évitée sur les deux roues.

Si la somme des déports $x_1 + x_2$ est imposée, calculer le rapport $2(x_1 + x_2)/(z_1 + z_2)$, déterminer la valeur de la fonction $\text{inv}\alpha'$ et calculer la valeur de cet angle de pression de fonctionnement soit au moyen de la table, soit par la méthode de Newton-Raphson. L'entraxe de fonctionnement se trouve alors par :

$$a' = a \cos\alpha / \cos\alpha'$$

ou encore :

$$d_1'/d_1 = d_2'/d_2 = a'/a.$$

Contrôler les autres grandeurs de fonctionnement : le vide à fond de dent, l'épaisseur curviligne sur le cercle de tête, les conditions de conduite.

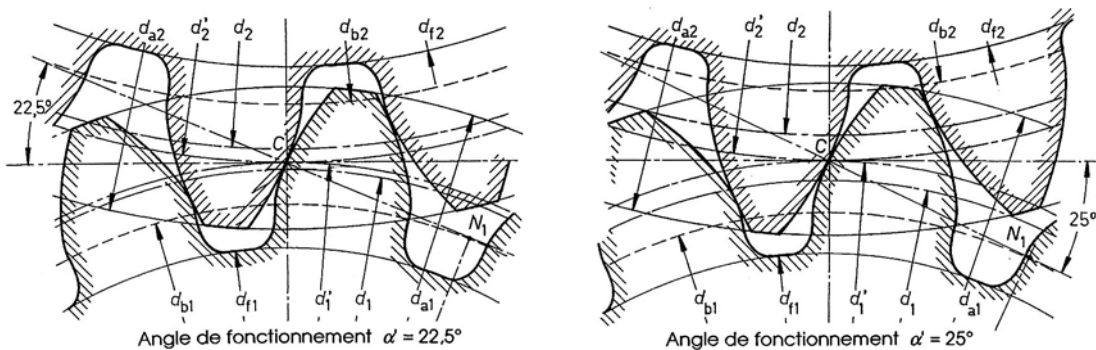


Figure 19.4 Engrenage extérieur à denture déportée avec entraxe modifié

19.1.3.3 ENGRENAGE AVEC ENTRAXE DE FONCTIONNEMENT IMPOSÉ

À partir du nombre de dents des deux roues, du module, calculer l'entraxe nominal a , le rapport $a'/a = \cos\alpha/\cos\alpha'$, en déduire l'angle de pression de fonctionnement par :

$$\alpha' = \arccos(a \cos\alpha / a').$$

De la relation générale de l'angle de pression de fonctionnement (19.2.4), tirer la somme des coefficients de déport, figure 19.4 :

$$x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2 \tan \alpha} (\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha). \quad (19.4)$$

Répartir les coefficients de déport entre le pignon et la roue en fonction des critères retenus pour l'optimisation de la denture ou des formules proposées.

19.2 GRANDEURS DE FONCTIONNEMENT

Dans les engrenages à denture en développante de cercle, la ligne d'action est un segment rectiligne tangent aux cercles de base des roues menante et menée. Pendant l'engrènement, les flancs se trouvent en contact sur une partie seulement de cette ligne d'action.

19.2.1 ENGRENAGE À CRÉMAILLÈRE

Soit un pignon 1 en prise avec une crémaillère d'engrènement, figure 19.5. Dans ce cas particulier, les flancs viennent en contact entre les points E_0 et E_1 situés sur les lignes de tête des deux dentures. Tous les points de contact sont situés sur la ligne d'action tangente au cercle de base du pignon, passant par le point C placé sur les deux lignes primitives. Pour qu'il y ait continuité dans l'engrènement, il faut qu'au moins une paire de dents soit en contact entre les points E_0 et E_1 et que le profil de la dent du pignon soit à développante. Le segment compris entre ces deux points est la *longueur de conduite* g . Le contact d'approche est compris entre la ligne de tête de la crémaillère et le point central C . Le contact de retraite se trouve entre ce point et le cercle de tête du pignon. Ces deux types de contact divisent la longueur de conduite g en deux segments partiels : la longueur d'approche g_f et la longueur de retraite g_a . Comme la distance entre deux flancs homologues successifs est égale au pas de base p_b , la continuité de l'engrènement est satisfaite si la longueur de conduite est supérieure au pas de base.

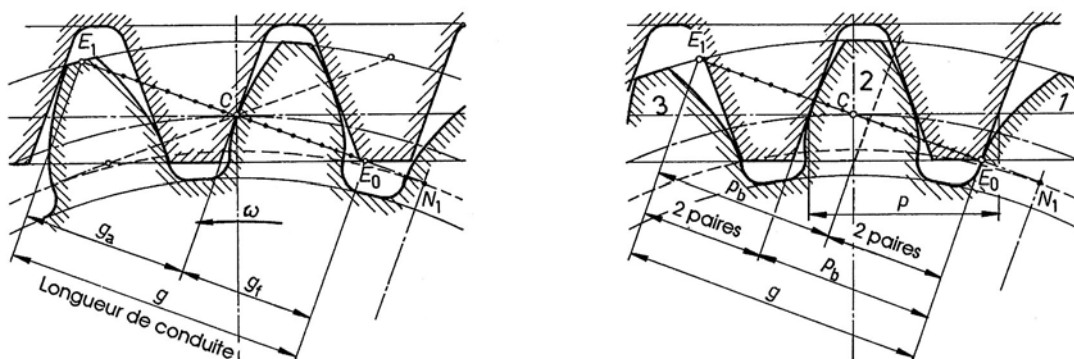


Figure 19.5 Conduite dans un engrenage à crémaillère

Pour les dentures droites à développante, le rapport de conduite de l'engrenage à crémaillère est égal à :

$$\varepsilon = \frac{E_0 E_1}{P_b} = \frac{g}{P_b} = \frac{g_f + g_a}{P_b}. \quad (19.5.1)$$

L'engrenage doit posséder un rapport de conduite supérieur à 1. Pour les engrenages très lents, il est possible d'admettre la limite inférieure pratique $\varepsilon \geq 1,1$ et pour les engrenages rapides, il faut que $\varepsilon \geq 1,4$. Le pas de base étant défini par : $p_b = \pi m \cos \alpha$, les rapports de conduite partiels étant ε_a et ε_f , il est possible d'exprimer le rapport de conduite total par la somme :

$$\varepsilon_f = g_f / (\pi m \cos \alpha) \quad \text{et} \quad \varepsilon_a = g_a / (\pi m \cos \alpha), \quad (19.5.2)$$

et :

$$\varepsilon = \varepsilon_f + \varepsilon_a = \frac{g_f + g_a}{\pi m \cos \alpha}. \quad (19.5.3)$$

Le rapport de conduite de retraite peut se trouver en fonction du nombre de dents et du coefficient de déport. Sur la crémaillère, ce rapport peut se trouver en fonction du coefficient de déport et de la saillie. Le rapport de conduite partiel d'une crémaillère, angle de pression 20° , sans déport est égal à 0,99. L'engrenage théorique se composant de deux crémaillères possède donc un rapport de conduite $\varepsilon = 1,98$, inférieur à 2 pour un angle de génération de 20° .

Observons le déplacement des points de contact entre les deux composants de l'engrenage. Sur la figure 19.5 à droite, la dent du pignon commence à venir en contact avec celle de la crémaillère au point E_0 ; une deuxième dent du pignon est également en contact avec la crémaillère, la distance entre les deux points étant le pas de base. Dans cette position, la transmission du mouvement et des efforts est assurée par deux paires de dents. Lorsque le pignon continue à tourner autour de son centre, le contact à deux paires de dents reste conservé tant que le point de contact avant n'a pas atteint E_1 . La première dent du pignon se trouve alors à droite du point C à une distance p_b du point E_1 . Pour une rotation subséquente du pignon, la première dent participe seule à la transmission du mouvement tant que la distance de ce point de contact au point E_0 est inférieure au pas de base. Une nouvelle dent du pignon engrène avec la prochaine dent de la crémaillère. Dans les engrenages cylindriques à denture droite, la transmission du mouvement et des efforts s'effectue tantôt par une paire, tantôt par deux paires de dents suivant la position des points de contact sur la longueur de conduite. Cette particularité mécanique est l'une des sources d'à-coups et de bruit dans le mécanisme à roues dentées droites.

19.2.2 ENGRENAGE CYLINDRIQUE EXTÉRIEUR

Soit un pignon 1 et une roue 2, taillés avec la même crémaillère, en contact au point C sur la ligne des centres, figure 19.6. La ligne d'action, tangente aux deux cercles de base, passe par le point C placé sur les deux primitifs de fonctionnement. La conduite de l'engrenage est limitée par les deux cercles de tête des roues. La longueur de conduite est le segment rectiligne $E_1 E_2$ définis par les points d'intersection de la ligne d'action avec ces cercles. Si le pignon est moteur, les longueurs partielles sont :

- la longueur d'approche : $g_f = E_2 C$,
- la longueur de retraite : $g_a = C E_1$.

La longueur de conduite est la somme de ces deux segments et le rapport de conduite se trouve par :

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

$$\varepsilon = \frac{E_2 E_1}{p_b} = \frac{g}{p_b} = \frac{g_f + g_a}{p_b}$$

Introduisons aussi les rapports de conduite partiels :

- rapport de conduite d'approche : $\varepsilon_f = g_f / (\pi m \cos \alpha)$, (19.6.1)

- rapport de conduite de retraite : $\varepsilon_a = g_a / (\pi m \cos \alpha)$. (19.6.2)

Le rapport de conduite de l'engrenage cylindrique extérieur se détermine par la somme :

$$\varepsilon = \varepsilon_f + \varepsilon_a = \frac{g_f + g_a}{\pi m \cos \alpha} \quad (19.6.3)$$

Dans tout engrenage à denture en développante, il existe deux lignes d'action symétriques car deux lignes peuvent être tangentes intérieures aux cercles de base des développantes. Leurs longueurs sont égales. Le rapport de conduite dépend seulement du nombre de dents, des coefficients de déport et non du module. Le rapport de conduite est la grandeur vérifiant la seconde loi des engrenages.

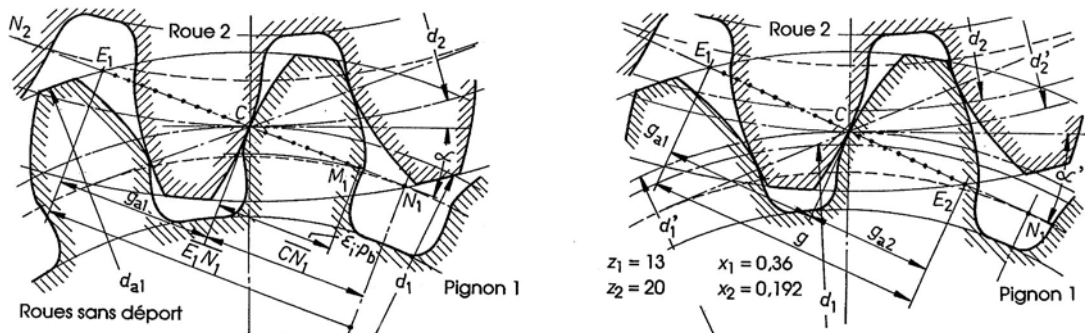


Figure 19.6 Rapports de conduite dans un engrenage cylindrique extérieur
À gauche : pignon avec interférence À droite, même engrenage, mais avec déport

La figure 19.6 représente le même engrenage, à gauche avec des dentures non déportées, à droite avec des dentures déportées. L'engrenage non déporté est constitué par un pignon à 13 dents et une roue à 20 dents. Le taillage du pignon provoque un raccourcissement de la longueur d'approche et le rapport de conduite partiel est :

$$\varepsilon_{f1} = \varepsilon_{a1} = CM_1 / (\pi m \cos \alpha)$$

Il faut absolument éviter l'interférence sur l'une des roues de l'engrenage. La transmission du mouvement et des efforts entre les roues s'effectue aussi au moyen de deux paires de dents lorsque les points de contact sont voisins des points limites E_1 ou E_2 tandis que lorsque le contact est voisin du point C , une seule paire de dents est en action. Dans l'engrenage cylindrique extérieur, la transmission des efforts s'effectue par une ou par deux paires de dents suivant la position du ou des points de contact sur la longueur de conduite. Cette particularité est aussi la source des à-coups et du bruit dans ce mécanisme à engrenage.

19.2.3 CALCUL DU RAPPORT DE CONDUITE

La longueur de conduite g est limitée par les deux points E_1 et E_2 situés sur les circonférences de tête du pignon 1 et de la roue 2, ou sur la ligne de tête de la crémaillère au point E_0 . Le rapport de conduite total se trouve à partir des deux rapports partiels. Le rapport de retraite ε_{a1} du pignon 1 se calcule par :

$$\varepsilon_{a1} = g_{a1}/(\pi m \cos\alpha) = (N_1E_1 - N_1C)/(\pi m \cos\alpha),$$

avec :

$$N_1E_1 = 1/2 d_{b1} \tan\alpha_{a1} = 0,5 z_1 m \cos\alpha \tan\alpha_{a1},$$

$$N_1C = 1/2 d_{b1} \tan\alpha' = 0,5 z_1 m \cos\alpha \tan\alpha',$$

$$N_1E_1 - N_1C = 0,5 z_1 m \cos\alpha (\tan\alpha_{a1} - \tan\alpha').$$

Après simplification par $m \cos\alpha$, les rapports de conduite partiels de retraite s'expriment par :

1. pour le pignon :
$$\varepsilon_{a1} = \frac{z_1}{2\pi} (\tan\alpha_{a1} - \tan\alpha'), \quad (19.7.1)$$

2. pour la roue :
$$\varepsilon_{a2} = \frac{z_2}{2\pi} (\tan\alpha_{a2} - \tan\alpha'), \quad (19.7.2)$$

3. pour la crémaillère :
$$\varepsilon_{a0} = \frac{1 - x_1}{\pi \sin\alpha_p \cos\alpha_p}. \quad (19.7.3)$$

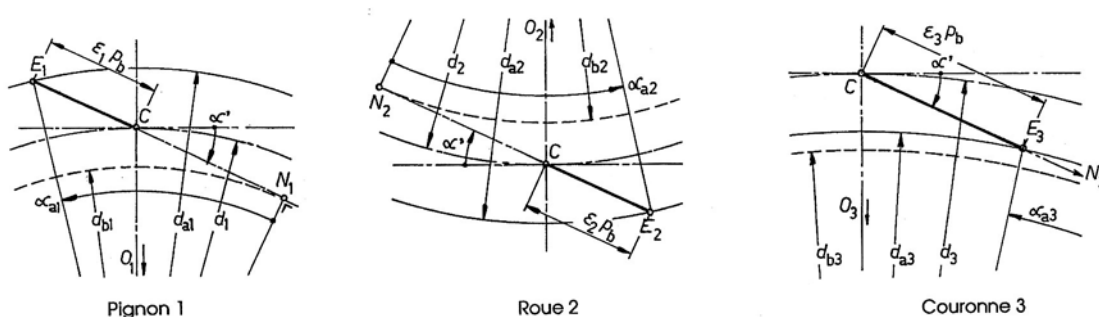


Figure 19.7 Longueur de conduites du pignon 1, de la roue 2 et de la couronne 3

Ces relations sont applicables seulement aux engrenages sans interférence. La figure 19.7 montre les rapports de conduite pour les trois types de roues droites. La longueur de conduite d'une couronne est limitée soit par le cercle de tête, soit par le cercle de base. Elle doit être plus courte que la distance CN_1 du pignon venant s'engrener dans la couronne. Les rapports de conduite partiels de retraite peuvent se donner sous forme tabulaire pour la denture non déportée normale avec un angle de pression de 20° . Le rapport de conduite total est égal à la somme des deux rapports partiels. Ces valeurs peuvent aussi s'introduire dans une première approche de la denture peu déportée.

Tableau 19.1
Rapport de conduite partiel d'une roue non déportée
engrenant avec une roue sans interférence

z^*	ε_a	z	ε_a	z	ε_a	z	ε_a
6	0,614	18	0,765	30	0,827	56	0,887
7	0,635	19	0,772	31	0,830	60	0,892
8	0,653	20	0,778	32	0,834	68	0,902
9	0,678	21	0,786	33	0,837	76	0,909
10	0,685	22	0,790	34	0,840	84	0,916
11	0,698	23	0,796	35	0,843	92	0,922

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

12	0,710	24	0,801	36	0,846	100	0,926
13	0,721	25	0,806	38	0,852	125	0,938
14	0,731	26	0,810	40	0,857	150	0,946
15	0,741	27	0,815	44	0,866	200	0,956
16	0,749	28	0,819	48	0,874	400	0,972
17	0,757	29	0,823	52	0,881	∞	0,990
z* roues avec interférence au pied de dent							

Pour les dentures déportées, le calcul du rapport de conduite nécessite la recherche de l'angle de pression de tête α_a pour le pignon et la roue. Si le pignon présente de l'interférence au pied de dent, la longueur de retraite de la roue doit être inférieure à la distance $CM_1 = \varepsilon_{a1} p_b$ ou le rapport de conduite partiel de la roue ε_{a2} doit être plus petit que le rapport de conduite ε_{a1} calculé à l'interférence. Si cette condition n'est pas remplie, il y a *interférence à l'engrènement* et le rapport total de conduite est limité à la somme : $\varepsilon = \varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2}$. Le déport de denture engendre habituellement une diminution du rapport total de conduite.

19.2.4 GLISSEMENT ET ROULEMENT DES PROFILS

Pendant l'engrènement des deux roues formant l'engrenage droit parallèle, les flancs en contact roulent l'un sur l'autre en glissant. La courbure des flancs joue un rôle capital dans la formation de la pression superficielle et le glissement dans l'usure des surfaces actives d'où pertes d'énergie mécanique.

19.2.4.1 VITESSE DE GLISSEMENT DES FLANCS

La vitesse de glissement des flancs en contact provient de la différence des vitesses relatives, voir figure 18.14 . Elle est proportionnelle à la distance du point de contact A au point C et à la somme des vitesses angulaires des deux roues :

$$v_{gl} = (\omega_1 + \omega_2) CA.$$

Comme le point de contact se déplace sur un segment rectiligne, la vitesse de glissement peut se représenter facilement en fonction de la position du point de contact sur la denture. La vitesse de glissement maximale pour le pignon est atteinte au point E_1 et elle est minimale au point E_2 . Ces deux vitesses peuvent s'exprimer en fonction des rapports de retraite :

- vitesse maximale : $v_{gl \max} = (\omega_1 + \omega_2) \varepsilon_{a1} p_b,$ (19.8.1)

- vitesse minimale : $v_{gl \min} = (\omega_1 + \omega_2) \varepsilon_{a2} p_b.$ (19.8.2)

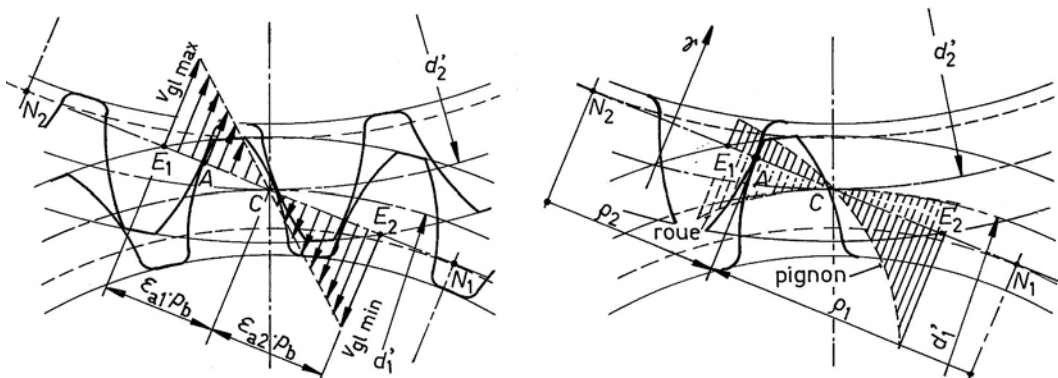


Figure 19.8 Vitesse de glissement des flancs et glissement spécifique

19.2.4.2 GLISSEMENT SPÉCIFIQUE

Le *glissement spécifique* a été défini comme le rapport entre la vitesse de glissement et la vitesse de roulement d'un des flancs. Pour le pignon au point A , il se calcule par :

$$\gamma_1 = \frac{(\omega_1 + \omega_2) \overline{CA}}{\omega_1 \overline{N_1 A}}$$

La figure 19.8 à droite représente le glissement spécifique entre les deux flancs porteurs du pignon et de la roue. Remplaçons la vitesse de glissement par la différence des deux vitesses relatives et introduisons les deux rayons de courbure ρ_1 et ρ_2 des développantes en contact. Le glissement spécifique sur le flanc peut se donner sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= (v_{r1} - v_{r2})/v_{r1} = (\rho_1 \omega_1 - \rho_2 \omega_2)/(\rho_1 \omega_1), \\ \gamma_1 &= (\rho_1 - \rho_2 z_1/z_2)/\rho_1. \end{aligned} \quad (19.8.3)$$

Le glissement spécifique sur la roue s'exprime par :

$$\gamma_2 = (\rho_2 - \rho_1 z_2/z_1)/\rho_2. \quad (19.8.4)$$

Le glissement spécifique ne dépend pas des vitesses angulaires; c'est donc une caractéristique géométrique de l'engrenage. Comme le rayon de courbure de la développante est nul sur le cercle de base, le glissement spécifique devient infiniment grand aux points de tangence N_1 et N_2 . Il faut donc éviter tout contact au début de la développante.

19.2.5 RAYONS DE COURBURE ET RAYONS RÉDUITS

Le contact entre les flancs porteurs du pignon et de la roue peut être assimilé à celui de deux cylindres de mêmes rayons de courbure que ceux des deux développantes. Les centres de courbure étant N_1 et N_2 , les rayons de courbure des développantes se trouvent en calculant la distance du point de contact A à ces points de tangence.

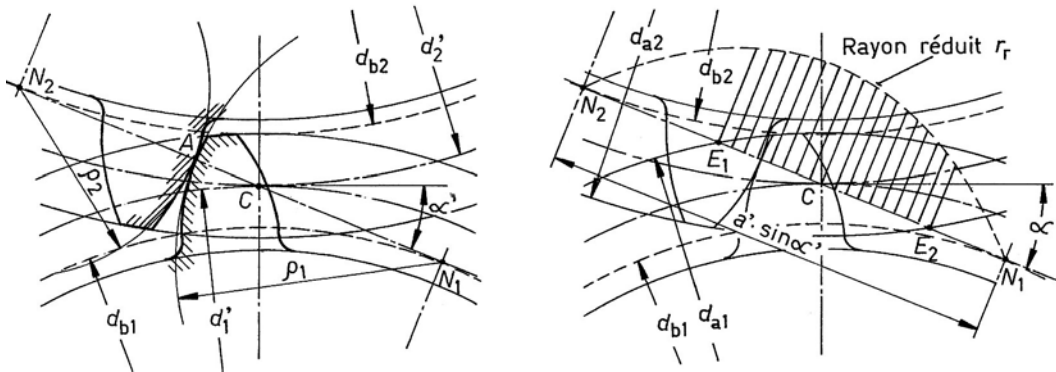


Figure 19.9 Rayons de courbure des développantes et variation du rayon réduit.

Soient ρ_1 et ρ_2 les deux rayons de courbure des développantes au point de contact A . Calculons la grandeur du rayon réduit en ce point :

$$\frac{1}{\rho_r} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \Rightarrow \rho_r = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (19.9.1)$$

La distance entre les deux centres de courbure N_1 et N_2 étant calculable par :

$$N_1 N_2 = a' \sin \alpha'$$

la variation du rayon réduit sur la longueur d'action est parabolique. Le rayon réduit varie de zéro à la valeur maximale, située à mi distance des points de tangence N_1 et N_2 , soit :

$$\rho_{r \max} = \frac{1}{4} a' \sin \alpha'$$

Au point primitif C , le rayon réduit se trouve par l'expression :

$$\rho_{rC} = \frac{1 + z_2 / z_1}{d'_1 z_2 / z_1} \cdot \frac{\sin \alpha'}{2} \quad (19.9.2)$$

car : $\rho_{1C} = \frac{1}{2} d'_1 \sin \alpha'$,
 $\rho_{2C} = \frac{1}{2} d'_2 \sin \alpha' = \frac{1}{2} d'_1 z_2 / z_1 \sin \alpha'$.

Le rayon réduit intervient dans le contrôle de la pression superficielle au moyen de la relation de Hertz. Les points de contact entre les flancs devront se situer loin des points de tangence N_1 et N_2 , si possible vers le milieu du segment N_1N_2 .

19.2.6 FABRICATION D'UNE ROUE PAR UN COUTEAU DISQUE

Toutes les discussions sur la génération des profils de denture ont été basées sur un outil crémaillère à flancs droits théorique. Toute opération d'usinage provoque une usure du tranchant sur les surfaces de coupe et l'outillage doit posséder des angles de coupe conformes au procédé de fabrication. L'avantage essentiel de la crémaillère est de posséder un pas constant sur toute ligne parallèle à la ligne de référence. Si l'outil de taillage est constitué par une fraise mère ou un couteau disque, l'affûtage des surfaces de coupe modifie inmanquablement les divers diamètres de définition.

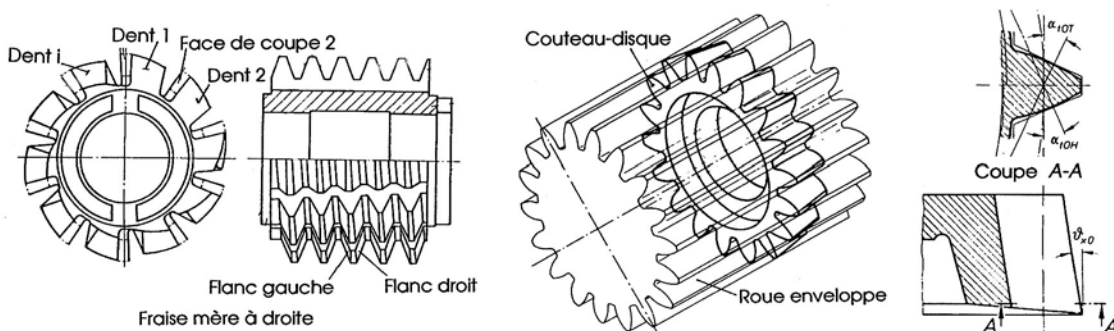


Figure 19.10 Dimensions principales d'une fraise mère Géométrie d'un couteau disque selon DIN 8000 et selon DIN 1829

L'usinage par fraise mère peut être assimilé en première approximation à celui de la crémaillère à flancs droits. La norme DIN 8000 fixe les définitions de cet outil, en particulier les termes utilisés, l'angle de filet γ_0 de la fraise, le diamètre primitif d_0 , etc.

Le taillage par génération de la denture d'une roue par un outil constitué par un couteau disque s'effectue par l'engrènement mutuel entre l'outil circulaire et la roue à usiner sur des cercles différents des cercles primitifs. La géométrie de cet outil se définit par la forme de la roue enveloppe et celle des surfaces de coupe. L'angle de dépouille ϑ_{x0} étant présent sur le couteau disque, la norme DIN 1829 prévoit une roue enveloppe avec déport positif lorsque l'outil est neuf, roue diminuant en diamètre lors des affûtages successifs, pour devenir finalement à déport négatif.

L'angle de pression sur le cercle primitif du profil fabriqué va dépendre de l'état de l'outil, du coefficient de déport adopté, de la forme et du nombre de dents de l'outil, le pas de base de la développante restant conservé. Par rapport à l'usinage par crémaillère ou par fraise mère, le

vide à fond de dent est habituellement plus grand et le risque d'interférence du profil de pied avec la développante est augmenté. La figure 19.11 montre le taillage d'un pignon à 16 dents avec un coefficient de déport $x = 0,4$ obtenu par un outil disque à 19 dents avec une saillie $h_a = 1,25 m$. La figure de gauche montre la position de l'outil et le profil de la dent pendant l'opération d'ébauchage, la profondeur du creux dans la roue étant 70% de la valeur finale. La figure de droite montre le profil atteint lorsque le cercle primitif de l'outil est à $0,4 m$ du cercle primitif du pignon. Dans la position de finition, le cercle primitif de l'outil n'est pas en contact avec le cercle primitif du pignon à tailler. Les diamètres primitifs de fonctionnement pendant la taille sont désignés par :

- pour l'outil : d_w' ,
- pour la roue en usinage : d_{1w}' .

La ligne d'action, tangente aux deux cercles de base, passe par le point de touche de ces deux cercles.

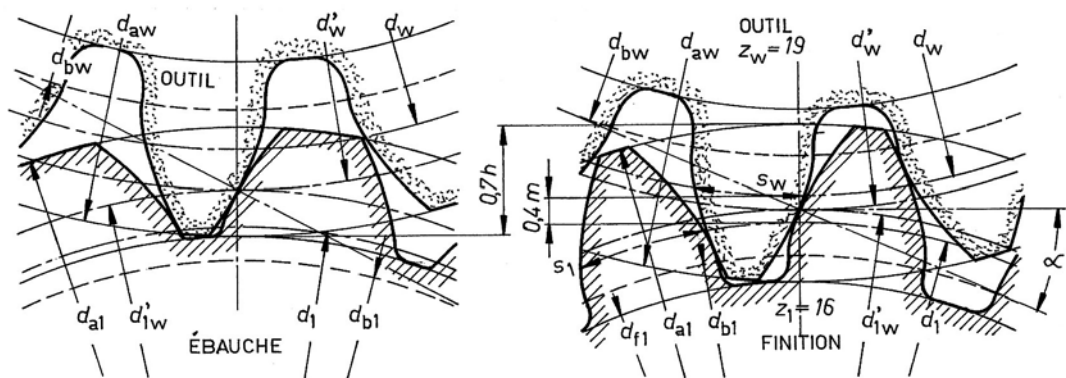


Figure 19.11 Taillage d'un pignon déporté par un couteau disque

L'entraxe de taillage de la denture déportée, en supposant un outil à cote nominale, donc à déport nul, est :

$$a'' = a + x m = [0,5 (z_w + z_{1w}) + x] m,$$

avec : z_w nombre de dents de l'outil,
 z_{1w} nombre de dents de la roue à tailler,

et l'entraxe nominal : $a = 0,5 (z_w + z_{1w}) m$.

L'angle de pression de taillage sur les diamètres primitifs de fonctionnement d_w' et d_{1w}' se trouve par :

$$\cos \alpha' = a \cos \alpha / (a + x m).$$

Un contrôle de l'écartement sur k dents permet en général d'apporter la correction nécessaire pour atteindre la forme voulue de la denture. Un contrôle de la longueur de l'arc en développante sur le profil généré est nécessaire pour les petits nombres de dents afin que le profil de la roue conjuguée vienne seulement en contact avec un profil à développante de cercle de l'outil.

19.2.7 OBTENTION DU JEU DANS L'ENGRENAGE

Malgré la haute précision atteinte par les machines à fabriquer les roues dentées, les profils des flancs ne sont jamais exactement en développante de cercle, mais plus ou moins polygonaux. Pour qu'un engrenage fonctionne correctement, il faut prévoir du jeu entre les paires de dents participant à la transmission du mouvement afin d'éviter tout coincement qui serait catastrophique. De plus, l'entraxe est toujours affecté d'une tolérance de montage influencée également par le comportement des paliers. Le jeu entre dents est obtenu habituellement par déplacement de l'outil par rapport à sa position théorique. Pour les dentures extérieures, les écarts supérieur et inférieur de l'épaisseur de dent se mesurent sur la cote de contrôle W_k d'écartement de dents.

19.2.7.1 MESURE DE L'ÉCARTEMENT SUR k DENTS

Transformons la relation générale donnée précédemment de la cote de contrôle W_k en introduisant la valeur du pas de base p_b et celle de l'épaisseur curviligne de base s_b :

- pas de base : $p_b = \pi m \cos \alpha$,
- épaisseur de dent sur le cercle de base : $s_b = d_b (s/d + \text{inv} \alpha)$,
- épaisseur de dent sur le cercle primitif : $s = 1/2 \pi m + 2 x m \tan \alpha$,
- diamètre de base : $d_b = z m \cos \alpha$.

En introduisant ces diverses valeurs dans l'expression primitive et après simplifications, la cote de contrôle se définit par :

$$W_k = m \cos \alpha [(k - 0,5) \pi + z \text{inv} \alpha + 2 x m \tan \alpha] . \quad (19.10)$$

Pour que les points de touche de l'instrument de mesure à faces parallèles se trouvent près du cercle primitif des flancs, le nombre entier de dents k dans la mesure se trouve par :

$$k = z/9 + 0,5,$$

pour une denture normale à 20° sans déport. Le nombre de dents doit être au minimum 2 et une correction de cette cote est nécessaire pour les dentures déportées. La figure 19.12 montre ce nombre k en fonction du nombre de dents de la roue et du coefficient de déport.

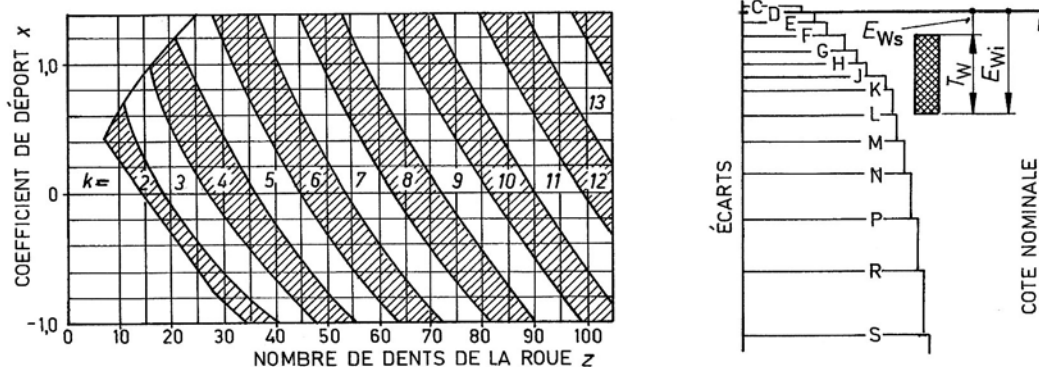


Figure 19.12 Nombre de dents de contrôle k et position des écarts selon norme ISO

Les écarts supérieur et inférieur d'écartement des dents E_{ws} et E_{wi} sont à choisir parmi les valeurs normalisées, voir système de tolérance ISO pour dentures. La figure 19.12 montre le principe de la position des écarts par rapport à la cote nominale, la zone de tolérance T_w et les zones de tolérance déterminées par des lettres. Le jeu dans l'engrenage dépend finalement des écarts sur la cote de contrôle et des écarts sur l'entraxe de fonctionnement de l'engrenage.

19.2.7.2 MESURE DE L'ÉPAISSEUR DE DENT PAR DES GALETS

Il existe une autre possibilité de trouver indirectement l'épaisseur de la dent. La mesure se réalise au moyen de deux galets cylindriques ou éventuellement de deux billes de même diamètre logés dans deux entredents opposés diamétralement. Cette méthode est surtout utilisée pour les dentures intérieures mais elle peut aussi s'employer pour les dentures extérieures si l'on ne possède pas un instrument de contrôle adéquat. Les galets de diamètre d_R doivent toucher les profils près du cercle primitif de fonctionnement.

Soit d le diamètre primitif de la roue à contrôler, d_r le diamètre de la circonférence passant par le centre des galets et α_R l'angle de pression de la développante au point de touche du galet avec les profils de dent. Ce diamètre peut s'exprimer par :

$$d_r = d \cos \alpha / \cos \alpha_R,$$

l'angle de pression α_R restant à déterminer. Dessinons la développante de cercle passant par le centre du galet et exprimons l'égalité de la somme des angles à partir de l'axe de symétrie de la dent :

$$s/d + \text{inv} \alpha + d_R/d_b = \pi/z + \text{inv} \alpha_R,$$

ou encore :
$$\text{inv} \alpha_R = s/d + \text{inv} \alpha + d_R/d_b - \pi/z, \tag{19.11.1}$$

avec : $d_b = z m \cos \alpha,$
 $s = 0,5 \pi m + 2 x m \tan \alpha,$
 $d_R = \text{environ } 1,8 m.$

Deux cas sont à considérer : soit le nombre de dents est pair, soit il est impair. Si le nombre d'entredents est pair, la cote de contrôle pour une denture extérieure se trouve par :

$$M_R = m z_{\text{pair}} \cos \alpha / \cos \alpha_R + d_R. \tag{19.11.2}$$

Si par contre le nombre d'entredents est impair, la cote de contrôle pour une denture extérieure vaut :

$$M_R = m z_{\text{impair}} \cos(\pi/2z) \cos \alpha / \cos \alpha_R + d_R. \tag{19.11.3}$$

Comme le nombre de dents est impair, les galets ne sont pas diamétralement opposés et le diamètre de contrôle d_r' se trouve par l'expression :

$$d_r' = d_r \cos(\pi/2z).$$

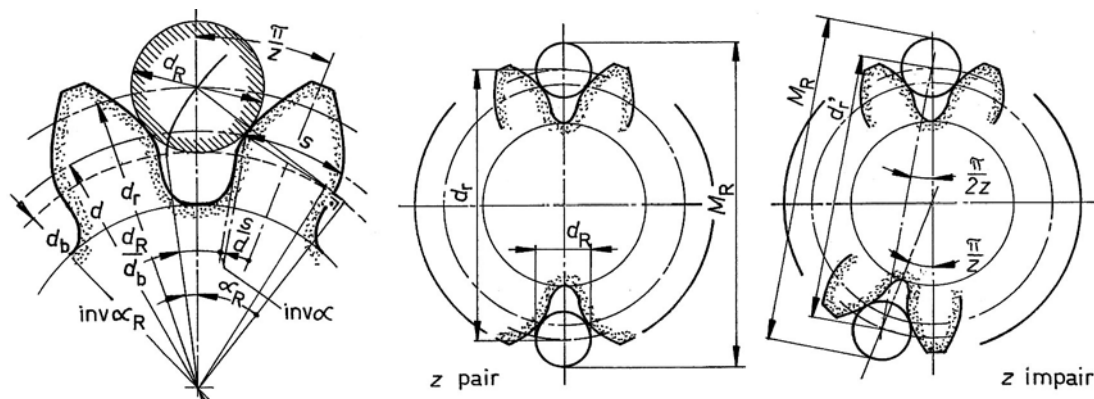


Figure 19.13 Mesure de l'épaisseur de la denture extérieure par deux galets.

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

19.2.7.3 JEU NORMAL ENTRE LES FLANCS DES DENTURES

Supposons les flancs de la denture à développante de forme parfaite et calculons le jeu normal entre les dentures en tenant compte :

- des écarts E_{Ws} et E_{Wi} d'écartement de dents,
- des erreurs d'entraxe en admettant $\pm 0,5 T_{fa}$ selon ISO.

Pour les dentures non déportées ou déportées, le jeu normal entre les dentures peut se calculer avec assez de précision par :

$$J_{n \max} = (E_{Wi1} + E_{Wi2}) + T_{fa} \sin \alpha'$$

$$J_{n \min} = (E_{Ws1} + E_{Ws2}) - T_{fa} \sin \alpha'$$

Tous les écarts doivent s'introduire en valeur absolue dans ces deux relations. Les erreurs de pas, de forme de flanc, de parallélisme et de déviation des axes ne sont pas contenues dans ces deux expressions.

19.2.8 DIMENSIONS GÉNÉRALES DES ENGRENAGES DÉPORTÉS

Toutes les relations géométriques données précédemment dans l'exposé des principes de fabrication des dentures déportées peuvent se résumer dans le tableau 19.2 applicable aux engrenages parallèles à denture droite.

Tableau 19.2

Grandeurs géométriques des roues cylindriques droites à dentures déportées

Grandeurs	Pignon 1	Roue 2
Diamètres		
- primitif	$d_1 = z_1 m$	$d_2 = z_2 m$
- de base	$d_{b1} = z_1 m \cos \alpha$	$d_{b2} = z_2 m \cos \alpha$
- de fonctionnement	$d_1' = z_1 m \cos \alpha / \cos \alpha'$	$d_2' = z_2 m \cos \alpha / \cos \alpha'$
- de pied	$d_{f1} = m [z_1 - 2 (1 + c^* - x_1)]$	$d_{f2} = m [z_2 - 2 (1 + c^* - x_2)]$
- de tête	$d_{a1} = m [z_1 + 2 (1 + x_1 - k)]$	$d_{a2} = m [z_2 + 2 (1 + x_2 - k)]$
Entraxes		
- nominal	$a = (z_1 + z_2) / 2 \cdot m$	
- de fonctionnement	$a' = a \cos \alpha / \cos \alpha'$	
Angles de pression		
- de génération	$\alpha = \alpha_p$	
- de fonctionnement	$\alpha' = \arccos (a \cos \alpha / a')$	
- de fonctionnement	$\text{inv} \alpha' = \text{inv} \alpha + 2 [(x_1 + x_2) / (z_1 + z_2)] \tan \alpha$	
- de tête	$\cos \alpha_{a1} = d_{b1} / d_{a1}$	$\cos \alpha_{a2} = d_{b2} / d_{a2}$
Hauteurs		
- de la dent	$h_1 = 0,5 (d_{a1} - d_{f1})$	$h_2 = 0,5 (d_{a2} - d_{f2})$
- utile	$h' = 0,5 (d_{a1} + d_{a2}) - a'$	
Epaisseurs de dent		
- sur primitif	$s_1 = (\pi / 2 + 2 x_1 \tan \alpha) m$	$s_2 = (\pi / 2 + 2 x_2 \tan \alpha) m$
- de tête	$s_{a1} = d_{a1} (s_1 / d_1 + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{a1})$	$s_{a2} = d_{a2} (s_2 / d_2 + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{a2})$
- de base	$s_{b1} = d_{b1} (s_1 / d_1 + \text{inv} \alpha)$	$s_{b2} = d_{b2} (s_2 / d_2 + \text{inv} \alpha)$

Organes de transmission indirecte

- de fonctionnement	$s_1' = d_1' (s_1/d_1 + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha')$		$s_2' = d_2' (s_2/d_2 + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha')$	
Rapport de conduite				
- partiel	$\varepsilon_1 = z_1 (\tan\alpha_{a1} - \tan\alpha') / 2\pi$		$\varepsilon_2 = z_2 (\tan\alpha_{a2} - \tan\alpha') / 2\pi$	
- total	$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$			

19.2.9 EXEMPLE DE RECHERCHE DE DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES

Cet exemple d'engrenage concerne la figure 19.6 : pignon à 13 dents, roue à 20 dents, module 5 mm, entraxe de fonctionnement $a' = 85$ mm. L'entraxe nominal vaut $a = 82,5$ mm et l'angle de pression de fonctionnement $\alpha' = \arccos[82,5 \cos(20^\circ/85)] = 24,2092^\circ$. Les principales grandeurs géométriques sont données dans le tableau.

Tableau 19.3

Grandeurs géométriques	Pignon 1	Roue 2
Nombre de dents	$z_1 = 13$	$z_2 = 20$
Module	$m = 5.0$	
Profil de référence	SNV 215520 Type A (ISO 53-1974)	
Angle de pression	$\alpha_p = 20$ degrés	
Rapport d'engrenage	$u = 1.5385$	
<i>Entraxes</i>		
Entraxe nominal	$a = 82.500$	
Entraxe de fonctionnement	$a' = 85.000$	
<i>Déport de la denture</i>		
Somme des coefficients de déport	$x_1 + x_2 = 0.552$	
Coefficient de déport	$x_1 = 0.360$	$x_2 = 0.192$
<i>Pas de la denture</i>		
Pas primitif	$p = 15.7080$	
Pas de base	$p_b = 14.7607$	
<i>Angles de pression</i>		
Angle de pression	$\alpha = 20.0000$	
Angle de pression de fonctionnement :	$\alpha' = 24.2092$	
<i>Diamètres de définition</i>		
Diamètre primitif	$d_1 = 65.000$	$d_2 = 100.000$
Diamètre primitif de fonctionnement :	$d_1' = 66.970$	$d_2' = 103.030$
Diamètre de base :	$d_{b1} = 61.080$	$d_{b2} = 93.969$
Diamètre de tête non arrondi :	$d_{a1} = 78.080$	$d_{a2} = 111.400$
Diamètre de pied approximatif :	$d_{f1} = 56.100$	$d_{f2} = 89.420$
Module de fonctionnement	$m' = 5.1515$	
Hauteur commune de dent	$h' = 9.740$	
<i>Conduite</i>		
Angle de pression de tête	$\alpha_{a1} = 38.531^\circ$	$\alpha_{a2} = 32.485^\circ$
Rapport de conduite partiel	$\varepsilon_1 = 0.717$	$\varepsilon_2 = 0.596$
Rapport de conduite total	$\varepsilon = 1.313$	
<i>Contrôle de la denture</i>		
Nombre de dents de contrôle	$k_1 = 2$	$k_2 = 3$
Cote de contrôle sur k dents	$W_{k1} = 24.283$	$W_{k2} = 38.959$
<i>Épaisseur curviligne de la dent</i>		
- sur le primitif de définition	$s_1 = 9.164$	$s_2 = 8.553$
- sur le primitif de fonctionnement	$s_1' = 8.627$	$s_2' = 7.557$

- sur le cercle de tête	$s_{a1} = 2.504$	$s_{a2} = 3.420$
<i>Conditions de glissement des profils</i>		
Longueur partielle de conduite	$g_{a1} = 10.588$	$g_{a2} = 8.791$
Longueur totale de conduite (E1E2)	$g = 19.379$	
Facteur de contrôle de glissement	$c_{u1} = 0.718$	$c_{u2} = 0.746$
Glissement spécifique en E1 et E2	$\gamma_1 = 2.551$	$\gamma_2 = 2.936$

19.3 ENGRENAGES CYLINDRIQUES INTÉRIEURS DROITS

L'engrenage intérieur se compose d'un pignon 1 et d'une couronne 3 à denture droite. Les conditions de fabrication, de montage et de déport de denture présentent quelques particularités que nous voulons esquisser dans ce chapitre. Dans les couronnes, le cercle de tête est à l'intérieur du cercle primitif et le cercle de pied à l'extérieur.

19.3.1 FABRICATION D'UNE COURONNE ET INTERFÉRENCE

La forme de la denture de la couronne est imposée par l'outil de taillage constitué obligatoirement par un couteau disque ou secteur, lui-même fabriqué par une crémaillère ou tout autre outil. Les flancs porteurs de la denture, de forme concave, doivent présenter dans la partie active un profil en développante de cercle. Le cercle de tête de la couronne ne peut jamais être plus petit que le cercle de base de la développante. Pour les dentures non déportées avec $h_a = m$, la superposition de ces deux cercles a lieu pour $z = 2/(1 - \cos\alpha) = 33,16$ dents. La longueur de l'arc à développante doit être contrôlée dans la couronne et sur le pignon, en particulier lorsque le nombre de dents du couteau disque est plus faible que celui du pignon afin d'éviter l'interférence à l'engrènement.

1. Caractéristiques du couteau disque

Désignons par z_w le nombre de dents du couteau, par d_{bw} le diamètre du cercle de base, par x_w l'état actuel du coefficient de déport et par d_{aw} le diamètre de tête. L'angle de tête sur le profil de l'outil se trouve par : $\cos\alpha_{aw} = d_{bw}/d_{aw}$. À la taille de la denture intérieure, l'angle d'engrènement est généralement différent de l'angle nominal. Lorsque la profondeur totale de dent est atteinte, cet angle se trouve par (selon définition norme suisse VSM) :

$$\text{inv}\alpha_g = \text{inv}\alpha + 2(x_3 - x_w) \tan\alpha / (z_3 - z_w) \quad \text{et} \quad a_w = 1/2 (d_{b3} - d_{bw}) / \cos\alpha_g.$$

2. Interférence au pied de la denture de la couronne

Le profil de tête du pignon ne doit venir en contact qu'avec un profil en développante au pied de la couronne. Le point limite du profil engendré par le couteau se trouve à la distance $a_w \sin\alpha_g + r_{bw} \tan\alpha_{aw}$. À l'engrènement avec le pignon 1, cette distance vaut $a \sin\alpha' + r_{b1} \tan\alpha_{a1}$. Comme la longueur de conduite générée doit être plus grande que la longueur de conduite utilisée, il s'ensuit que le diamètre de tête du pignon doit obéir à la condition :

$$d_{a1} = d_{b1} / \cos\alpha_{a1} \quad \text{avec} \quad \tan\alpha_{a1} = (a_w \sin\alpha_g - a \sin\alpha' + r_{bw} \tan\alpha_{aw}) / r_{b1}.$$

3. Interférence au pied de la denture du pignon

Le profil de tête de la couronne ne doit venir en contact qu'avec un profil en développante au pied du pignon. Cette condition impose que la longueur de conduite de la couronne soit plus petite que la longueur de conduite du pignon dans cette partie de l'engrènement. Le début de la développante se trouve à la distance g_{inv} du point N_1 sur le pignon 1 :

$$g_{\text{inv}} = 0,5 d_{b1} \tan\alpha - h_{\text{inv}} / \sin\alpha \quad \text{avec} \quad h_{\text{inv}} = m [h_{\text{ap}}^* - R_{\text{ap}}^* (1 - \sin\alpha) - x_1].$$

Pour éviter l'interférence, le diamètre de tête de la couronne doit remplir la condition :

$$d_{a3} = d_{b3} / \cos \alpha_{a3} \quad \text{avec} \quad \tan \alpha_{a3} = (a \sin \alpha' + g_{\text{inv}}) / r_{b3}.$$

19.3.2 DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES DE LA COURONNE

La détermination des dimensions géométriques de la couronne s'effectue en utilisant les mêmes relations que pour les roues à denture extérieure, mais en introduisant un nombre de dents z_3 négatif, toutes les dimensions étant écrites habituellement en valeur absolue. La crémaillère peut être considérée comme une roue à nombre de dents infiniment grand, située à la limite entre une denture extérieure et une denture intérieure. Cette manière de calculer est conforme à la norme DIN 3960 et aux propositions de W. Richter [3.15]. Pour la couronne, toutes les dimensions dépendant du nombre de dents seront négatives. Ce sont : les diamètres et les rayons, les angles de pression, l'épaisseur de dent et l'intervalle, les rayons de courbure, les cotes de contrôle. Le rapport d'engrenage et l'entraxe deviennent également négatifs.

19.3.2.1 DÉPORT DE DENTURE DANS UNE COURONNE

Avec cette convention de signe, pour les couronnes à denture déportée, le coefficient de déport x_3 est à introduire avec un signe positif si la ligne de référence est déplacée vers le cercle de tête de la couronne, d'un signe négatif si la ligne de référence est déplacée vers le cercle de pied. Les règles de signe applicables aux couronnes sont :

1. *Signe positif*

le module m , le pas primitif p , la saillie h_a , le creux h_f , la hauteur de dent h et le vide à fond de dent c .

2. *Signe négatif*

le nombre de dents z_3 , l'entraxe a , tous les diamètres de la couronne, le rapport d'engrenage u .

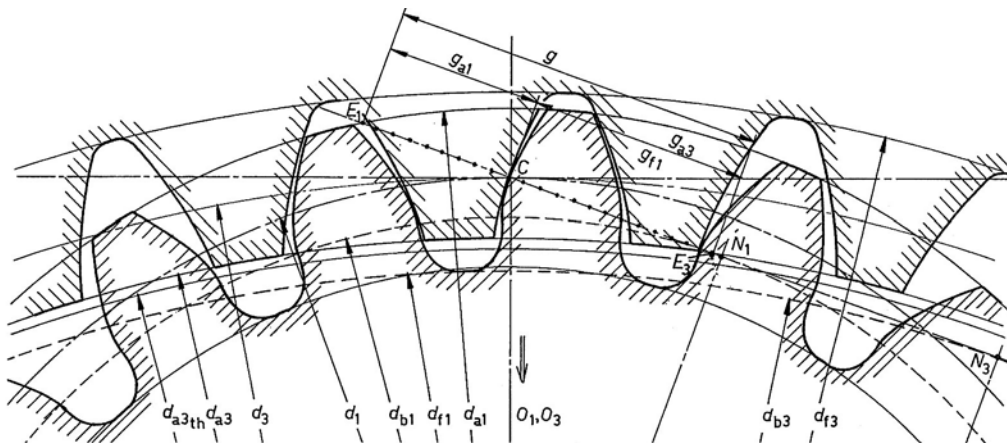


Figure 19.14 Conditions d'engrènement dans un engrenage intérieur droit : $z_1 = 19$, $z_3 = -44$.

Le cercle de tête non corrigé de la couronne coupe la normale à la développante en un point situé à l'extérieur du segment CN_1 du pignon, il est donc nécessaire d'apporter une correction du diamètre de tête de la couronne en l'augmentant.

Remarque : la condition d'interférence n'a pas été contrôlée dans cette partie de l'engrènement.

Un contrôle de l'épaisseur curviligne de tête des deux dentures est toujours recommandé. Un second contrôle concerne l'engrènement du pignon et de la couronne dans la partie intérieure aux cercles primitifs des deux roues, voir les conditions d'interférence citées précédemment.

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

En première approximation, on peut admettre une distance radiale d'au moins $0,1 m$ aux environs du point N_1 . Sans contrôle particulier et dans un premier choix, la saillie des dents de la couronne peut se choisir en fonction de son nombre de dents :

$z_3 = 20..22$	$23..26$	$27..31$	$32..39$	$40..51$	$52..74$	$75..130$	>130
$h_{a3} = 0,6m$	$0,65m$	$0,70m$	$0,75m$	$0,80m$	$0,85m$	$0,90m$	$0,95m$

Avec une différence du nombre de dents plus petite que 10, la saillie doit être encore diminuée et l'engrènement contrôlé.

19.3.2.2 RAPPORT DE CONDUITE

Dans l'engrenage intérieur sans interférence, la longueur de conduite g est limitée par les points E_1 et E_3 situés sur les cercles de tête du pignon 1 et de la couronne 3. Le rapport de conduite total vaut :

$$\varepsilon = \frac{E_3 E_1}{p_b} = \frac{g_{a3} + g_{a1}}{\pi m \cos \alpha}, \quad (19.12.1)$$

avec les rapports partiels :

$$\varepsilon_1 = \frac{g_{a1}}{\pi m \cos \alpha} = \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha'), \quad (19.12.2)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{g_{a3}}{\pi m \cos \alpha} = \frac{z_3}{2\pi} (\tan \alpha_{a3} - \tan \alpha'). \quad (19.12.3)$$

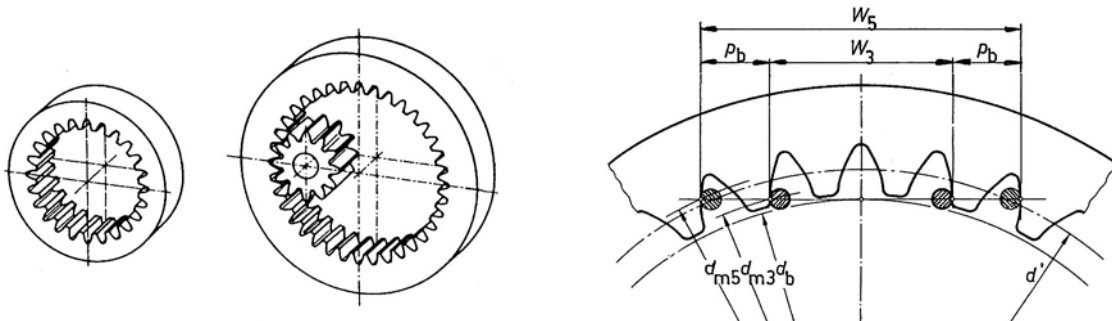


Figure 19.15 Couronne, engrenage intérieur Cote de contrôle sur k dents

19.3.2.3 COTE DE CONTRÔLE SUR k DENTS

Comme pour la denture extérieure, il est possible de mesurer la cote d'écartement sur k dents dans les couronnes à denture droite au moyen d'un instrument à cylindres. Le nombre d'intervalles k (négatif) à choisir doit permettre de mesurer la distance près du cercle primitif de fonctionnement. Cette cote d'écartement vaut :

$$W_k = m \cos \alpha [(k - 0,5) \pi + z_3 \operatorname{inv} \alpha + 2 x_3 \tan \alpha]. \quad (19.13.1)$$

19.3.2.4 COTE DE CONTRÔLE SUR GALETS

Soit d le diamètre primitif de la couronne à contrôler, d_r le diamètre de la circonférence passant par les centres des deux galets et α_R l'angle de pression de la développante au point de touche du galet avec les flancs concaves de la dent. Ce diamètre peut se trouver par :

$$d_r = d \cos \alpha / \cos \alpha_R,$$

l'angle de pression α_R restant à trouver. Dessinons la développante de cercle passant par le centre du galet, équidistante de la développante du profil de dent et exprimons l'égalité de la somme des angles à partir de l'axe de symétrie de la dent :

$$s/d - \text{inv} \alpha + d_R/d_b + \text{inv} \alpha_R = 1/2 \pi,$$

ou :

$$\text{inv} \alpha_R = 0,5 \pi + \text{inv} \alpha - d_R/d_b - s/d,$$

avec : $d_b = z m \cos \alpha$.

Si le nombre de dents est pair, la cote de contrôle pour une denture intérieure se trouve par :

$$M_R = m z_{\text{pair}} \cos \alpha / \cos \alpha_R - d_R. \quad (19.13.2)$$

Si le nombre de dents est impair, la cote de contrôle dans une couronne devient :

$$M_R = m z_{\text{impair}} \cos(\pi/2z) \cos \alpha / \cos \alpha_R - d_R. \quad (19.13.3)$$

L'angle de pression sur la ligne de contact entre le flanc de dent et le galet cylindrique se trouve dans les deux cas par la même expression. Pour une denture intérieure non déportée, le diamètre du galet devrait être approximativement 1,44 fois le module. Les écarts de la cote de contrôle E_{Ms} et E_{Mi} seront déterminés à partir des écarts de la cote de contrôle W_k en remarquant que ces erreurs doivent se mesurer normalement au flanc de la dent.

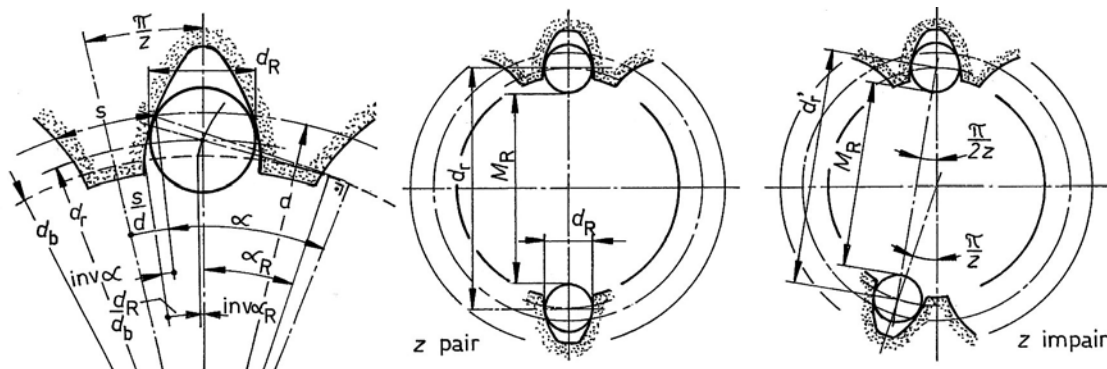


Figure 19.16 Cote de contrôle sur galets

19.3.3 INTERFÉRENCE AU TAILLAGE ET AU MONTAGE

L'interférence au taillage de la couronne est à contrôler lorsque le nombre de dents de la couronne est proche du nombre de dents de l'outil. Le taillage s'effectue par déplacement progressif de l'outil dans le sens radial. Il peut arriver que les dents de l'outil viennent en contact avec les dents de la couronne dans une zone située à l'extérieur de la zone d'engrènement. Il en résulte un enlèvement de matière non désiré. L'interférence est évitée en augmentant le diamètre de tête de la couronne ou en adaptant l'outillage et le déport au nombre de dents de la couronne, figure 19.17. À part l'interférence au taillage, il peut exister également une impossibilité de montage radial du pignon dans la couronne. Les dents du

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

pignon viennent buter sur celles de la couronne avant que l'engrènement ait lieu dans la zone de portance de la denture.

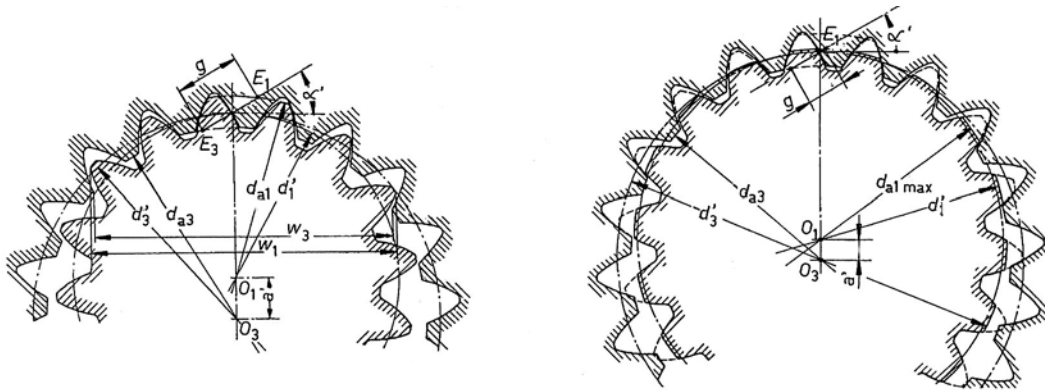


Figure 19.17 Engrènement entre un pignon et une couronne

À gauche : $z_1 = 16, x_1 = 0,912, z_3 = -20, x_3 = -1.125$, montage radial est impossible
 À droite : même couronne en engrènement avec un pignon à $z_1 = 18$. Pour éviter l'interférence des saillies, le diamètre de tête a été tronqué, le rapport de conduite devenant insuffisant ($\varepsilon = 0,7$!)
 (selon W. Richter)

19.3.4 ENGRÈNEMENT DANS LES PLANÉTAIRES

Dans les trains planétaires, constitués par une roue solaire 1, des roues satellites 2 et une couronne 3, la somme des nombres de dents des roues concentriques doit être exactement divisible par le nombre de roues satellites. Les relations générales sont :

$$z_1 + 2 z_2 = z_3 \quad \text{et} \quad (z_1 + z_3)/n_{\text{satellites}} = \text{nombre entier.}$$

Si la denture est déportée, alors les coefficients de déport des roues sont reliés par la relation selon la norme VSM :

$$x_1 + 2 x_2 = x_3.$$

Le choix des coefficients de déport est imposé principalement par l'engrenage extérieur : pignon 1 et roue satellite 2 en fonction des critères retenus : résistance élevée, pression superficielle adéquate ou pertes et déformations optimales.

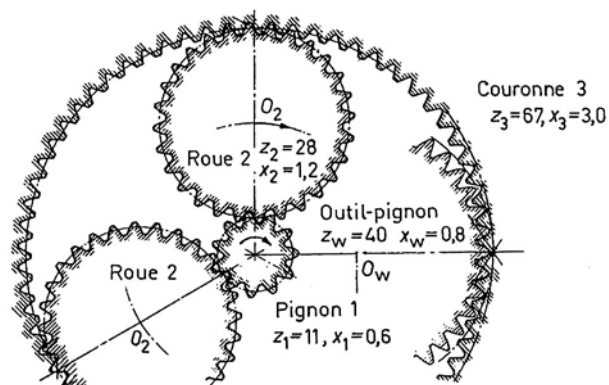


Figure 19.18 Engrenage planétaire avec rapport de transmission $i = 7,1$
 Angle de pression de 29° . (selon W. Richter)

19.3.5 EXEMPLE DE DIMENSIONNEMENT

Soit à déterminer les dimensions géométriques d'un engrenage intérieur faisant partie d'un train planétaire dont les composantes, taillées au module $m = 4$ mm, sont :

pignon 1 : $z_1 = 19$ dents roue satellite 2 : $z_2 = 59$ dents couronne 3 : $z_3 = 137$ dents.

L'entraxe nominal est $a = 156$ mm et celui de fonctionnement est $a' = 158$ mm. L'engrenage extérieur est prévu avec déport : $x_1 = 0,373$ $x_2 = 0,150$.

L'engrenage intérieur est également déporté ce qui impose un coefficient de déport $x_3 = 0,673$.

Tableau 19.4

Grandeurs géométriques d'un engrenage intérieur droit

Grandeurs géométriques	Roue 2	Couronne 3
Nombre de dents	$z_2 = 59$	$z_3 = 137 (-)$
Module	$m = 4.00$	
Profil de référence	SNV 215520 Type B	
Rapport d'engrenage	$u = 2.3220 (-)$	
<i>Entraxes</i>		
Entraxe nominal	$a = 156.000$	
Entraxe de fonctionnement	$a' = 158.000$	
<i>Déport de la denture</i>		
Somme des coefficients de déport	$x_2 + x_3 = 0.523 (-)$	
Coefficient de déport	$x_2 = 0.150$	$x_3 = 0.673 (-)$
<i>Pas de la denture</i>		
Pas primitif réel	$p = 12.5664$	
Pas de base	$p_b = 11.8085$	
Angle de pression de référence	$\alpha = 20.0000^\circ$	
Angle de pression de fonctionnement	$\alpha' = 21.9059^\circ$	
<i>Diamètres de définition</i>		
Diamètre primitif	$d_2 = 236.000$	$d_3 = 548.000$
Diamètre primitif de fonctionnement	$d_2' = 239.026$	$d_3' = 555.026$
Diamètre de base	$d_{b2} = 221.767$	$d_{b3} = 514.952$
Diamètre de tête corrigé	$d_{a2} = 245.000$	$d_{a3} = 546.000$
Diamètre de pied approximatif	$d_{f2} = 227.200$	$d_{f3} = 563.384$
Module de fonctionnement	$m' = 4.0513$	
Hauteur commune de dent	$h' = 8.000$	
Angle de pression de tête	$\alpha_{a2} = 25.153$	$\alpha_{a3} = 19.415$
Rapport de conduite partiel	$\epsilon_2 = 0.633$	$\epsilon_3 = 1.083$
Rapport de conduite total	$\epsilon = 1.716$	
Nombre de dents de contrôle	$k_2 = 7$	$k_3 = 15$
Cote de contrôle sur k dents	$W_7 = 80.471$	$W_{15} = 180.740$
<i>"Epaisseur curviligne" de la dent</i>		
- sur le primitif de définition	$s_2 = 6.720$	$s_3 = 4.324$
- sur le primitif de fonctionnement	$s_2' = 5.639$	$s_3' = 7.089$
- sur le cercle de tête	$s_{a2} = 3.140$	$s_{a3} = 3.593$
<i>Conditions de glissement des profils</i>		
Longueur partielle de conduite	$g_2 = 7.479$	$g_3 = 12.787$
Longueur totale de conduite (E ₂ E ₃)	$g = 20.367$	
Facteur de contrôle de glissement	$c_{u2} = 0.082$	$c_{u3} = 0.186$
Glissement spécifique en E ₂ et E ₃	$\gamma_2 = 0.089$	$\gamma_3 = 0.229$

19.4 ROUES À DENTURE HÉLICOÏDALE

Ce chapitre traite la géométrie des roues cylindriques équipées de denture hélicoïdale et le chapitre suivant présentera les conditions d'engrènement. Dans les engrenages cylindriques à denture droite, la transmission du mouvement et surtout des efforts s'effectue tantôt par une seule paire de dents, tantôt par deux paires de dents. Les engrenages à denture hélicoïdale évitent en grande partie ce défaut fondamental, générateur de bruit et d'à-coups. Le mouvement et les efforts se transmettent progressivement sur toute la largeur du plan de conduite et au moins deux paires de dents sont constamment en contact.

19.4.1 GRANDEURS GÉOMÉTRIQUES FONDAMENTALES

Les conditions de transmission du mouvement entre deux roues cylindriques à denture hélicoïdale sont analogues à celles des roues cylindriques à denture droite si l'engrènement est étudié dans une section perpendiculaire aux axes des roues, section appelée apparente. La denture hélicoïdale pourrait se simuler par un grand nombre de roues droites, d'épaisseur très faible, placées les unes à la suite des autres, mais constamment décalées angulairement. Les dents réelles sont enroulées en hélice sur les cylindres primitifs des deux roues, d'où l'appellation hélicoïdale.

19.4.2 MODULES ET PAS RÉELS OU APPARENTS

Soit un outil constitué par une crémaillère de taillage, géométriquement identique en tout point à celle utilisée pour l'usinage de la denture droite, inclinées de l'angle β , appelé angle d'hélice, par rapport à la génératrice de la roue cylindrique, figure 19.19. L'angle d'hélice β et l'angle d'inclinaison γ sont complémentaires :

$$\beta + \gamma = \pi/2 = 90^\circ.$$

Pendant le taillage de la denture hélicoïdale, la crémaillère se déplace d'une part dans la direction du flanc incliné de la dent en effectuant le mouvement de taillage et d'autre part roule sans glisser sur le cylindre primitif de la roue, perpendiculairement à l'axe de cette dernière en effectuant le mouvement de génération.

19.4.2.1 SECTIONS RÉELLE ET APPARENTE

Dans le cas des roues cylindriques à denture hélicoïdale, la *section réelle* est un plan perpendiculaire aux lignes des flancs de la crémaillère de taillage et de la roue en usinage. La *section apparente* est perpendiculaire à l'axe de la roue; c'est donc la section vue normalement par un observateur d'une roue hélicoïdale.

19.4.2.2 PAS RÉEL ET APPARENT

Dans la section réelle, le *pas primitif réel* généré sur la roue à tailler est identique à celui du profil de référence ou de la crémaillère de taillage. Tous les symboles des diverses grandeurs définies dans cette section sont affectés de l'indice n. Ainsi, le pas primitif réel p_n vaut :

$$p_n = \pi m_n, \quad (19.14.1)$$

avec : m_n le *module réel*.

Si l'on désire utiliser l'outillage selon norme, il faut alors adopter l'un des modules réels cités dans le tableau, cette dimension étant une longueur millimétrique finie. Dans la section apparente, le *pas primitif apparent* p_t se définit par une relation similaire, soit :

$$p_t = \pi m_t, \quad (19.14.2)$$

avec : m_t le *module apparent*.

Tous les symboles des diverses grandeurs définies dans la section apparente sont affectés de l'indice t. La figure 19.19 donne immédiatement la relation fondamentale entre le pas réel et le pas apparent par l'intermédiaire des pas primitifs correspondants :

$$p_n = p_t \cos \beta.$$

Il en résulte que le module apparent se trouve par :

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}. \quad (19.14.3)$$

Si le module réel est donné par la norme, module métrique ou éventuellement le Diametral Pitch, le module apparent va dépendre aussi de l'angle d'hélice β adopté dans la conception de l'engrenage. De plus, le module apparent n'est généralement pas une dimension finie.

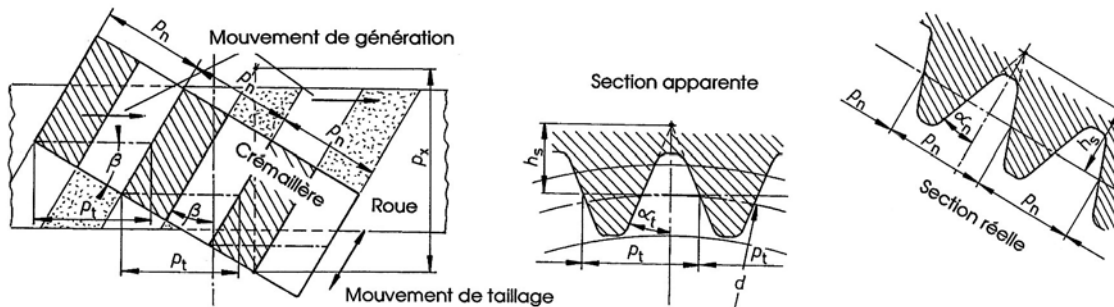


Figure 19.19 Position de la crémaillère de taillage pendant l'usinage de la denture hélicoïdale
Sections apparente et réelle : pas primitifs apparent et réel

19.4.3 DIMENSIONS DIAMÉTRALES

La définition des pas et modules étant connue, il est possible de trouver les dimensions diamétrales des roues hélicoïdales. Comme pour la denture droite, la longueur de la circonférence primitive dans la section apparente peut s'exprimer de deux manières :

$$C_1 = \pi d_1 = z_1 p_t \quad \text{et} \quad C_2 = \pi d_2 = z_2 p_t.$$

Comme le pas primitif apparent est le produit du module apparent par π , les diamètres primitifs des roues se définissent simplement par :

$$d_1 = z_1 m_t \quad \text{et} \quad d_2 = z_2 m_t. \quad (19.15.1)$$

Le creux de la denture est imposé par la position de l'outil de taillage et la saillie par le diamètre extérieur de fabrication. Ces deux grandeurs dépendent directement du module réel m_n de l'outil. Pour la denture selon profil de référence A, B ou C : ISO ou SN avec $h_a = m_n$, ces dimensions sont :

$$hf = 1,25 m_n \quad \text{et} \quad h_a = m_n.$$

Ainsi, les diamètres de tête et de pied des roues hélicoïdales non déportées deviennent :

$$d_{a1} = z_1 m_t + 2 m_n \quad \text{et} \quad d_{a2} = z_2 m_t + 2 m_n. \quad (19.15.2)$$

$$d_{f1} = z_1 m_t - 2,5 m_n \quad \text{et} \quad d_{f2} = z_2 m_t - 2,5 m_n. \quad (19.15.3)$$

La hauteur de dent vaut alors : $h = h_a + h_f = 2,25 m_n$.

19.4.4 DÉFINITION DU SENS DES HÉLICES

Le sens de hélices est désigné de la même façon que celui des filetages sur les vis. La denture est dite *à droite* lorsque le regard étant dirigé suivant l'axe de la roue, les profils apparents de la denture paraissent tourner dans le sens horaire en s'éloignant de l'observateur regardant suivant les génératrices de la surface primitive de référence. La denture est dite *à gauche* lorsque les profils apparents paraissent tourner dans le sens anti-horaire en s'éloignant de l'observateur regardant suivant les génératrices de la surface primitive de référence. Ces deux définitions s'appliquent aux roues extérieures et intérieures.

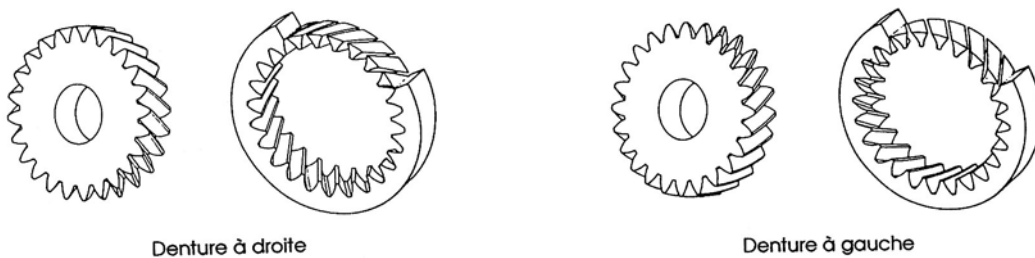


Figure 19.20 Sens des hélices sur les roues hélicoïdales extérieures et intérieures

Dans un engrenage cylindrique extérieur, les roues menantes et menées sont l'une avec une denture à droite, l'autre avec une denture à gauche. Dans les engrenages intérieurs, les hélices des deux dentures sont dans le même sens.

19.4.5 DÉFINITION DES ANGLES

La denture hélicoïdale fait intervenir diverses définitions d'angle dans les sections réelle et apparente. On définit l'angle d'incidence apparent au point Y comme l'angle aigu entre le rayon passant par ce point du profil et la tangente au profil en ce point. L'angle de pression apparent est l'angle d'incidence apparent au point où le profil coupe le cercle primitif. D'une façon semblable, on définit l'angle d'incidence réel au point Y comme l'angle aigu entre le rayon passant par ce point du profil et la tangente au profil en ce point. L'angle de pression réel est l'angle d'incidence réel au point où le profil coupe le cercle primitif de référence, voir la figure 19.21.

19.4.5.1 ANGLES DE PRESSION RÉEL ET APPARENT

L'angle de pression réel, imposé par l'outil de taillage normalisé, vaut $\alpha_n = \alpha_p = 20^\circ$ pour la denture selon ISO et SN. Pour trouver l'angle de pression dans la section apparente, nous pouvons supposer que les deux faces planes et inclinées de la crémaillère, formant les flancs, soient prolongées dans les deux sections de façon à former un toit à deux pans. La ligne d'intersection de deux pans voisins est distante de h_s du plan de référence de la crémaillère, figure 19.19. Les angles de pression peuvent se trouver par les relations suivantes :

$$\tan \alpha_n = \frac{1}{4} p_n / h_s,$$

$$\tan \alpha_t = \frac{1}{4} p_n / h_s = \frac{1}{4} p_n / (h_s \cos \beta),$$

et finalement :
$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \quad (19.16.1)$$

L'angle de pression apparent α_t est toujours plus grand que l'angle de pression réel α_n . Cet angle impose la forme de la développante de cercle existant seulement dans la section apparente et les dimensions de base de la denture. Ainsi, le diamètre du cylindre de base est égal, comme pour la denture droite, au produit du diamètre primitif par les cosinus de l'angle de pression apparent :

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t \quad \text{et} \quad d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t \quad (19.16.2)$$

19.4.5.2 HÉLICOÏDE DÉVELOPPABLE

L'étude de la géométrie de la denture hélicoïdale ne peut plus se discuter seulement dans un plan, comme par exemple la section apparente. Comme cette denture est enroulée en hélice, il est nécessaire de définir dans l'espace la forme géométrique de la surface des flancs. Si pour la denture droite, il suffisait de faire rouler une droite sur le cercle de base afin de générer une développante, pour la denture hélicoïdale, il est impératif de faire rouler un plan sur le cylindre de base, contenant au moins une ligne droite non parallèle à l'axe de la roue. La surface engendrée par cette droite est une hélicoïde développable.

Une *hélicoïde développable* est engendrée par une ligne quelconque, le plus souvent un segment de droite, solidaire d'un plan qui roule sans glisser sur un cylindre. L'hélicoïde développable est aussi la surface engendrée par une ligne droite faisant un angle constant avec l'axe d'un cylindre de révolution, ici le cylindre de base, et roulant sans glisser sur la surface de ce cylindre. La section de cette surface par un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre est une développante de cercle.

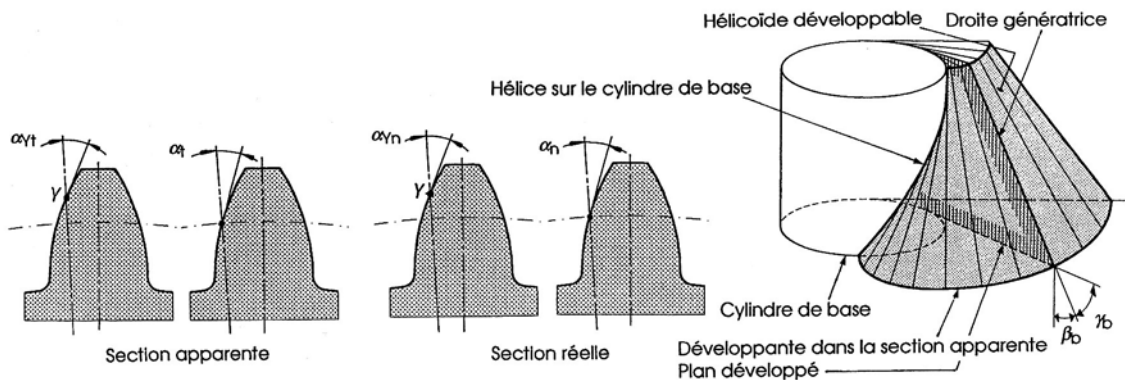


Figure 19.21 Angles d'incidence et de pression Hélicoïde développable

19.4.5.3 ANGLES D'HÉLICE DE BASE ET DE TÊTE

Introduisons encore la notion de *pas axial*, désigné par $p_x = \pi m_x$, m_x étant le module axial de la denture : c'est la distance entre le point d'intersection de toute droite parallèle à l'axe de la roue hélicoïdale avec deux flancs homologues consécutifs soit : $p_x = p_n / \sin \beta$. Supposons la largeur de la roue ou de la denture exactement égale au produit du pas axial par le nombre de dents de la roue, $L_x = z p_x$, figure 19.22. Ainsi, chaque dent de la roue est enroulée exactement d'un tour sur le cylindre primitif.

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

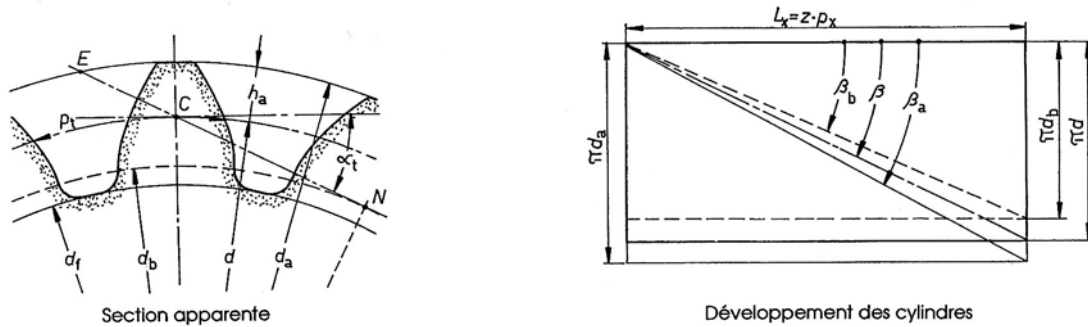


Figure 19.22 Profil de la denture et diamètres dans la section apparente
Développement des cylindres : angles d'hélice : primitive, de base et de tête

Développons les trois cylindres : primitif, de base et en complément de tête dont les diamètres sont définis par les relations 19.15.1 à 19.16.2 . À partir du développement représenté sur la figure, exprimons les relations entre les divers angles d'hélice sur les trois cylindres :

1. Angle d'hélice primitive : $\tan \beta = \pi d / L_x$,
2. Angle d'hélice de base : $\tan \beta_b = \pi d_b / L_x$,
3. Angle d'hélice de tête : $\tan \beta_a = \pi d_a / L_x$.

La tangente des angles d'hélice est proportionnelle au diamètre du cylindre développé. Le calcul des divers angles d'hélice est ainsi fortement simplifié. En particulier, pour un diamètre de calcul quelconque d_{calcul} , l'angle d'hélice sur ce cylindre vaut :

$$\tan \beta_{\text{calcul}} = \frac{d_{\text{calcul}}}{d} \tan \beta, \quad (19.17.1)$$

et en particulier l'angle de base : $\tan \beta_b = (d_b/d) \tan \beta. \quad (19.17.2)$

Donnons encore en complément la relation entre l'angle d'hélice primitive et l'angle d'hélice de base. En remplaçant le diamètre de base par : $d_b = d \cos \alpha_t$ dans l'expression trouvée, l'angle d'hélice de base s'exprime par :

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t. \quad (19.17.3)$$

19.4.6 CHOIX DES DIMENSIONS

Afin d'éviter des composantes axiales trop importantes sur les roues, les arbres et les paliers, l'angle d'hélice primitive simple est généralement limité à $\beta \leq 20^\circ$; il est compris le plus souvent entre $6^\circ \leq \beta \leq 16^\circ$ dans la conception des réducteurs ou multiplicateurs de vitesse. Il est recommandé d'adopter un angle d'hélice entier afin de faciliter la recherche manuelle des dimensions géométriques et le réglage des machines à tailler ainsi que le contrôle de la denture. L'entraxe nominal de l'engrenage extérieur, demi somme des diamètres primitifs, se trouve par l'expression :

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta}. \quad (19.18)$$

Un engrenage parallèle à denture hélicoïdale, taillé sous un angle d'hélice β , possède un entraxe nominal non fini. Si l'entraxe est imposé par l'implantation de l'engrenage, il est nécessaire de procéder à un déport de denture (toujours recommandé) afin d'obtenir la dimension désirée ou de choisir un angle d'hélice primitive telle que la relation :

$$(z_1 + z_2) / \cos \beta$$

donne une dimension finie à la précision près des calculs.

19.4.7 PROFIL APPARENT DE LA DENT

Le profil apparent de la dent comprend deux arcs de courbe : l'arc en développante de cercle situé à l'extérieur du cylindre de base et la courbe de raccordement sur le cylindre de pied. Ce profil est le profil conjugué de l'outil de taillage vu dans la section apparente. Si dans la section réelle, le raccordement entre la ligne de tête et le flanc rectiligne incliné de la crémaillère est une courbe à rayon constant, la forme du raccordement avec la ligne de tête est une ellipse dans la section apparente. La saillie de l'outil dans les deux sections vaut :

$$h_{aP} = (1 + c^*) m_n,$$

et la hauteur rectiligne de la crémaillère :

$$h_{\text{rect}} = [1 + c^* - (1 - \sin \alpha_n) R_{aP}] m_n,$$

ou encore :

$$h_{\text{rect}} = k_a m_n.$$

Si l'angle d'hélice est faible, il est possible de confondre la courbe elliptique avec un arrondi à rayon constant dans la section apparente. Par contre, pour un angle d'hélice élevé, cette simplification devient inadmissible dans l'étude exacte de la forme de la dent. Dans cette section, la forme de la dent est plus trapue que celle de la denture droite car le pas primitif et l'angle de pression apparents sont plus grands.

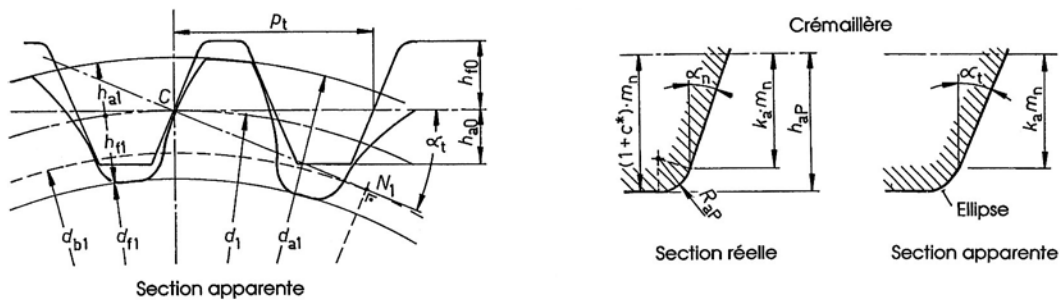


Figure 19.23 Dimensions générales d'un engrenage à crémaillère à denture hélicoïdale
Raccordement de tête de l'outil dans les sections réelle et apparente

19.5 ENGRENAGE HÉLICOÏDAL À DENTURE DÉPORTÉE

L'adoption d'une denture déportée dans un engrenage parallèle à denture hélicoïdale extérieur ou intérieur poursuit les buts suivants :

1. adapter l'engrenage parallèle à un entraxe imposé lorsque l'angle d'hélice est choisi.
2. améliorer la résistance de la denture à la flexion et à la pression superficielle, choisir des grandeurs géométriques favorables au glissement des flancs et au rendement mécanique.
3. éviter les phénomènes d'interférence au taillage ou à l'engrènement.

19.5.1 COEFFICIENTS DE DÉPORT RÉELS ET APPARENTS

Comme le profil en développante de cercle n'existe que dans la section apparente, l'étude des dimensions géométriques d'un engrenage déporté doit s'effectuer dans cette section. La pratique usuelle veut par contre que le déport s'exprime en fonction du module réel et non en fonction du module apparent. Le déport de denture sur l'une des roues s'exprime par :

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

$$\text{déport} = x_n m_n = x m_n,$$

l'indice n n'étant pas écrit pour le coefficient de déport réel. Le plan primitif de référence de l'outil est déporté de la même grandeur dans les deux sections réelle et apparente. En désignant par x_t le coefficient de déport dans la section apparente, valeur généralement non usitée, le déport se trouve par :

$$\text{déport} = x m_n = x_t m_t = x_t m_n / \cos \beta,$$

et le coefficient de déport apparent : $x_t = x \cos \beta$. (19.19)

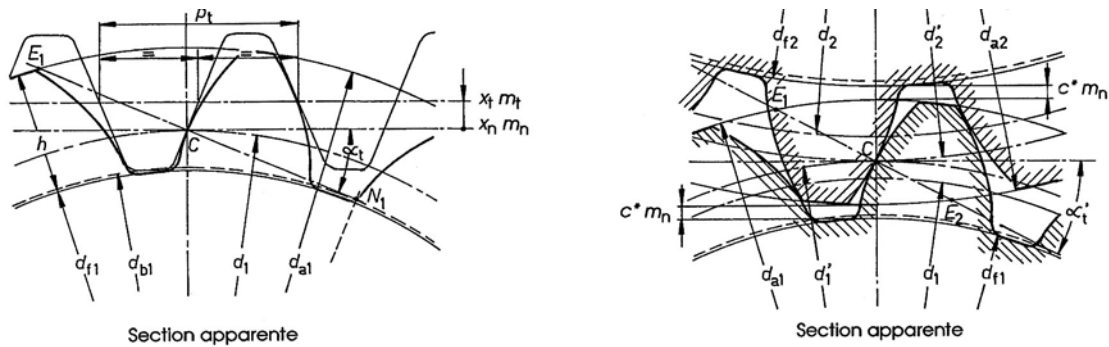


Figure 19.24 Dimensions géométriques d'un engrenage cylindrique extérieur à denture déportée

19.5.2 ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT

Si la somme des coefficients de déport du pignon et de la roue n'est pas nulle, l'angle de pression apparent de fonctionnement est différent de l'angle de pression primitif apparent. Pour calculer cet angle de pression, nous pouvons utiliser la relation des dentures droites adaptée à la section apparente de l'engrenage hélicoïdal. La relation transformée devient :

$$\text{inv} \alpha_t' = 2 (x_{t1} + x_{t2}) \tan \alpha_t / (z_1 + z_2) + \text{inv} \alpha_t.$$

En remplaçant les coefficients de déport apparent par les coefficients de déport réels et l'angle de pression réel en fonction de l'angle de pression apparent, l'angle de pression apparent de fonctionnement devient :

$$x_{t1} = x_1 \cos \beta, \quad x_{t2} = x_2 \cos \beta$$

et : $\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cos \beta$.

Finalement, la relation fondamentale se transforme en :

$$\text{inv} \alpha_t' = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \cdot \tan \alpha_n + \text{inv} \alpha_t. \quad (19.20.1)$$

L'entraxe de fonctionnement de l'engrenage parallèle hélicoïdal déporté sans jeu se trouve par l'expression :

$$a' = a \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_t'} = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_t'}. \quad (19.20.2)$$

19.5.3 DIMENSIONS DIAMÉTRALES

Les diamètres primitifs de référence des deux roues hélicoïdales étant $d_1 = z_1 m_t$ et $d_2 = z_2 m_t$, les diamètres primitifs de fonctionnement sont donnés par :

$$1. \text{ pignon 1 : } \quad d_1' = d_1 \cos\alpha_t / \cos\alpha_t' = 2 a' z_1 / (z_1 + z_2), \quad (19.21.1)$$

$$2. \text{ roue 2 : } \quad d_2' = d_2 \cos\alpha_t / \cos\alpha_t' = 2 a' z_2 / (z_1 + z_2). \quad (19.21.2)$$

Le diamètre de pied de chaque roue est engendré par le profil de tête de l'outil de taillage. Il se calcule par :

$$1. \text{ pignon 1 : } \quad d_{f1} = d_1 + 2 x_1 m_n - 2 h_{aP}, \quad (19.21.3)$$

$$2. \text{ roue 2 : } \quad d_{f2} = d_2 + 2 x_2 m_n - 2 h_{aP}, \quad (19.21.4)$$

$$\text{avec : } \quad h_{aP} = (1 + c^*) m_n.$$

Finalement, le diamètre de tête de chacune des roues est choisi de telle sorte que le vide à fond de dent reste conservé, soit $c = 0,25 m_n$. Il faut procéder à une correction du diamètre de tête, comme dans la denture droite, et éventuellement arrondir la dimension théorique :

$$1. \text{ pignon 1 : } \quad d_{a1} = 2 a' - d_{f2} - 2 c, \quad (19.21.5)$$

$$2. \text{ roue 2 : } \quad d_{a2} = 2 a' - d_{f1} - 2 c, \quad (19.21.6)$$

$$\text{avec : } \quad c = c^* m_n (= 0,25 m_n, \text{ profils A, B et C}).$$

19.5.4 ÉPAISSEURS CURVILIGNE DE DENT

Appliquons les relations de l'épaisseur curviligne de la denture droite à la denture hélicoïdale déportée. Sur le cylindre primitif de référence et pour une denture déportée au coefficient de déport x , les épaisseurs curvilignes valent :

$$\text{- dans la section apparente : } \quad s_t = m_t (\pi/2 + 2 x \tan\alpha_n), \quad (19.22.1)$$

$$\text{- dans la section réelle : } \quad s_n = m_n (\pi/2 + 2 x \tan\alpha_n). \quad (19.22.2)$$

Les cas particuliers à étudier sont ces épaisseurs sur les cylindres de base, de tête et de fonctionnement des roues. Sur le cylindre de base, de diamètre d_b , cette dimension devient :

$$\text{- dans la section apparente : } \quad s_{bt} = z m_n \cos\alpha_n [s_n / (z m_n) + \text{inv}\alpha_t] / \cos\beta_b, \quad (19.22.3)$$

$$\text{- dans la section réelle : } \quad s_{bn} = z m_n \cos\alpha_n [s_n / (z m_n) + \text{inv}\alpha_t]. \quad (19.22.4)$$

Sur le cylindre de tête, l'angle de pression apparent de tête se trouve par :

$$\cos\alpha_{at} = d_b / d_a,$$

et l'épaisseur curviligne dans la section apparente :

$$s_{at} = d_a [s_n / (z m_n) + \text{inv}\alpha_t - \text{inv}\alpha_{at}]. \quad (19.22.5)$$

Sur le cylindre primitif de fonctionnement de diamètre d' , cette dimension vaut :

$$s_t' = d' (s_t / d + \text{inv}\alpha_t - \text{inv}\alpha_t'). \quad (19.22.6)$$

19.5.5 NOMBRE DE DENTS VIRTUEL

Si le nombre de dents d'une des roues est très petit, le profil apparent de la denture peut présenter l'interférence sur l'arc à développante de cercle taillé par le profil de raccordement de la tête de l'outil. Le profil en développante et le flanc de la dent, comme pour la denture cylindrique droite, sont issus du cylindre de base de diamètre $d_b = d \cos\alpha_t$ défini dans la section apparente. Pour comparer la forme de la denture hélicoïdale d'une roue à celle d'une denture droite, coupons en pensée la roue hélicoïdale perpendiculairement à l'hélice de base d'inclinaison β_b . Cette section imaginaire est représentée par une roue dentée elliptique

comprenant z dents, le petit diamètre de l'ellipse étant $d = z m_t$, le grand diamètre étant $d_{e1} = d/\cos\beta_b$. La construction complète de l'ellipse est pratiquement inutile car seule la partie voisine du point générateur C , en contact avec la roue conjuguée, est intéressante dans l'étude de la forme de la denture.

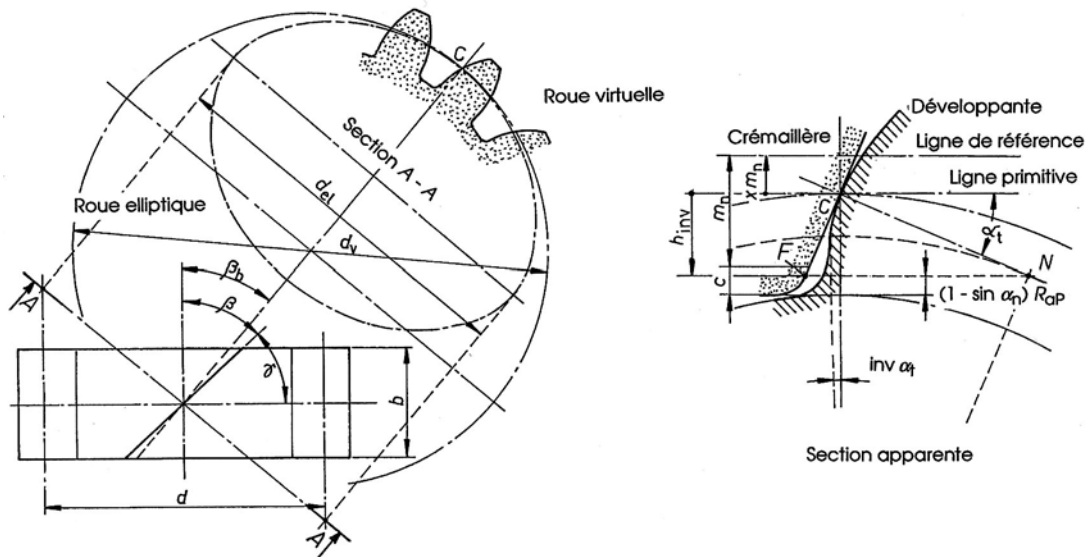


Figure 19.25 Nombre de dents virtuel d'une roue hélicoïdale
Recherche de la limite d'interférence au taillage dans la section apparente

La roue elliptique est remplacée par une roue cylindrique virtuelle de même rayon de courbure que l'ellipse au point C . Cette roue possède z_v dents virtuelles, ce nombre de dents étant habituellement fractionnaire. Le diamètre virtuel d_v de cette roue de substitution se trouve par l'expression :

$$d_v = z_v m_n = d_{e1}/\cos\beta_b = d/\cos^2\beta_b.$$

En introduisant : $d = z m_t = z m_n/\cos\beta$ dans cette expression, le nombre de dents virtuel se calcule par :

$$z_v = \frac{z}{\cos^2\beta_b \cos\beta}. \quad (19.23)$$

Une roue cylindrique à denture hélicoïdale à z dents réelles taillée sous un angle d'hélice β , possède un profil de dents correspondant à une roue cylindrique droite à z_v dents. Le nombre de dents virtuel z_v permet de discuter les conditions de déport, de contrôle, de résistance à la flexion et de pression superficielle sur la roue hélicoïdale.

19.5.6 INTERFÉRENCE AU TAILLAGE

L'étude de l'interférence au taillage doit s'effectuer dans la section apparente. En admettant un profil simple de la crémaillère, constitué par un tronçon rectiligne incliné de l'angle de pression apparent α_t raccordé à la surface de tête par un arrondi à rayon constant dans la section réelle, le point de raccordement de la partie rectiligne avec l'arc d'ellipse se trouve à la distance, figure 19.25 à droite :

$$h_{inv} = k_a m_n = m_n + c - [x m_n + R_{ap} (1 - \sin\alpha_n)] \quad (19.24.1)$$

de la ligne primitive de la crémaillère. La condition limite de non interférence entre le profil de l'outil et la dent en fabrication dépend du profil de la crémaillère de taillage, du nombre de dents de la roue et du coefficient de déport. Cette condition est remplie lorsque le point de raccordement F se trouve exactement au même niveau que le point N . Le nombre de dents limite se trouve par :

$$z_{lim} = \frac{2 h_{inv}}{m_t \sin^2 \alpha_t} \quad (19.24.2)$$

Cette relation générale permet de contrôler s'il y a interférence au taillage de la roue. L'interférence est évitée si les nombre de dents est supérieur : $z > z_{lim}$.

19.5.7 DÉBUT DE L'ARC EN DÉVELOPPANTE

Dans la discussion sur le tracé de la denture en développante de cercle, nous avons vu qu'il était possible de distinguer trois cas de raccordement entre l'arc en développante et la courbe de raccordement de pied :

1. interférence entre la courbe de pied et la développante.
2. début de la développante exactement sur le cercle de base, alors $z = z_{lim}$.
3. début de développante à l'extérieur du cercle de base.

Pour que l'engrènement s'effectue correctement, il faut que les profils en contact dans la section apparente soit en développante de cercle. Le début de l'arc en développante, à l'extérieur du cylindre de base selon point 3, peut se trouver en observant le déplacement du point F placé à la distance h_{inv} de la ligne primitive de la crémaillère. Lors de la taille, ce point F coupe la normale CN au point J et la conduite est raccourcie de la distance :

$$g_{inv} = 0,5 d_b \tan \alpha_t - h_{inv} / \sin \alpha_t \quad (19.25.1)$$

Le cercle sur lequel se trouve le point de raccordement F est désigné ici par d_{inv} . Ce diamètre se trouve par :

$$\tan \alpha_{inv} = g_{inv} / ON = 2 g_{inv} / d_b,$$

et :

$$d_{inv} = d_b / \cos \alpha_{inv}.$$

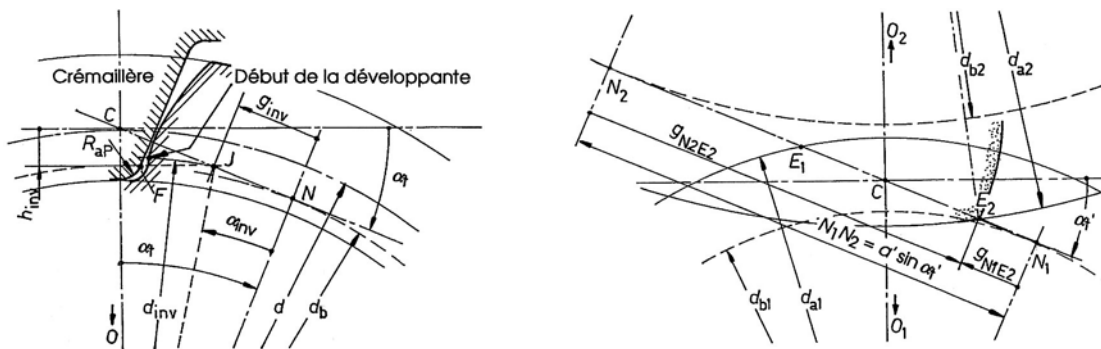


Figure 19.26 Début de l'arc à développante si $z > z_{lim}$ et interférence à l'engrènement

19.5.8 INTERFÉRENCE À L'ENGRÈNEMENT

Dans un engrènement extérieur, il y a interférence à l'engrènement si le point E d'une des roues, placé sur le cercle de tête, vient en contact entre les points J et N de la roue conjuguée. La discussion de cette interférence se fait ici au pied du pignon, donc en admettant $z_1 < z_2$. La distance du point N_1 au point E_2 peut se trouver de la manière suivante, figure 19.26 à droite :

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

$$g_{N1E2} = a' \sin \alpha_t' - g_{N2E2},$$

et

$$g_{N2E2} = 0,5 d_{b2} \tan \alpha_{a2},$$

avec :

$$\cos \alpha_{a2} = d_{b2}/d_{a2}.$$

La condition de non interférence à l'engrènement de deux roues hélicoïdales s'exprime simplement par l'inégalité :

$$g_{inv1} < g_{N1E2}. \quad (19.25.2)$$

19.5.9 DIMENSIONS GÉNÉRALES DE L'ENGRENAGE PARALLÈLE

Afin de faciliter la recherche de toutes les dimensions géométriques des roues de l'engrenage parallèle hélicoïdal, nous donnons un tableau contenant les expressions présentées jusqu'ici.

Tableau 19.5

Grandeurs géométriques des roues cylindriques hélicoïdales à denture déportée

Grandeurs	Pignon 1	Roue 2
Nombre de dents	z_1	z_2
Module réel	m_n	m_n
Profil de référence	SN 215520, type A..C	
Angle de pression réel	$\alpha_p = 20^\circ$	
Rapport d'engrenage	$u = z_{\max}/z_{\min}$	
Angle d'hélice primitive	β	β
Module apparent	$m_t = m_n/\cos\beta$	$m_t = m_n/\cos\beta$
<i>Denture déportée</i>		
- entraxe nominal	$a = 0,5(z_1+z_2)m_t$	
- entraxe de fonctionnement	$a' = a \cos\alpha_t/\cos\alpha_t'$	
- somme des coefficients	$x_1+x_2=0,5(inv\alpha_t'-inv\alpha_t)(z_1+z_2)/\tan\alpha_n$	
- coefficient de déport	$x_1 = \dots$	$x_2 = \dots$
<i>Pas de la denture</i>		
- primitif réel	$p_{n1} = \pi m_n$	$p_{n2} = \pi m_n$
- primitif apparent	$p_{t1} = \pi m_n/\cos\beta$	$p_{t2} = \pi m_n/\cos\beta$
- de base apparent	$p_{bt1} = p_t \cos\alpha_t$	$p_{bt2} = p_t \cos\alpha_t$
- de base réel	$p_{bn1} = p_n \cos\alpha_n$	$p_{bn2} = p_n \cos\alpha_n$
<i>Angles de pression</i>		
- section réelle	$\alpha_n = \alpha_p$	$\alpha_n = \alpha_p$
- section apparente :		
- sur cylindre primitif	$\tan\alpha_t = \tan\alpha_n/\cos\beta$	$\tan\alpha_t = \tan\alpha_n/\cos\beta$
- de fonctionnement	$\cos\alpha_t' = (a/a') \cos\alpha_t$	
<i>Angles d'hélice</i>		
- sens	sens contraires	
- primitif de référence	$\beta = \dots$	
- primitif de fonctionnement	$\tan\beta' = (d'/d) \tan\beta$	
- cylindre de base	$\tan\beta_b = \tan\beta \cos\alpha_t$	
- cercle de tête	$\tan\beta_{a1} = (d_{a1}/d_1) \tan\beta$	$\tan\beta_{a2} = (d_{a2}/d_2) \tan\beta$
<i>Diamètres</i>		
- primitif	$d_1 = z_1 m_t$	$d_2 = z_2 m_t$
- primitif de fonctionnement	$d_1' = d_1 a'/a$	$d_2' = d_2 a'/a$

- de tête	$d_{a1} = d_1 + 2(x_1 + 1)m_n$	$d_{a2} = d_2 + 2(x_2 + 1)m_n$
- de tête corrigé	$d_{a1} = 2a' - (d_{f2} + 2c)$	$d_{a2} = 2a' - (d_{f1} + 2c)$
- de pied théorique	$d_{f1} = d_1 + 2(x_1 - 5/4)m_n$	$d_{f2} = d_2 + 2(x_2 - 5/4)m_n$
- de base	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t$	$d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t$
<i>Module de fonctionnement</i>		
Hauteur commune de dent	$h' = 0,5(d_{a1} + d_{a2}) - a'$	
Angle de pression de tête	$\alpha_{at1} = \arccos(d_{b1}/d_{a1})$	$\alpha_{at2} = \arccos(d_{b2}/d_{a2})$

19.6 GRANDEURS DE FONCTIONNEMENT

Soit un engrenage extérieur constitué par deux roues à denture hélicoïdale, diamètres primitifs $d_1 = z_1 m_t$ et $d_2 = z_2 m_t$, diamètres de base $d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t$ et $d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t$. Si l'étude de l'engrènement dans un engrenage parallèle droit peut s'effectuer dans le plan perpendiculaire aux axes des roues, celui d'un engrenage parallèle hélicoïdal doit s'observer dans l'espace. Tous les points de contact entre les flancs des dentures des deux roues sont situés dans le plan tangent aux deux cylindres de base. Ce plan est le *plan d'action* de la denture en développante de cercle et pourrait se simuler matériellement par un ruban de largeur b tendu entre les deux roues. Tout point du plan d'action décrit un arc à développante lors du déroulement et de l'enroulement de ce plan sur les cylindres de base des deux roues.

19.6.1 RAPPORT D'ENGRENAGE

Comme pour les engrenages parallèles droit, le rapport d'engrenage se définit par :

$$u = \frac{\text{grand nombre de dents}}{\text{petit nombre de dents}} \geq 1.$$

En admettant la roue 1 menante, le rapport d'engrenage u se trouve par :

- dans un engrenage réducteur : $u = z_2/z_1$,
- dans un engrenage multiplicateur : $u = z_1/z_2$.

19.6.2 PAS DE BASE ET PAS APPARENT

Le pas de base dans la section réelle p_{bn} est la distance entre deux lignes de flancs homologues consécutifs ou la distance constante, mesurée suivant l'une quelconque de leurs normales communes, entre deux hélicoïdes développables consécutives. Ce pas de base réel est égal au pas de base de la crémaillère de taillage :

$$p_{bn} = p_n \cos \alpha_n = \pi m_n \cos \alpha_n. \quad (19.26.1)$$

Le pas de base apparent p_{bt} est la plus courte distance, dans la section apparente, entre deux flancs homologues consécutifs en développante. Sa valeur est calculable à partir de l'angle de pression apparent ou à partir de l'angle d'hélice de base par :

$$p_{bt} = p_t \cos \alpha_t = p_{bn}/\cos \beta_b. \quad (19.26.2)$$

Ces deux pas de base apparaissent dans le *plan d'action* de la denture de l'engrenage. Ce plan met en évidence une particularité exceptionnelle de la denture hélicoïdale à hélicoïde développable ou à développante de cercle dans la section apparente :

Dans la denture hélicoïdale en développante de cercle, les lignes de contact entre les flancs des dentures en prise sont des segments de droite.

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

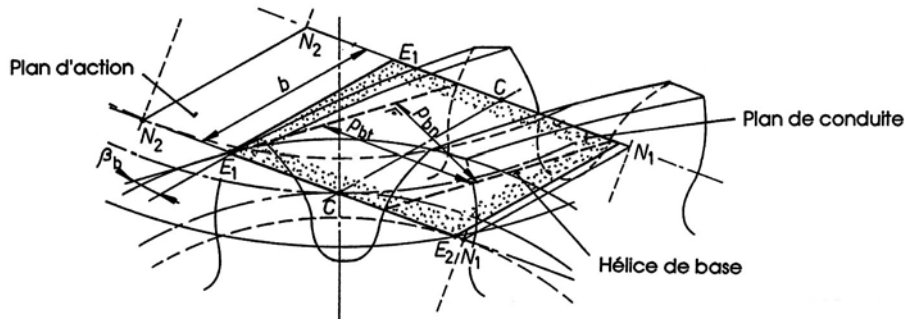


Figure 19.27 Plans d'action et de conduite. Pas de base réel et apparent

19.6.3 RAPPORT DE CONDUITE

Le plan de conduite entre les deux dentures est limité d'une part par les cylindres de tête des deux roues, d'autre part par les génératrices des cylindres de base, les profils en contact dans la section apparente devant être en développante de cercle. Le plan de conduite doit toujours se situer à l'intérieur du plan d'action. Le rapport de conduite se détermine dans la section apparente de l'engrenage. La longueur de conduite g_a se compose de deux segments :

- la longueur d'approche $g_{f\alpha}$,
- la longueur de retraite $g_{a\alpha}$.

Le rapport de conduite ε_a de l'engrenage hélicoïdal sans interférence se trouve par le rapport des longueurs :

$$\varepsilon_a = \frac{\text{longueur de conduite } g_a}{\text{pas de base apparent } p_{bt}} = \frac{E_1 E_2}{p_t \cos \alpha_t} \quad (19.27.1)$$

Les relations sont analogues à celle de la denture droite, soit :

$$\text{- rapport partiel du pignon 1 : } \varepsilon_{\alpha 1} = \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha_t'), \quad (19.27.2)$$

$$\text{- rapport partiel de la roue 2 : } \varepsilon_{\alpha 2} = \frac{z_2}{2\pi} (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha_t'). \quad (19.27.3)$$

L'angle de pression de tête dans la section apparente se trouve simplement par :

$$\cos \alpha_{a1} = d_{b1}/d_{a1} \quad \text{et} \quad \cos \alpha_{a2} = d_{b2}/d_{a2}.$$

Le rapport de conduite de l'engrenage hélicoïdal doit remplir les mêmes conditions que celles de l'engrenage droit, soit : $\varepsilon_a \geq 1,1$ à $1,3$.

19.6.4 RAPPORT DE RECOUVREMENT

Les extrémités avant et arrière de la denture se trouvent décalées angulairement sur les cylindres primitif et de base grâce aux angles d'hélice. Le recouvrement q est le décalage circonférentiel, entre la face avant et la face arrière d'une roue, d'une ligne de flanc sur le cylindre primitif. Le rapport de recouvrement ε_b est égal à, figure 19.28 :

$$\varepsilon_b = \frac{\text{recouvrement } q}{\text{pas primitif apparent } p_t} \quad (19.27.4)$$

Cette grandeur se trouve par :

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b \tan \beta}{p_t} = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n} \quad (19.27.5)$$

Afin d'assurer une longueur totale des lignes de contact constante pendant l'engrènement, ce qui limite favorablement les sollicitations mécaniques, il faut que le rapport de recouvrement soit un nombre entier, au moins égal à un.

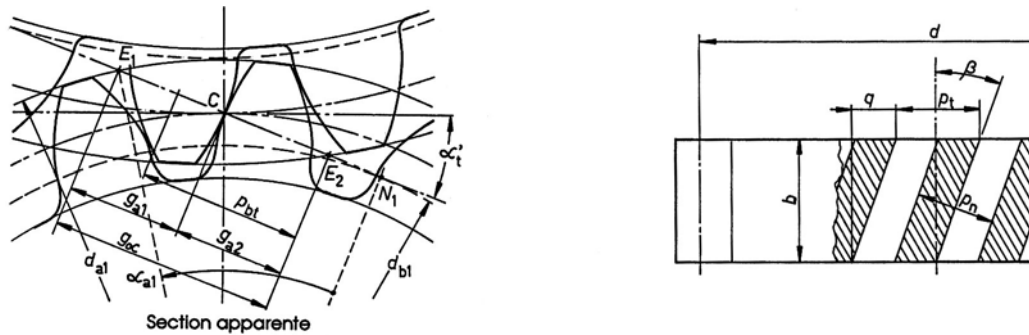


Figure 19.28 Rapports de conduite et de recouvrement dans la denture hélicoïdale

19.6.5 RAPPORT TOTAL DE CONDUITE

Le rapport total de conduite de l'engrenage hélicoïdal est égal à la somme de ces deux rapports partiels :

$$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta} \quad (19.27.6)$$

Dans l'engrenage à denture cylindrique hélicoïdale, le rapport de conduite est supérieur à deux ce qui signifie qu'il y a au moins toujours deux paires de dents constamment en contact dans le plan de conduite.

19.6.6 MESURE DE L'ÉCARTEMENT

Comme pour la denture droite, la mesure de l'écartement sur k dents est une méthode simple de contrôle de la bien-facture de la roue hélicoïdale. Cette mesure s'effectue dans la section réelle au moyen d'un instrument à plateaux parallèles. La cote de contrôle vaut :

$$W_k = m_n [(k - 0,5) \pi + z \operatorname{inv} \alpha_t] \cos \alpha_n + 2 x m_n \sin \alpha_n \quad (19.28.1)$$

Ce contrôle n'est possible que si la largeur de la roue b est supérieure à $W_k \sin \beta_b$. Le nombre de dents de contrôle k peut se trouver en fonction du nombre de dents réel et du coefficient de déport soit par les relations proposées dans [19.4] ou se lire sur la figure 19.29. Le calcul de k s'effectue comme suit :

- grandeur auxiliaire : $W_1 = m_n (0,5 \pi \cos \alpha_n + \operatorname{inv} \alpha_t \cos \alpha_n z + 2 x \sin \alpha_n)$,
- angle de calcul : $\cos \alpha_x = d_b / (d_a - 2 m_n)$,
- longueur complémentaire : $s_x = d_b \tan \alpha_x / \cos \beta_b$,
- nombre de dent : $k = (s_x - W_1) / (\pi m_n \cos \alpha_n) + 1$,
- ce nombre étant arrondi à l'entier.

La cote de contrôle est affectée d'une tolérance afin d'introduire le jeu normal Δj_n entre les flancs des deux roues. La cote d'exécution pour la denture extérieure est :

$$AW_k = W_k - \Delta j_n \quad (19.28.2)$$

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

De plus, il est possible de déterminer, comme contrôle, la somme des écartements des deux roues, somme indépendante des coefficients de déport, par :

$$W_{k1} + W_{k2} = (z_1 + z_2) m_n \cos \alpha_n [\operatorname{inv} \alpha_t' + \pi / (z_1 + z_2)] + (k_1 + k_2 - 2) p_b.$$

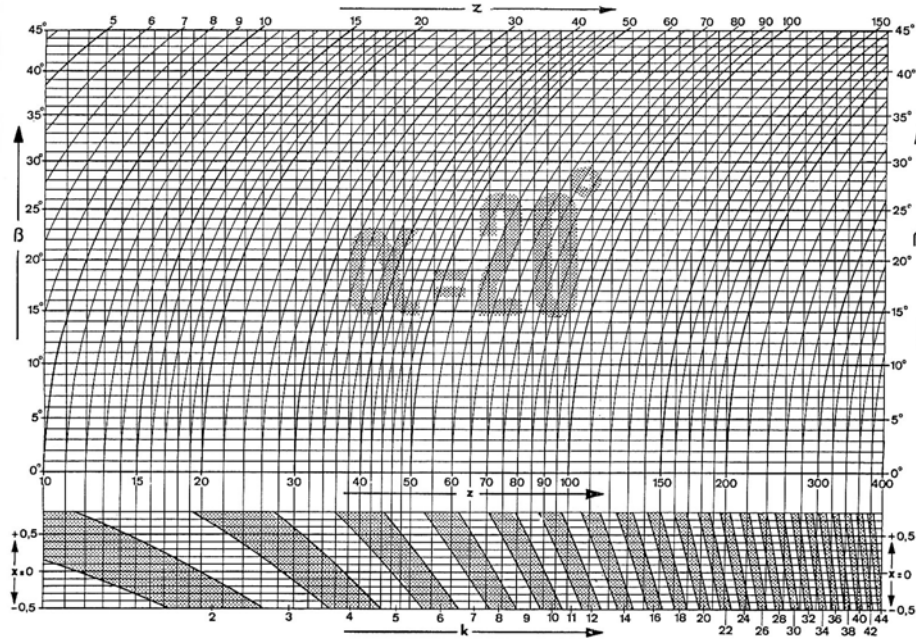


Figure 19.29 Nombre de dents intervenant dans l'écartement W_k (selon MAAG [3.4])

19.6.7 MESURE SUR BILLES

Le contrôle de la denture au moyen de billes placées dans deux intervalles diamétralement opposés est aussi possible et même nécessaire lorsque l'angle d'hélice ou le nombre de dents sont très grands, ou la largeur de la roue petite. Ces dimensions peuvent se trouver à partir de l'écartement $AW_k = W_k - \Delta j_n$, compte tenu du jeu normal. Les relations applicables à la denture hélicoïdale sont, par analogie avec la denture droite :

- diamètre des billes : $d_R = \text{environ } 1,8 m_n,$

- angle de calcul : $\operatorname{inv} \alpha_{Rt} = (AW_k - k p_b + d_R) / (z m_n \cos \alpha_n),$ (19.29.1)

- nombre de dents pair : $M_R = d_b / \cos \alpha_{Rt} + d_R,$ (19.29.3)

- nombre de dents impair : $M_R = d_b \cos(\pi/2 z) / \cos \alpha_{Rt} + d_R.$ (19.29.4)

L'angle de calcul peut aussi se trouver à partir du jeu normal en corrigeant le coefficient de déport :

$$\operatorname{inv} \alpha_{Rt} = \operatorname{inv} \alpha_t + d_R / (z m_n \cos \alpha_n) - 0,5 (\pi - 4 x_{\text{eff}} \tan \alpha_n) / z, \quad (19.29.2)$$

avec : $x_{\text{eff}} = x - \Delta j_n / (2 m_n \sin \alpha_n).$

19.6.8 CONDITIONS DE CONCEPTION

Les conditions de conception et les contrôles à effectuer sur les dimensions géométriques de l'engrenage parallèle hélicoïdal peuvent se donner par les points suivants (selon MAAG).

Condition 1 :

Dans un engrenage réducteur, le rapport des diamètres de base du pignon et de la roue doit être égal au rapport d'engrenage :

$$d_{b2}/d_{b1} = z_2/z_1 = u \quad \text{et} \quad d_{b2}/z_2 = d_{b1}/z_1 \quad \rightarrow \quad p_{bt1} = p_{bt2} = p_{bt}.$$

Le pas de base apparent doit être identique sur les deux roues.

Condition 2 :

Les lignes de contact entre les deux dentures selon des segments de droite ne sont possibles que si les angles d'hélice de base du pignon et de la roue coïncident exactement :

$$\beta_{b1} = \beta_{b2}.$$

Il s'ensuit que les pas de base réel doivent être identiques : $p_{bn1} = p_{bn2} = p_{bn}$.

Condition 3 :

Pour que la transmission du mouvement par les flancs porteurs de la denture soit continue, il faut qu'il existe au moins toujours un point de contact dans le plan de conduite. Cette règle minimale se transforme, pour la denture hélicoïdale, à la condition d'avoir toujours au moins un point de contact dans la section apparente. Le contrôle s'effectue au moyen du rapport de conduite : $\varepsilon_a \geq 1$ et le rapport de recouvrement $\varepsilon_b \geq 1$ (ε_b si possible entier).

Condition 4 :

Le contrôle de la géométrie de la denture hélicoïdale déportée peut s'effectuer en calculant la longueur curviligne de deux dentures dans la section apparente et sur les cercles primitifs de fonctionnement. La somme de ces deux longueurs doit être égale au pas primitif apparent de fonctionnement :

$$s_{t1}' + s_{t2}' = \pi m_t' = p_t' = 2 \pi a'/(z_1 + z_2).$$

Condition 5 :

Le vide à fond de dent, défini entre le cercle de pied d'une roue et le cercle de tête de la roue conjuguée, doit être conservé. La condition limite à remplir est :

$$d_{a1} + d_{f2} + 2c = 2a' \quad \text{et} \quad d_{a2} + d_{f1} + 2c = 2a'.$$

Condition 6 :

Les six grandeurs fondamentales de chacune des roues hélicoïdales doivent être respectées. Ce sont :

- | | |
|--|------------|
| 1. le nombre de dents | $z,$ |
| 2. le diamètre de base | $d_b,$ |
| 3. l'angle d'hélice de base | $\beta_b,$ |
| 4. l'épaisseur de dent sur le cylindre de base | $s_{bn},$ |
| 5. le diamètre de tête | $d_a,$ |
| 6. le diamètre de pied | $d_f.$ |

Les grandeurs 1, 5 et 6 se mesurent facilement tandis que les grandeurs 2, 3 et 4 nécessitent un appareillage de mesure particulier.

19.6.9 EXEMPLE D'ENGRENAGE HÉLICOÏDAL EXTÉRIEUR

Proposons-nous de déterminer toutes les dimensions géométriques principales d'un engrenage parallèle à roue cylindrique hélicoïdale présentant initialement les grandeurs suivantes :

- | | | |
|-------------------------------|-------------|------------|
| - nombre de dents : | pignon : 19 | roue : 77, |
| - module de taillage : | 4 mm, | |
| - angle d'hélice primitive : | 14°, | |
| - entraxe de fonctionnement : | 200 mm. | |

19. Géométrie des engrenages à axes parallèles

1. DIMENSIONS DE L'ENGRENAGE NON DÉPORTÉ

Le rapport d'engrenage vaut : $u = 77/19 = 4,05263$ et le module apparent, pour un angle d'hélice de 14° , se trouve par : $m_t = 4 \text{ mm}/\cos 14^\circ = 4,12245\dots \text{ mm}$. L'entraxe nominal se calcule à partir du module apparent et vaut : $a = [(19+77)/2] 4 \text{ mm}/\cos 14^\circ = 197,8778 \text{ mm}$. Comme l'entraxe de fonctionnement adopté selon l'énoncé est $a' = 200 \text{ mm}$, le déport est choisi positivement pour les deux roues.

2. DIMENSIONS DE LA DENTURE DÉPORTÉE

La somme des coefficients de déport à adopter se trouve à partir des entraxes a et a' par :

- angle de pression apparent : $\tan \alpha_t = \tan \alpha_n / \cos \beta \rightarrow \alpha_t = 20,5617^\circ$.
- angle apparent de fonctionnement : $\cos \alpha_t' = (197,8778/200) \cos \alpha_t \rightarrow \alpha_t' = 22,1257^\circ$.
- somme des coefficients de déport : $x_1 + x_2 = \frac{1}{2} (\text{inv} \alpha_t' - \text{inv} \alpha_t) (19+77)/\tan 20^\circ = 0,550$.
- répartition des coefficients : $x_1 = 0,320 \quad x_2 = 0,230$.

Ces dimensions étant connues, toutes les autres dimensions géométriques et de fonctionnement se calculent à partir des relations proposées.

3. TABLE DES DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES

Tableau 19.6
Géométrie et fonctionnement d'un engrenage parallèle hélicoïdal

Grandeurs	Pignon 1	Roue 2
Nombre de dents	$z_1 = 19$	$z_2 = 77$
Module réel	$m_n = 4,00$	$m_n = 4,00$
Profil de référence	SN 215 520, Type B	
Angle de pression de référence	$\alpha_p = 20^\circ$	
Rapport d'engrenage	$u = 4,05263$	
Angle d'hélice primitive	$\beta = 14^\circ$	
Module apparent	$m_t = 4,1225$	$m_t = 4,1225$
<i>Entraxes</i>		
- nominal	$a = 197,878$	
- de fonctionnement	$a' = 200,000$	
<i>Déport de denture</i>		
- somme des coefficients	$x_1 + x_2 = 0,550$	
- coefficient de déport	$x_1 = 0,320$	$x_2 = 0,230$
<i>Pas de la denture</i>		
- primitif réel	$p_n = 12,5664$	
- primitif apparent	$p_t = 12,9511$	
- de base réel	$p_{bn} = 11,8085$	
- de base apparent	$p_{bt} = 12,1260$	
<i>Angles</i>		
- de pression apparent	$\alpha_t = 20,5617^\circ$	
- de pression de fonctionnement	$\alpha_t' = 22,1257^\circ$	
- d'hélice de fonctionnement	$\beta' = 14,1441^\circ$	
- d'hélice de base	$\beta_b = 13,1401^\circ$	
Sens des hélices	à droite	à gauche
<i>Diamètres</i>		
- primitif	$d_1 = 78,327$	$d_2 = 317,429$
- primitif de fonctionnement	$d_1' = 79,167$	$d_2' = 320,833$
- de base	$d_{b1} = 73,337$	$d_{b2} = 297,207$
- de tête non corrigé	$d_{a1} = 88,731$	$d_{a2} = 327,113$
- de tête corrigé	$d_{a1} = 88,500$	$d_{a2} = 327,000$

Organes de transmission indirecte

- de pied théorique	$d_{f1} = 70,887$	$d_{f2} = 309,270$
Module de fonctionnement	$m_t' = 4,1667$	
Hauteur commune de dent	$h' = 7,750$	
Largeur portante de la denture	$b' = 55,000$	
Angle de pression de tête	$\alpha_{a1} = 34,038^\circ$	$\alpha_{a2} = 24,648^\circ$
<i>Conduite</i>		
- rapport de conduite partiel	$\varepsilon_{a1} = 0,813$	$\varepsilon_{a2} = 0,640$
- rapport de conduite total	$\varepsilon_a = 1,454$	
- rapport de recouvrement	$\varepsilon_b = 1,059$	
- rapport total	$\varepsilon_g = 2,513$	
<i>Contrôle de la denture</i>		
- nombre de dents virtuel	$z_{v1} = 20,6488$	$z_{v2} = 83,6819$
- nombre de dents de contrôle	$k_1 = 3$	$k_2 = 11$
- écartement sur k dents	$w_3 = 31,557$	$w_{11} = 129,320$
<i>Epaisseur curviligne de dent</i>		
<i>Section apparente</i>		
- sur primitif de référence	$s_{t1} = 7,436$	$s_{t2} = 7,166$
- sur primitif de fonctionnement	$s_{t1}' = 7,185$	$s_{t2}' = 5,905$
- sur cercle de tête	$s_{at1} = 2,635$	$s_{at2} = 3,322$
<i>Glissement des profils</i>		
- longueur partielle de conduite	$g_{a1} = 9,860$	$g_{a2} = 7,766$
- longueur totale de conduite	$g_a = 17,626$	
- facteur de glissement	$c_{u1} = 0,496$	$c_{u2} = 0,575$
- spécifique en E_1 et E_2	$\gamma_1 = 0,985$	$\gamma_2 = 1,356$
<i>Profil de référence type B</i>		
- saillie	$h_{fp}^* = 1,25$	
- Vide à fond de dent	$c^* = 0,25$	
- Rayon de tête	$R_{fp}^* = 0,30$	

Contrôle complémentaire

Contrôlons le point 4 énoncé précédemment dans les conditions de conception d'un engrenage extérieur. Le module apparent vaut : $m_t' = 2 \cdot 200 / (19 + 77) = 4,166667$ et le pas primitif apparent de fonctionnement $p_t' = \pi m_t' = 13,089969$. La somme des longueurs curvilignes, dans la section apparente, se trouve par : $s_{t1}' + s_{t2}' = 7,185 + 5,905 = 13,090$, d'où correspondance satisfaite à la précision près de l'écriture des résultats.

19.7 ENGRENAGE PARALLÈLE HÉLICOÏDAL INTÉRIEUR

L'engrenage parallèle hélicoïdal intérieur se compose d'une roue hélicoïdale à denture extérieure et d'une couronne hélicoïdale à denture intérieure. Le sens des hélices est le même sur les deux roues dentées.

19.7.1 DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES PRINCIPALES

Le calcul des dimensions géométriques d'un engrenage parallèle intérieur à denture hélicoïdale peut s'effectuer en introduisant les mêmes relations que pour la denture extérieure. L'emploi d'un nombre de dents négatif pour la couronne facilite fortement la programmation de toutes ces grandeurs. Les modules et pas ont la même signification que dans l'engrenage extérieur. Les dimensions proposées s'appliquent à un engrenage déporté avec un entraxe de fonctionnement a' , coefficient de vide à fond de dent c^* selon la norme en vigueur.

19.7.1.1 MODULES ET PAS

Après le choix de l'angle d'hélice primitive β , les relations deviennent :

- | | | |
|-----------------------|--------------------------------------|--|
| - nombre de dents : | pignon : z_1 | - couronne : z_3 (négatif), |
| - module réel : | m_n | - module apparent : $m_t = m_n/\cos\beta$, |
| - pas réel : | $p_n = \pi m_n$ | - pas apparent : $p_t = \pi m_n/\cos\beta$, |
| - pas de base réel : | $p_{bn} = p_n \cos\alpha_n$ | - pas de base apparent : $p_{bt} = p_t \cos\alpha_t$, |
| - angle de pression : | $\alpha_n = \alpha_p (= 20^\circ)$, | - section apparente : $\alpha_t = \text{atan}(\tan\alpha_n/\cos\beta)$. |

19.7.1.2 DIAMÈTRES

Le nombre de dents de la couronne est introduit avec une dimension négative, mais affichée avec une valeur positive. Les diamètres des deux roues se trouvent par les expressions suivantes :

- | | | |
|---|--|---|
| - entraxe nominal : | $a = ^{1/2} (z_1+z_3) m_n/\cos\beta $, | |
| - angle de pression de fonctionnement : | $\alpha_t' = \text{acos}(a \cos\alpha_t/a')$. | |
| - coefficient de déport : | $x_1 = \dots$ | $x_3 = \dots$ |
| - diamètres : | Pignon 1 | Couronne 3 |
| - primitif de référence : | $d_1 = z_1 m_t$, | $d_3 = z_3 m_t $, |
| - de base : | $d_{b1} = d_1 \cos\alpha_t$ | $d_{b3} = d_3 \cos\alpha_t $, |
| - primitif de fonctionnement : | $d_1' = d_1 a'/a$ | $d_3' = d_3 a'/a $, |
| - de pied théorique : | $d_{f1} = d_1 + 2 x_1 m_n - 2 h_{aP}$ | $d_{f3} = d_3 + 2 x_3 m_n - 2 h_{aP} $, |
| - de tête corrigé : | $d_{a1} = 2 a' - d_{f3} - 2 c$ | $d_{a3} = 2 a' - d_{f1} - 2 c $. |

19.7.1.3 ANGLES

Les angles des diverses hélices sur les deux roues peuvent se trouver par les relations de l'engrenage parallèle extérieur. Ce sont principalement :

- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| - angles (mêmes sens) | Pignon 1 | Couronne 3 |
| - d'hélice de base : | $\beta_b = \text{atan}(\tan\beta \cos\alpha_t)$ | $\beta_b = \text{atan}(\tan\beta \cos\alpha_t)$, |
| - d'hélice primitive de fonction't : | $\beta' = \text{atan}(a' \tan\beta/a)$ | $\beta' = \text{atan}(a' \tan\beta/a)$, |
| - de pression de tête | $\alpha_{at1} = \text{acos}(d_{b1}/d_{a1})$ | $\alpha_{at3} = \text{acos}(d_{b3}/d_{a3})$. |

19.7.1.4 GRANDEURS DE FONCTIONNEMENT

Les rapports de conduite, de recouvrement et total se trouvent par des relations semblables à celles de l'engrenage extérieur, soit :

- rapports de conduite partiels : $\varepsilon_{\alpha 1} = (z_1/2\pi)(\tan\alpha_{at1} - \tan\alpha_t')$,
 $\varepsilon_{\alpha 3} = (z_3/2\pi)(\tan\alpha_{at3} - \tan\alpha_t')$,
- rapport de conduite : $\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha 1} + \varepsilon_{\alpha 3}$,
- rapport de recouvrement : $\varepsilon_{\beta} = b \sin\beta / (\pi m_n)$,
- rapport total : $\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}$.

19.7.2 INTERFÉRENCES DANS L'ENGRENAGE INTÉRIEUR

L'interférence peut exister à la fabrication de la couronne et à l'engrènement de la couronne avec la roue. La discussion entreprise pour la denture droite est aussi applicable à la denture hélicoïdale. La condition générale de non interférence est imposée par la première loi des engrenages : les deux profils des flancs venant en contact doivent être en développante de cercle. Les grandeurs de la couronne, z_3 et x_3 , sont à prendre selon la définition VSM.

19.7.2.1 CARACTÉRISTIQUES DE L'OUTIL

Désignons par z_w le nombre de dents du couteau disque, par d_{bw} le diamètre de son cercle de base, par x_w le coefficient de déport existant actuellement et par d_{aw} le diamètre de tête. L'angle de pression sur le cercle de tête se trouve par : $\cos\alpha_w = d_{bw}/d_{aw}$. À la taille de la denture intérieure, l'angle d'engrènement généré est habituellement différent de l'angle de pression nominal de l'outil. Lorsque la profondeur totale de la dent est atteinte, cet angle se trouve par :

$$\text{inv}\alpha_{gt} = \text{inv}\alpha_t + 2(x_3 - x_w) \tan\alpha_n / (z_3 - z_w) \quad \text{et} \quad a_w = 1/2 (d_{b3} - d_{bw}) / \cos\alpha_{gt}.$$

19.7.2.2 INTERFÉRENCE AU PIED DE LA DENTURE DE LA COURONNE

Le profil de tête du pignon 1 ne doit venir en contact qu'avec un profil en développante au pied de la denture de la couronne. Le point limite du profil engendré par l'outil se trouve à la distance : $a_w \sin\alpha_{gt} + 0,5 d_{bw} \tan\alpha_{aw}$ du point N_3 situé sur le cercle de base de la couronne. À l'engrènement avec le pignon 1, la distance au point correspondant de cette roue, par rapport au point N_3 , se trouve par : $a' \sin\alpha_t' + 0,5 d_{b1} \tan\alpha_{a1}$. Pour éviter l'interférence à l'engrènement, il faut que la longueur de conduite générée soit plus grande ou au minimum égale à la longueur de conduite utilisée par le pignon 1. Il s'ensuit que le diamètre de tête du pignon 1 doit obéir à la condition :

$$d_{a1} = d_{b1} / \cos\alpha_{a1} \quad \text{avec} \quad \tan\alpha_{a1} = 2(a_w \sin\alpha_{gt} - a' \sin\alpha_t' + 1/2 d_{bw} \tan\alpha_{aw}) / d_{b1}.$$

19.7.2.3 INTERFÉRENCE AU PIED DE LA DENTURE DU PIGNON

Le profil de tête de la couronne ne doit venir en contact qu'avec un profil en développante au pied du pignon. Cette condition de non interférence impose que la longueur de conduite de la couronne soit plus petite ou à la limite égale à la longueur de conduite du pignon dans cette partie de l'engrènement. Le début de la développante sur le pignon se trouve à la distance g_{inv} du point N_1 , figure 19.26 à gauche et relation 19.25.1, soit :

$$g_{inv} = 1/2 d_{b1} \tan\alpha_t - h_{inv} / \sin\alpha_t.$$

L'interférence est évitée lorsque le diamètre de tête de la couronne remplit la condition suivante, figure 19.30 à gauche :

$$d_{a3} = d_{b3}/\cos\alpha_{a3} \quad \text{avec} \quad \tan\alpha_{a3} = 2(a' \sin\alpha_t' + g_{\text{inv}})/d_{b3}.$$

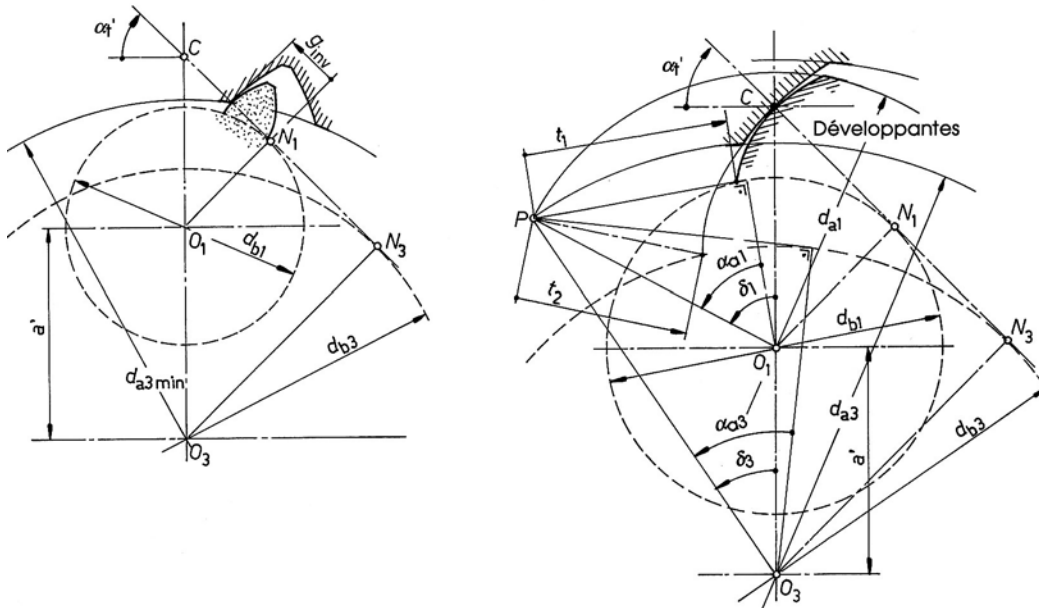


Figure 19.30 Diamètre minimal de la couronne afin d'éviter l'interférence. Interférence à l'engrènement pour une petite différence du nombre de dents.

19.7.2.4 INTERFÉRENCE À L'ENGRÈNEMENT SI Δz EST PETIT

Cette interférence, citée déjà dans l'engrenage à denture droite intérieure, intervient si la différence des nombres de dents est petite. Elle provient de la collision des saillies des deux roues au point P à l'extérieur de la ligne de conduite, figure 19.30 à droite. Le résultat de l'étude et les conclusions à tirer dépendent beaucoup de la valeur de l'entraxe de sorte qu'il est vivement recommandé de tenir compte des écarts supérieur et inférieur de cette dimension dans le contrôle. Les distances t_1 et t_2 sont les distances du point P au début de la développante sur les cercles de base. La différence $t_1 - t_2$ jusqu'au point de collision P se trouve par :

$$t_1 - t_2 = \frac{1}{2} d_{b1} (\text{inv}\alpha_{a1} - \text{inv}\alpha_t' + d_1) - \frac{1}{2} d_{b3} (\text{inv}\alpha_{a3} - \text{inv}\alpha_t' + d_3),$$

avec :

$$\cos\alpha_t' = \frac{1}{2} (d_{b3} - d_{b1})/a',$$

$$\cos\alpha_{a1} = d_{b1}/d_{a1},$$

$$\cos\delta_1 = \frac{1}{4} (1 + d_{a3}/d_{a1}) (d_{a3} - d_{a1})/a' - a'/d_{a1},$$

$$\cos\alpha_{a3} = d_{b3}/d_{a3},$$

$$\cos\delta_2 = \frac{1}{4} (1 + d_{a1}/d_{a3}) (d_{a3} - d_{a1})/a' + a'/d_{a3}.$$

Pour assurer une non interférence à l'engrènement, la condition à réaliser est selon [3.4] :

$$t_1 - t_2 > 0.$$

Organes de transmission indirecte

Tableau 18.6 (suite)

Table de la fonction involute alpha : $\text{inv}\alpha = \tan\alpha - \alpha$

Angles en °									
	28°	29°	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°
0.00	0.043017	0.048164	0.053751	0.059809	0.066364	0.073449	0.081097	0.089342	0.098224
0.05	0.043264	0.048432	0.054043	0.060124	0.066705	0.073818	0.081494	0.089771	0.098685
0.10	0.043513	0.048702	0.054336	0.060441	0.067048	0.074188	0.081894	0.090201	0.099149
0.15	0.043762	0.048973	0.054629	0.060759	0.067392	0.074559	0.082294	0.090633	0.099614
0.20	0.044012	0.049245	0.054924	0.061079	0.067738	0.074932	0.082697	0.091067	0.100080
0.25	0.044264	0.049518	0.055221	0.061400	0.068084	0.075307	0.083100	0.091502	0.100548
0.30	0.044516	0.049792	0.055518	0.061721	0.068432	0.075683	0.083506	0.091938	0.101019
0.35	0.044770	0.050068	0.055817	0.062045	0.068782	0.076060	0.083913	0.092377	0.101490
0.40	0.045024	0.050344	0.056116	0.062369	0.069133	0.076439	0.084321	0.092816	0.101964
0.45	0.045280	0.050622	0.056417	0.062695	0.069485	0.076819	0.084731	0.093258	0.102439
0.50	0.045537	0.050901	0.056720	0.063022	0.069838	0.077200	0.085142	0.093701	0.102916
0.55	0.045795	0.051181	0.057023	0.063350	0.070193	0.077583	0.085555	0.094146	0.103395
0.60	0.046054	0.051462	0.057328	0.063680	0.070549	0.077968	0.085970	0.094592	0.103875
0.65	0.046313	0.051744	0.057633	0.064011	0.070907	0.078354	0.086386	0.095041	0.104357
0.70	0.046575	0.052027	0.057940	0.064343	0.071266	0.078741	0.086804	0.095490	0.104841
0.75	0.046837	0.052312	0.058249	0.064677	0.071626	0.079130	0.087223	0.095942	0.105327
0.80	0.047100	0.052597	0.058558	0.065012	0.071988	0.079520	0.087644	0.096395	0.105814
0.85	0.047364	0.052884	0.058869	0.065348	0.072351	0.079912	0.088066	0.096850	0.106304
0.90	0.047630	0.053172	0.059181	0.065685	0.072716	0.080305	0.088490	0.097306	0.106795
0.95	0.047896	0.053461	0.059494	0.066024	0.073082	0.080700	0.088915	0.097764	0.107288
1.00	0.048164	0.053751	0.059809	0.066364	0.073449	0.081097	0.089342	0.098224	0.107782

Angles en °									
	37°	38°	39°	40°	41°	42°	43°	44°	45°
0.00	0.107782	0.118061	0.129106	0.140968	0.153702	0.167366	0.182024	0.197744	0.214602
0.05	0.108279	0.118594	0.129679	0.141583	0.154362	0.168074	0.182784	0.198559	0.215476
0.10	0.108777	0.119130	0.130254	0.142201	0.155025	0.168786	0.183547	0.199377	0.216353
0.15	0.109277	0.119667	0.130832	0.142821	0.155691	0.169499	0.184312	0.200198	0.217234
0.20	0.109779	0.120207	0.131411	0.143443	0.156358	0.170216	0.185080	0.201022	0.218117
0.25	0.110283	0.120748	0.131993	0.144067	0.157028	0.170934	0.185851	0.201849	0.219003
0.30	0.110788	0.121291	0.132576	0.144694	0.157700	0.171656	0.186625	0.202678	0.219893
0.35	0.111295	0.121837	0.133162	0.145323	0.158375	0.172380	0.187401	0.203511	0.220786
0.40	0.111805	0.122384	0.133750	0.145954	0.159052	0.173106	0.188180	0.204346	0.221682
0.45	0.112316	0.122933	0.134339	0.146587	0.159732	0.173835	0.188962	0.205184	0.222580
0.50	0.112829	0.123484	0.134931	0.147222	0.160414	0.174566	0.189746	0.206026	0.223483
0.55	0.113343	0.124037	0.135525	0.147860	0.161098	0.175300	0.190534	0.206870	0.224388
0.60	0.113860	0.124592	0.136122	0.148500	0.161785	0.176037	0.191324	0.207717	0.225296
0.65	0.114378	0.125150	0.136720	0.149142	0.162474	0.176776	0.192116	0.208567	0.226208
0.70	0.114899	0.125709	0.137320	0.149787	0.163165	0.177518	0.192912	0.209420	0.227123
0.75	0.115421	0.126270	0.137923	0.150433	0.163859	0.178262	0.193710	0.210276	0.228041
0.80	0.115945	0.126833	0.138528	0.151083	0.164556	0.179009	0.194511	0.211135	0.228962
0.85	0.116471	0.127398	0.139134	0.151734	0.165254	0.179759	0.195315	0.211998	0.229886
0.90	0.116999	0.127965	0.139743	0.152388	0.165956	0.180511	0.196122	0.212863	0.230814
0.95	0.117529	0.128534	0.140355	0.153043	0.166660	0.181266	0.196932	0.213731	0.231745
1.00	0.118061	0.129106	0.140968	0.153702	0.167366	0.182024	0.197744	0.214602	0.232679

Angles de 10° à 28° à la page 46.

CHAPITRE 20

ENGRENAGES À AXES CONCOURANTS

Ce chapitre traite les engrenages à axes concourants :

1. Engrenages équipés de roues coniques à denture droite,
2. Engrenages équipés de roues coniques à denture inclinée.
3. Engrenages équipés de roues coniques à denture curviligne ou dite denture spirale.

Les engrenages à axes concourants servent à transmettre des efforts entre deux arbres se coupant habituellement sous un angle $\Sigma = 90^\circ$, mais tout angle compris entre 0° et 180° est en principe possible. Le rendement de ce genre de transmission est élevé, jusqu'à 97 %, si le soin apporté à la fabrication et au montage est suffisamment poussé et si les paliers sont bien choisis en fonction des charges à transmettre. Ces engrenages se composent de deux roues coniques qui doivent coïncider exactement le long de leurs génératrices communes et les axes doivent se couper au sommet des cônes primitifs.

20.1 GÉOMÉTRIE DES ROUES CONIQUES DROITES

Les engrenages coniques à denture droite et inclinée sont taillés par un outillage à flancs rectilignes par la méthode dite de génération. Les machines-outils et l'outillage sont relativement chers par rapport au prix des roues coniques à denture curviligne. Ces mécanismes sont employés pour de petites et moyennes séries et pour des couples de très haute précision. Les quatre types fondamentaux d'engrenages à axes concourants sont représentés sur la figure 18.7.

20.1.1 CÔNES PRIMITIFS ET ANGLES DES CÔNES

Les grandeurs géométriques fondamentales sont l'angle des axes Σ et les angles des cônes primitifs de référence δ_1 et δ_2 des deux roues. La somme de ces angles vaut, figure 20.1 :

$$\delta_1 + \delta_2 = \Sigma. \quad (20.1.1)$$

La surface primitive de référence d'une roue conique est le *cône primitif de référence*. Son sommet est le sommet du cône primitif, toutes les génératrices du cône aboutissant en ce point. L'angle primitif de référence δ est l'angle entre l'axe de la roue et la génératrice du cône primitif de référence. Le *cercle primitif de référence* d'une roue, de diamètre d , est le cercle d'intersection du cône primitif de référence de diamètre d_e avec un plan perpendiculaire à l'axe sur lequel le pas possède une valeur déterminée. On appelle *cône complémentaire* le cône dont les génératrices sont perpendiculaires à celles du cône primitif, à l'extrémité externe de la largeur de la denture. La longueur de la génératrice extérieure, symbole R_e , est la distance entre le sommet et le cône complémentaire, mesurée suivant la génératrice du cône primitif de référence.

Soit d_1 le diamètre du cercle primitif du cône 1, de diamètre d_{e1} , et d_2 le diamètre du cercle primitif du cône 2, de diamètre d_{e2} . Les angles des cônes primitifs peuvent s'exprimer par :

$$\sin \delta_1 = \frac{1}{2} d_{e1}/R_e \quad \text{et} \quad \sin \delta_2 = \frac{1}{2} d_{e2}/R_e, \quad (20.1.2)$$

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{e2}}{2 \sin \delta_2} \Rightarrow \frac{d_{e1}}{d_{e2}} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{\sin \delta_1}{\sin \delta_2}. \quad (20.1.3)$$

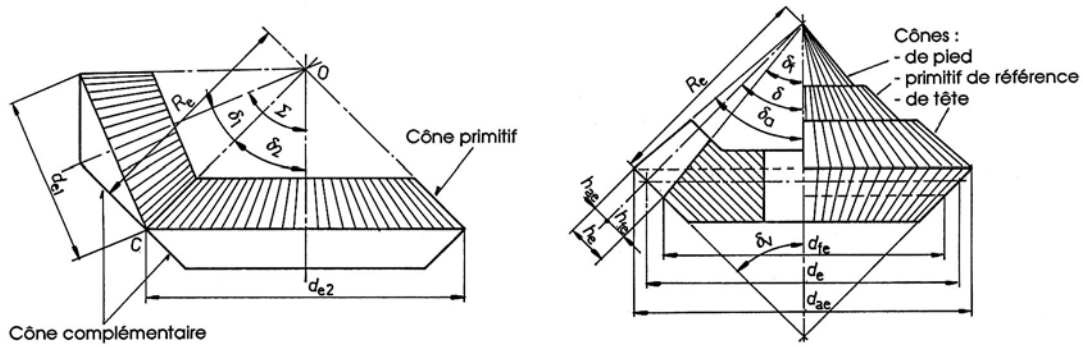


Figure 20.1 Cônes primitifs et cônes complémentaires, angles primitifs et des axes
Dimensions générales extérieures d'une roue conique

20.1.2 DIMENSIONS DE LA DENTURE

Le profil de référence de la denture des roues coniques devrait se définir à distance constante R_e du point O , intersection des axes, donc sur une surface sphérique. Pratiquement, les flancs de dent sont des octoïdes et sont seulement précis si les cônes primitifs de fonctionnement sont en même temps les cônes primitifs de taillage. Cette condition est réalisée pour les dentures normales et les dentures déportées sans variation d'entraxe. Pour l'étude de la forme de la dent, on remplace la sphère par un cylindre de rayon R_e . Le profil développé sur ce cylindre est un profil trapézoïdal dans l'octoïde de première espèce, semblable à celui des roues cylindriques à denture droite ou hélicoïdale.

Pendant la taille d'une roue conique droite, la roue à tailler engrène, pendant la génération, avec une roue conique particulière, d'angle primitif de référence $\delta = 90^\circ$, appelée *roue plate*. Cette roue plate n'existe que partiellement dans la machine à tailler et comporte le plus souvent seulement deux flancs. Dans la denture droite, toutes les dents de cette roue convergent vers le sommet O et diminuent en épaisseur linéairement vers le centre. Si z_1 et z_2 sont les nombres de dents des deux roues coniques et si $p = \pi m$ est le pas de la denture droite, la longueur de la circonférence primitive des deux roues peut s'exprimer par les relations :

$$C_1 = \pi d_1 = z_1 p = z_1 \pi m \quad \text{et} \quad C_2 = \pi d_2 = z_2 p = z_2 \pi m.$$

Si les deux cônes primitifs roulent l'un sur l'autre sans glisser et si les génératrices coïncident exactement, le pas primitif sur les circonférences primitives est identique pour les deux roues. Les diamètres primitifs des roues s'expriment par :

$$d_1 = z_1 m \quad \text{et} \quad d_2 = z_2 m. \quad (20.2.1)$$

La saillie est désignée par h_a , distance entre le cercle de tête et le cercle primitif mesurée suivant une génératrice sur le cône complémentaire extérieur, et le creux par h_f , distance entre le cercle primitif et le cercle de pied mesurée suivant une génératrice du cône complémentaire extérieur. La hauteur de dent h est la distance entre le cercle de tête et le cercle de pied mesurée suivant une génératrice du cône complémentaire extérieur. En supposant un profil de référence identique à celui des roues cylindriques avec $h_{ap}^* = 1$, ces trois grandeurs valent :

$$h_a = m, \quad h_f = m + c, \quad \text{et} \quad h = h_a + h_f. \quad (20.2.2)$$

Les diamètres de tête et de pied se trouvent par les relations suivantes, fig. 20.2 :

$$\text{- diamètre de tête :} \quad d_{a1} = d_1 + 2 h_a \cos \delta_1 \quad d_{a2} = d_2 + 2 h_a \cos \delta_2, \quad (20.2.3)$$

$$\text{- diamètre de pied :} \quad d_{f1} = d_1 - 2 h_f \cos \delta_1 \quad d_{f2} = d_2 - 2 h_f \cos \delta_2. \quad (20.2.4)$$

20. Engrenages à axes concourants

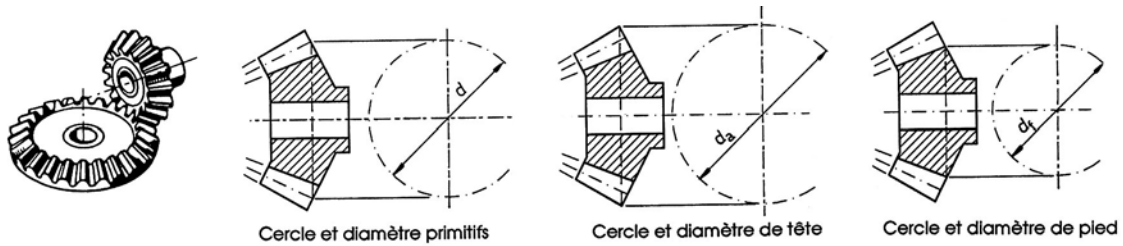


Figure 20.2 Engrenage conique droit : diamètres primitif, de tête et de pied

Le rapport d'engrenage u se définit par la même relation que dans la denture cylindrique :

$$u = \frac{\text{grand nombre de dents}}{\text{petit nombre de dents}} \geq 1.$$

En admettant la roue conique 1 menante, le rapport d'engrenage se trouve par :

- dans un engrenage réducteur : $u = z_2/z_1$,
- dans un engrenage multiplicateur : $u = z_1/z_2$.

À partir de la somme des angles primitifs des cônes et de l'égalité de longueur de la génératrice, il est possible d'exprimer les angles primitifs en fonction de l'angle des axes et des nombres de dents :

$$\tan \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{z_2 / z_1 + \cos \Sigma}, \quad \tan \delta_2 = \frac{\sin \Sigma}{z_1 / z_2 + \cos \Sigma}. \quad (20.3.1)$$

Lorsque les axes des cônes sont perpendiculaires, donc $\Sigma = 90^\circ$, ces deux relations se simplifient en :

$$\tan \delta_1 = z_1/z_2 \quad \tan \delta_2 = z_2/z_1. \quad (20.3.2)$$

Enfin, le diamètre primitif de la roue plate peut se trouver par l'expression :

$$d_p = z_p m = 2 OC = 2 R_e = d_{e1}/\sin \delta_1 = d_{e2}/\sin \delta_2. \quad (20.3.3)$$

20.1.3 ANGLES DES DIVERS CÔNES

Comme la denture nécessite la présence d'une saillie et d'un creux, les roues coniques possèdent plusieurs cônes, figure 20.1 à droite :

- le cône primitif de référence : angle δ ,
- le cône de tête : angle δ_a ,
- le cône de pied : angle δ_f .

Ces trois angles permettent de définir les deux différences angulaires :

- angle de saillie : angle \mathcal{G}_a ,
- angle de creux : angle \mathcal{G}_f ,

et de trouver les angles des cônes de tête et de pied à partir de l'angle de cône primitif. Comme les génératrices du cône complémentaire extérieur sont perpendiculaires à celles du cône primitif et comme nous supposons que tous les cônes aboutissent au sommet O , les différences angulaires se trouvent par les relations :

$$\tan \mathcal{G}_a = \frac{h_a}{R_e} = \frac{2 h_a \sin \mathcal{G}}{d_e}, \quad \tan \mathcal{G}_f = \frac{h_f}{R_e} = \frac{2 h_f \sin \mathcal{G}}{d_e}. \quad (20.4.1)$$

$$\text{- angle du cône de tête : } \delta_a = \delta + \arctan(h_a/R_e), \quad (20.4.2)$$

$$\text{- angle du cône de pied : } \delta_f = \delta - \arctan(h_f/R_e). \quad (20.4.3)$$

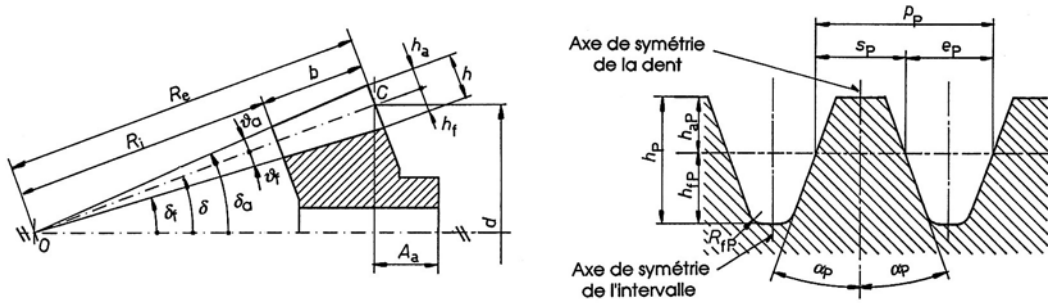


Figure 20.3 Angles des cônes primitif, de tête et de pied ainsi que leurs différences
Profil de référence sur la roue plate de la denture octoïde

On appelle distance de tête A_a la distance entre le plan du cercle de tête et la face de départ de la roue. Cette grandeur est très importante dans le positionnement de la denture sur la roue lors du taillage et du montage.

20.1.4 PROFIL DE RÉFÉRENCE ET ROUE PLATE

Les symboles utilisées pour la roue plate sont conformes à la norme DIN 3971, l'indice proposé étant la lettre P.

20.1.4.1 PROFIL DE RÉFÉRENCE SUR LA ROUE PLATE

La ligne de référence du profil de la roue plate se trouve dans le plan primitif de cette roue lorsqu'il n'y a pas de déport. Les dimensions du profil de référence sont, figure 20.3 :

- le pas primitif sur la roue plate : $p_p = \pi m_p$, (20.5.1)
- l'angle de référence : $\alpha_p = 20^\circ$, (20.5.2)
- l'épaisseur de dent : $s_p = 1/2 \pi m_p$,
- l'intervalle de dent : $e_p = 1/2 \pi m_p$,
- la saillie : $h_{aP} = h_{aP}^* m_p$, (20.5.3)
- le creux : $h_{fP} = h_{fP}^* m_p$, (20.5.4)
- la hauteur de dent : $h_p = (h_{aP}^* + h_{fP}^*) m_p$, (20.5.5)
- le rayon de raccordement : $R_{fP} = R_{fP}^* m_p$. (20.5.6)

Le profil usuel correspondant au profil des dentures cylindriques présente les caractéristiques particulières suivantes avec $h_{aP}^* = 1$:

$$h_{aP} = m_p \quad h_{fP} = m_p + c_p \quad \text{avec} \quad c_p = (0,1 \dots 0,3) m_p.$$

Dans la denture conique droite, le module de la roue plate correspond à la liste des modules métriques selon tableau 18.1 . La norme DIN traite des profils avec renforcement et amincissement de la dent ainsi que les profils avec déports positif et négatif.

20.1.4.2 DIMENSIONS DE LA ROUE PLATE

Sans discuter pour l'instant de la forme exacte des flancs porteurs de la denture, considérons un engrenage conique composé d'un pignon et d'une roue coniques. Comme dans l'étude de l'engrènement de deux roues cylindriques à denture droite, intercalons le profil sans épaisseur d'une roue plate entre les deux roues réelles, figure 20.4. Cette roue particulière a même génératrice commune que les deux roues réelles, son axe passe par le point O sommet

des cônes et son nombre de dents est z_p . Dans le plan primitif de référence, les dimensions visibles pour la denture droite de cette roue sont :

- diamètre extérieur : $d_{eP} = 2 OC = d_p$,
- largeur de la dent : b avec $b \leq OC/3$ ou $b \leq 8 m_p$,
- diamètre intérieur : $d_{iP} = d_{eP} - 2 b$,
- diamètre moyen : $d_{mP} = (d_{eP} + d_{iP})/2$,
- pas angulaire : $\tau_p = 2 \pi m_p/d_{eP} = \pi m_p/R_e$,
- demi angle d'épaisseur : $\psi_p = \pi m_p/(2 d_{eP}) = \pi m_p/(4 R_e)$,
- demi angle d'intervalle : $\eta_p = \pi m_p/(2 d_{eP}) = \pi m_p/(4 R_e)$.

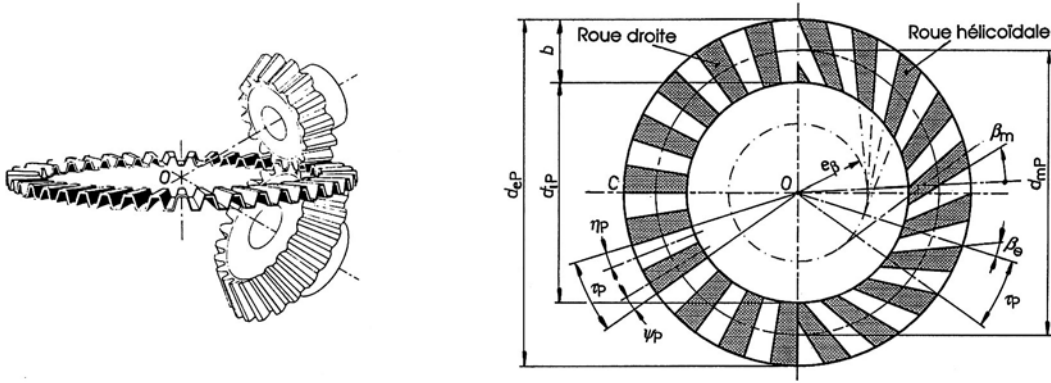


Figure 20.4 Roue plate : engrenement avec les roues coniques, dimensions dans le plan primitif

La figure 20.4 montre le plan primitif de la roue plate pour les deux types de denture discutés dans ces chapitres : à gauche pour la denture droite, tous les flancs étant dirigés vers le centre de la roue, à droite pour la denture inclinée ou dite également hélicoïdale, les flancs étant tangents au cercle de rayon e_p .

20.1.4.3 FORME GÉNÉRALE DE LA DENTURE

Considérons maintenant un engrenage conique particulier constitué d'un pignon à z_1 dents et d'une roue plate à z_p dents, figure 20.5. Les diamètres primitifs des deux roues sont :

- pignon : $d_1 = z_1 m$,
- roue plate : $d_p = z_p m$. (20.6.1)

L'engrenement s'étudie dans un plan perpendiculaire à la génératrice commune CO , soit dans le plan des cônes complémentaires. La largeur de la denture des deux roues est désignée par b . La roue plate développée dans ce plan possède un profil correspondant à celui d'une crémaillère tandis que le pignon 1 présente un diamètre primitif dont la courbure correspond à celle du cône primitif au point C . Ce diamètre primitif de substitution porte la désignation *diamètre primitif virtuel*, symbole d_{v1} , et se calcule par :

$$d_{v1} = d_1/\cos\delta_1 = m z_1/\cos\delta_1 = z_{v1} m. \quad (20.6.2)$$

Le nombre de dents virtuel, habituellement fractionnaire, correspondant à une roue complète contenant le développement du cône complémentaire à z_1 dents, se trouve par :

$$z_{v1} = z_1/\cos\delta_1. \quad (20.6.3)$$

La figure suivante montre également la position de l'outil de taillage de la roue conique. Comme le cône de pied est dirigé vers le sommet du cône primitif, la trajectoire de l'outil doit suivre la génératrice de pied et non la génératrice primitive. Pour usiner deux flancs d'un intervalle, l'outil doit être en deux parties, placées l'une derrière l'autre, et se rapprochant de manière à tailler un intervalle à largeur décroissante.

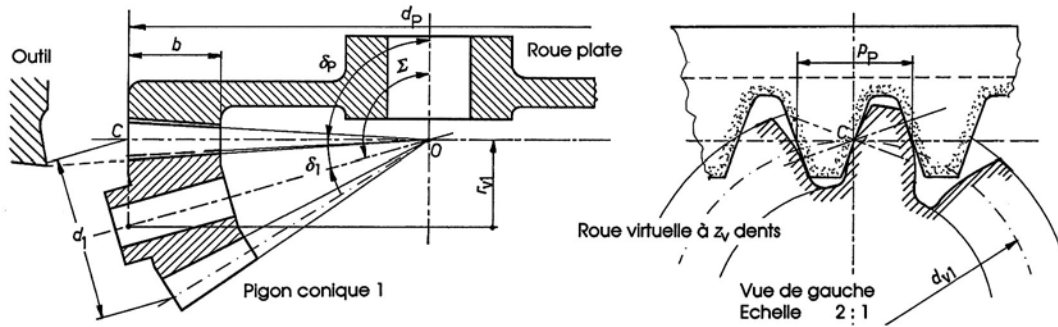


Figure 20.5 Engrenage à roue plate et engrènement des deux roues virtuelles

Le rayon de raccordement entre le flanc droit de l'outil et la surface de tête reste évidemment constant d'où une génération d'une denture avec un coefficient de vide à fond de dent c^* variable. Le profil de dent sur le cône complémentaire du pignon 1 est le profil conjugué du profil de la roue plate.

20.1.5 DENTURES OCTOÏDES

Les profils de dents des engrenages coniques taillés avec un outil à flancs droits par génération sont des octoïdes. La ligne d'action complète est une lemniscate fermée en forme de 8. Pour étudier la forme de la dent, il est avantageux de représenter le profil de la dent sur une surface sphérique parce que tous les points sont à égale distance du centre O de la sphère. La denture en développante est la forme usuelle et il est avantageux de comparer la denture octoïde à celle à développante des roues cylindriques. Comme pour la denture hélicoïdale, il est aussi possible de définir une *hélicoïde en développante sphérique* : l'hélicoïde en développante sphérique est engendrée par une ligne quelconque, le plus souvent une droite, solidaire d'un plan qui roule sans glisser sur un cône. La section par une sphère ayant pour centre le sommet du cône est une développante sphérique. La denture octoïde est une approximation de la roue conique à développante sphérique.

20.1.5.1 DÉVELOPPANTE SPHÉRIQUE

La figure 20.6 à droite montre le principe de la génération de la développante sphérique, la forme de flanc étant obtenu par le roulement d'un disque plan de base roulant sans glisser sur un cône de base. Un outil pointu suit la rotation du disque et effectue en plus un mouvement longitudinal de v_a et vient en direction du centre O pour tailler les flancs des dents.

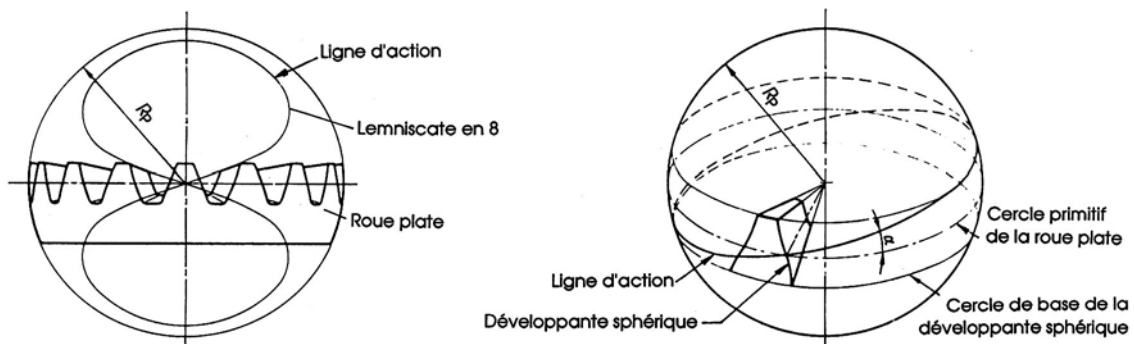


Figure 20.6 Denture de la roue plate et ligne d'action en octoïde
Principe de la génération de la denture à développante sphérique

La figure 20.7 à droite montre le profil obtenu dans la développante sphérique. Le flanc de tête possède une surface concave et le flanc de pied une forme convexe. Cette denture ne peut pas se fabriquer au moyen d'un outil à flanc droit.

20.1.5.2 DENTURES OCTOÏDES

Dans la denture octoïde, la génération du profil de la dent s'effectue en principe par l'observation du mouvement du cône primitif de la roue à usiner sur le disque constitué par le plan primitif de la roue plate. Le cône primitif tourne autour de son axe incliné et le disque autour de son axe vertical. Le couteau de taillage est fixé avec le disque primitif de façon à exécuter avec celui-ci le mouvement de rotation autour de l'axe du disque et en plus un mouvement longitudinal de va et vient en direction du point O .

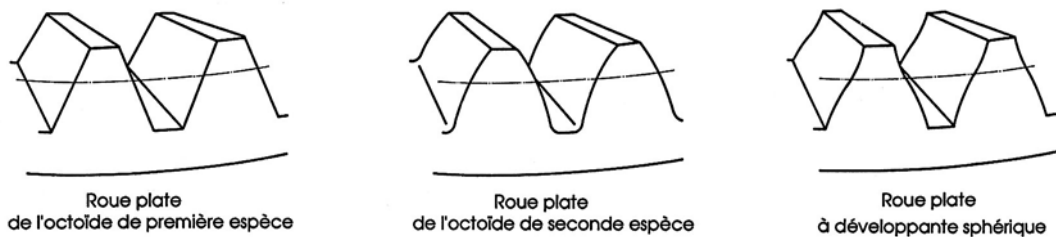


Figure 20.7 Profils sur la roues plate : dentures octoïdes, denture à développante sphérique

On peut s'imaginer, d'une manière fortement simplifiée, la génération du profil obtenu en faisant rouler sans glisser le cône primitif de la roue à tailler sur le disque primitif existant dans la roue plate équipée de dents. Les points de contact entre les deux profils se situent sur une courbe fermée en 8 appelée lemniscate. Au point du cercle primitif C , le contact de l'octoïde s'effectue sous un angle α_p et le profil de la dent de la roue plate est un segment rectiligne.

20.1.5.3 OCTOÏDE DE PREMIÈRE ESPÈCE

La forme exacte de la denture va dépendre des positions de la roue à tailler et du tranchant de l'outil dans la machine-outil. Pendant le taillage, les flancs de la roue plate sont matérialisés par des couteaux et pour la rectification par des meules. Dans la denture octoïde de première espèce, la génératrice primitive de la roue est perpendiculaire à l'axe de la machine et l'axe de la tête diviseur se trouve sous un angle δ_1 . Les couteaux et les glissières doivent être inclinées de l'angle de creux de façon que la pointe de l'outil puisse se déplacer dans la direction de la génératrice du cône de pied. La position du point C est mesurée exactement à la distance R_c du sommet du cône ou de l'axe de la machine. Par suite du réglage des outils sur l'angle de creux \mathcal{G}_f , la surface de coupe est perpendiculaire à la génératrice du cône de pied. Il en résulte une variation de l'angle de pression α pouvant se trouver par la relation :

$$\sin \alpha = \sin \alpha_p \cdot \cos \mathcal{G}_f \quad (20.7.1)$$

L'angle de pression de l'octoïde de première espèce est plus petit que l'angle nominal de la roue plate et dépend de l'angle de creux.

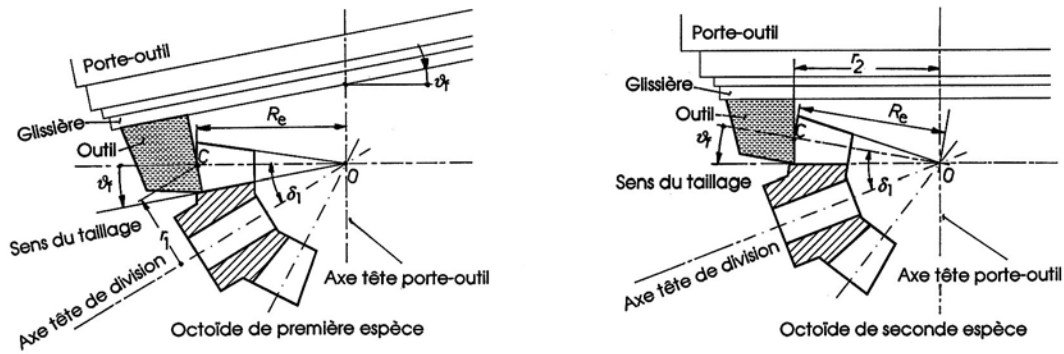


Figure 20.8 Position de la roue à tailler et de l'outil dans la denture octoïde

20.1.5.4 OCTOÏDE DE SECONDE ESPÈCE

Dans la fabrication de l'octoïde de seconde espèce, le berceau de génération et la tête porte-outil sont perpendiculaires à l'axe de la machine-outil. Les outils de taillage se déplacent perpendiculairement à l'axe de la machine et cette direction de coupe ne peut pas se modifier. La tête de division doit être réglée de telle sorte que la génératrice du cône de pied soit parallèle à la surface frontale du plateau et dans la direction du taillage. La génératrice du cône primitif est inclinée de l'angle de creux et forme, avec l'axe de la tête porte-outil un angle de $90^\circ - \vartheta_f$. L'outil ne matérialise plus une roue plate mais est à assimiler à une roue conique avec un angle primitif $\delta_2 = 90^\circ - \vartheta_f$. La surface de coupe de l'outil n'est pas perpendiculaire à la génératrice du cône primitif, mais à la génératrice du cône de pied. L'angle de pression α sur le cône primitif est ainsi modifié et peut se calculer par :

$$\sin \alpha = \sin \alpha_p / \cos \vartheta_f \quad (20.7.2)$$

L'angle de pression sur le cercle ou le cône primitifs de l'octoïde de seconde espèce est un peu plus grand que l'angle nominal et dépend de l'angle de creux.

20.1.6 ETUDE DE L'ENGRÈNEMENT

Pour l'étude de l'engrènement, la denture octoïde d'un engrenage conique est remplacée par une denture cylindrique équivalente en se plaçant dans le plan perpendiculaire à la génératrice commune OC , contenant le point C , donc dans le plan comprenant les deux génératrices alignées des cônes complémentaires. Les simplifications apportées à la géométrie de cette denture sont :

1. La forme de la denture est supposée correspondre à celle de la denture cylindrique droite en développante.
2. Aucune correction n'est apportée à l'angle de pression α , donc cet angle est égal à l'angle de pression de la roue plate sur le primitif de référence. Il n'est pas fait de différence entre les octoïdes de première et de seconde espèces.
3. La ligne d'action et la ligne de conduite sont rectilignes, donc ne correspondent pas à la lemniscate réelle en forme de 8.
4. Les relations de la denture cylindrique droite s'appliquent à la denture sur les cônes complémentaires. Les grandeurs virtuelles sont introduites dans l'étude.

20.1.6.1 NOMBRE DE DENTS VIRTUEL

Le cône complémentaire développé du pignon est un secteur circulaire comprenant z_1 dents, celui de la roue un secteur circulaire à z_2 dents. Les roues complémentaires complètes

20. Engrenages à axes concourants

possèdent des nombres de dents virtuels z_{v1} et z_{v2} habituellement non entiers. Les diamètres primitifs virtuels peuvent s'exprimer par :

$$\text{- pour le pignon 1 : } d_{v1} = z_{v1} m = d_1 / \cos \delta_1, \quad (20.8.1)$$

$$\text{- pour la roue 2 : } d_{v2} = z_{v2} m = d_2 / \cos \delta_2. \quad (20.8.2)$$

Ainsi, le nombre de dents virtuel des deux roues vaut :

$$z_{v1} = z_1 / \cos \delta_1 \quad \text{et} \quad z_{v2} = z_2 / \cos \delta_2. \quad (20.8.3)$$

Le rapport d'engrenage virtuel se trouve par :

$$u_v = \frac{\text{grand nombre de dents virtuel}}{\text{petit nombre de dents virtuel}} = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} \geq 1. \quad (20.8.4)$$

Pour un engrenage conique avec angle des axes $\Sigma = 90^\circ$, le rapport d'engrenage virtuel de l'engrenage réducteur est égal à :

$$u_v = (z_2 / \cos \delta_2) / (z_1 / \cos \delta_1) = (z_2 \sin \delta_2) / (z_1 \sin \delta_1) = u^2.$$

20.1.6.2 DIAMÈTRES DES ROUES VIRTUELLES

À partir des diamètres primitifs des roues, il est possible de donner toutes les dimensions diamétrales de cet engrenage virtuel de substitution :

$$\text{- diamètres de tête : } d_{av1} = d_{v1} + 2 h_a \quad d_{av2} = d_{v2} + 2 h_a, \quad (20.9.1)$$

$$\text{- diamètres de pied : } d_{fv1} = d_{v1} - 2 h_f \quad d_{fv2} = d_{v2} - 2 h_f, \quad (20.9.2)$$

$$\text{- diamètres de base : } d_{bv1} = d_{v1} \cos \alpha \quad d_{bv2} = d_{v2} \cos \alpha, \quad (20.9.3)$$

avec :

$$\text{- saillie : } h_a = m \quad \text{- creux : } h_f = m + c.$$

20.1.6.3 FORME DE LA DENTURE VIRTUELLE

La forme de la denture est imposée par les diamètres de base des roues virtuelles et l'angle de pression α . La génération de la denture octoïde n'exige pas de diamètre de base à définir à partir des cônes primitifs.

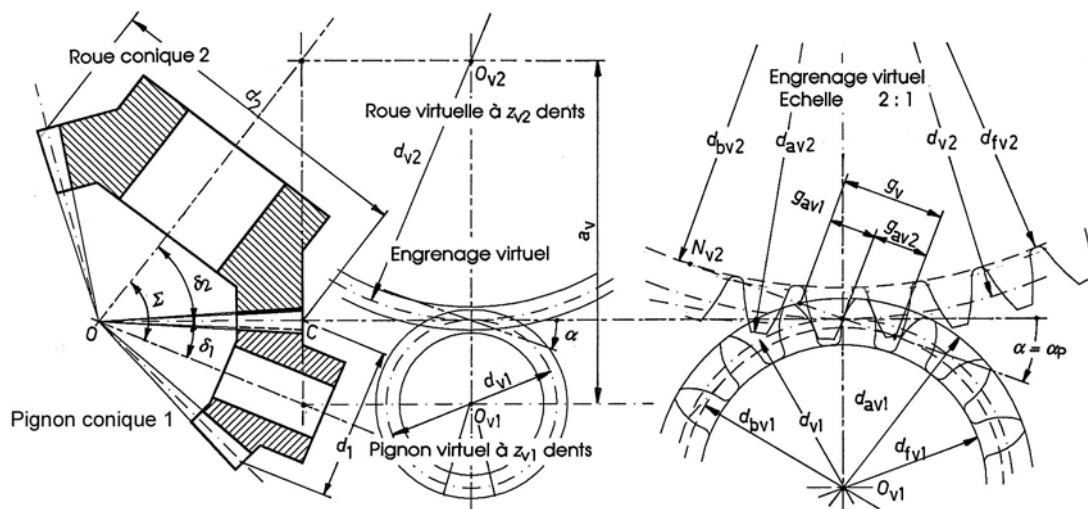


Figure 20.9 Engrenage conique : roues virtuelles et engrenement de ces roues

Pour que l'engrènement s'effectue correctement, il faut que les profils soient conjugués. Il y a interférence si :

1. au taillage le nombre de dents virtuel est inférieur à la valeur limite, valeur donnée par la denture droite.
2. le profil de tête de la roue engrène avec le raccordement de pied de dent du pignon : le contrôle s'effectue par la condition proposée précédemment pour la denture droite.

20.1.6.4 GRANDEURS DE FONCTIONNEMENT

Les angles de pression virtuels de tête se trouvent par les relations usuelles :

$$\cos \alpha_{av1} = d_{bv1}/d_{av1} \qquad \cos \alpha_{av2} = d_{bv2}/d_{av2}.$$

Les rapports de conduite partiels et total se trouvent approximativement par les relations :

$$1. \text{ sur le pignon : } \quad \varepsilon_{v1} = \frac{z_{v1}}{2\pi} (\tan \alpha_{av1} - \tan \alpha), \qquad (20.10.1)$$

$$2. \text{ sur la roue : } \quad \varepsilon_{v2} = \frac{z_{v2}}{2\pi} (\tan \alpha_{av2} - \tan \alpha), \qquad (20.10.2)$$

$$3. \text{ total : } \quad \varepsilon_v = \frac{g_{av1} + g_{av2}}{\pi m \cos \alpha} = \varepsilon_{v1} + \varepsilon_{v2}. \qquad (20.10.3)$$

Condition à satisfaire : $\varepsilon_v \geq 1,3$ de manière à corriger les hypothèses simplificatrices. Le nombre de dents virtuel de la roue devient très grand lorsque l'angle du cône primitif tend vers 90° . Pour 90° , il est égal à l'infini. La roue est alors plate et le cône se transforme en cylindre.

20.1.6.5 DIMENSIONS DE CONTRÔLE

Les possibilités de contrôle et les particularités de la denture conique seront discutées dans les engrenages coniques à profils déportés.

20.2 ENGRENAGE CONIQUE DROIT À DENTURE DÉPORTÉE

Très fréquemment, l'engrenage conique à denture non déportée présente des conditions de glissement excessivement défavorables et une forme de denture très différente sur le pignon et sur la roue à moins que le rapport d'engrenage soit voisin de 1. Dès que le rapport d'engrenage est différent de 1, il est recommandé de procéder à un déport des profils afin d'augmenter les performances.

20.2.1 DÉPORT DE DENTURE

L'engrenage conique est placé sur des axes concourants dont l'angle des axes est fixé par l'implantation. Comme la denture octoïde impose des cônes primitifs de fonctionnement identiques aux cônes primitifs de génération, le déport de denture ne peut se réaliser que par la conservation de l'entraxe a_v sur les cônes complémentaires. Dans ces conditions, le déport x_1 est positif sur la plus petite des roues, le déport x_2 est négatif sur la plus grande, la somme des coefficients de déport étant nulle :

$$x_1 + x_2 = 0 \qquad \text{donc :} \qquad x_2 = -x_1. \qquad (20.11.1)$$

20. Engrenages à axes concourants

Le coefficient de déport à introduire dépend du nombre de dents de la petite et de la grande roue, de l'angle de pression de la roue plate et du rayon de tête de l'outil, l'interférence au taillage étant à éviter absolument. Pour les engrenages à axes perpendiculaires ou des angles voisins de 90° , le tableau 20.1 donne les coefficients de déport recommandés.

Tableau 20.1
Coefficients de déport pour engrenages coniques droit et incliné
Angles : $\Sigma = 90^\circ$ et $\alpha_p = 20^\circ$

z_1 ↓	Nombre de dents de la roue													
	$z_2 =$													
	12	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50	60
12	0.00	0.08	0.16	0.24	0.32	0.37	0.41*	0.43*	0.44*	0.47*	0.49*	0.50*	0.51*	0.52*
13	-	0.03	0.10	0.18	0.25	0.31	0.36	0.42	0.44*	0.47*	0.49*	0.50*	0.51*	0.52*
14	-	0.00	0.07	0.13	0.20	0.26	0.32	0.38	0.43	0.47*	0.49*	0.50*	0.51*	0.52*
15	-	-	0.04	0.10	0.16	0.21	0.26	0.32	0.38	0.44	0.48	0.50*	0.51*	0.52*
16	-	-	0.00	0.07	0.12	0.18	0.22	0.28	0.33	0.40	0.45	0.48	0.50	0.51
18	-	-	-	0.00	0.07	0.12	0.17	0.23	0.28	0.33	0.38	0.41	0.44	0.45
20	-	-	-	-	0.00	0.06	0.11	0.18	0.23	0.29	0.33	0.36	0.39	0.42
22	-	-	-	-	-	0.00	0.06	0.14	0.20	0.26	0.30	0.33	0.35	0.38
24	-	-	-	-	-	-	0.00	0.10	0.16	0.22	0.26	0.29	0.32	0.34
27	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0.10	0.18	0.22	0.25	0.28	0.30
30	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0.11	0.17	0.21	0.24	0.26
35	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0.07	0.12	0.17	0.21

Les déports avec * nécessitent un déplacement latéral de profil afin d'éviter une épaisseur de tête insuffisante, cette épaisseur devant être au moins $s_a = 0,4 m$. Pour un nombre de dents du pignon inférieurs à 16 et un nombre de dents de la roue supérieur à 23 (valeurs données avec l'astérisque), utilisez les valeurs du tableau 20.3 nécessitant une correction de la position de l'outil par déplacement latéral. Le déport de denture sera :

$$\text{- sur le pignon : } x_1 m \qquad \qquad \qquad \text{- sur la roue : } x_2 m. \qquad \qquad (20.11.2)$$

20.2.2 DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES DE L'ENGRENAGE DÉPORTÉ

Les cônes primitifs de référence et primitifs de fonctionnement coïncident exactement; la génératrice primitive commune $R = OC$, les angles δ_1 et δ_2 restent donc conservés. Par contre, les cônes de tête et de pied sont modifiés par une variation de la saillie et du creux engendrée par le déplacement de l'outil de taillage. Le tableau 20.2 donne les dimensions géométriques principales de l'engrenage conique droit à denture déportée.

Ce tableau est aussi applicable aux engrenages droits sans déport en introduisant des coefficients de déport nuls : $x_1 = x_2 = 0$. Les deux saillies sont alors égales : $h_{a1} = h_{a2}$ et les deux creux aussi : $h_{f1} = h_{f2}$. La figure 20.10 montre un engrenage conique avec denture déportée, l'angle de croisement des axes étant différent de 90° . Le choix des coefficients de déport devrait se faire à partir du nombre de dents virtuel des deux roues en contrôlant les conditions d'engrènement et de glissement.

Tableau 20.2

Grandeurs géométriques des roues coniques droites à denture déportée

Grandeurs	Pignon 1	Roue 2
Nombre de dents	$z_1 = \dots$	$z_2 = \dots$
Module de définition	$m_p = m = \dots$	
Diamètre primitif	$d_1 = z_1 m$	$d_2 = z_2 m$
Angle de croisement des axes	$\Sigma = \dots$	
Rapport d'engrenage	$u = z_2/z_1$	
Profil de référence	correspond à DIN 867	
Coefficient de déport	$x_1 = \dots$	$x_2 = -x_1$
<i>Géométrie de la denture</i>		
Vide à fond de dent relatif	$c^* = 0,1 \dots 0,3$	
Saillie	$h_{a1} = m(1+x_1)$	$h_{a2} = m(1+x_2)$
Creux	$h_{f1} = m(1+c^*-x_1)$	$h_{f2} = m(1+c^*-x_2)$
Hauteur de dent	$h = h_{a1}+h_{f1} = h_{a2}+h_{f2}$	
Jeu entre dents	$j_n = \dots$	
<i>Angles</i>		
Cône primitif de référence	$\tan\delta_1 = \sin\Sigma / (z_2/z_1 + \cos\Sigma)$	
et de fonctionnement		$\tan\delta_2 = \sin\Sigma / (z_1/z_2 + \cos\Sigma)$
Génératrice primitive	$R = 0,5 d_1 / \sin\delta_1$	
Angle de saillie	$\tan\vartheta_{a1} = h_{a1}/R$	$\tan\vartheta_{a2} = h_{a2}/R$
Angle de creux	$\tan\vartheta_{f1} = h_{f1}/R$	$\tan\vartheta_{f2} = h_{f2}/R$
Cône de tête	$\delta_{a1} = \delta_1 + \vartheta_{a1}$	$\delta_{a2} = \delta_2 + \vartheta_{a2}$
Cône de pied	$\delta_{f1} = \delta_1 - \vartheta_{f1}$	$\delta_{f2} = \delta_2 - \vartheta_{f2}$
Largeur de la denture	$b = \dots$	
Génératrice moyenne	$R_m = R - b/2$	
Génératrice intérieure	$R_i = R - b$	
Module moyen	$m_m = m R_m/R$	
<i>Epaisseur de la dent</i>		
à l'arc	$s_1 = 0,5 \pi m + 2 x_1 m \tan\alpha_p - 0,5 j_n$	
	$s_2 = 0,5 \pi m + 2 x_2 m \tan\alpha_p - 0,5 j_n$	
à la corde	$s_{c1} = s_1 [1 - c^* (s_1/d_1)^2]$	
	$s_{c2} = s_2 [1 - c^* (s_2/d_2)^2]$	
Hauteur de mesure de la tête de dent	$h_{am1} = h_{a1} + 0,25 (s_{c1}^2/d_1) \cos\delta_1$	$h_{am2} = h_{a2} + 0,25 (s_{c2}^2/d_2) \cos\delta_2$
<i>Diamètres</i>		
- primitif	$d_1 = z_1 m$	$d_2 = z_2 m$
- de tête	$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} \cos\delta_1$	$d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} \cos\delta_2$
- de pied	$d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} \cos\delta_1$	$d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} \cos\delta_2$
- de tête intérieur	$d_{ai1} = d_{a1} R_i/R$	$d_{ai2} = d_{a2} R_i/R$
- virtuel primitif	$d_{v1} = d_1 / \cos\delta_1$	$d_{v2} = d_2 / \cos\delta_2$
- virtuel de tête	$d_{av1} = d_{v1} + 2h_{a1}$	$d_{av2} = d_{v2} + 2h_{a2}$
- virtuel de pied	$d_{fv1} = d_{v1} - 2h_{f1}$	$d_{fv2} = d_{v2} - 2h_{f2}$
- virtuel de base	$d_{bv1} = d_{v1} \cos\alpha_p$	$d_{bv2} = d_{v2} \cos\alpha_p$
<i>Conduite</i>		
Angle de tête	$\cos\alpha_{av1} = d_{bv1}/d_{av1}$	$\cos\alpha_{av2} = d_{bv2}/d_{av2}$
Nombre de dents virtuel	$z_{v1} = z_1 / \cos\delta_1$	$z_{v2} = z_2 / \cos\delta_2$

20. Engrenages à axes concourants

Rapport partiel	$\varepsilon_{v1} = z_{v1} (\tan \alpha_{av1} - \tan \alpha_p) / 2\pi$	$\varepsilon_{v2} = z_{v2} (\tan \alpha_{av2} - \tan \alpha_p) / 2\pi$
Rapport total	$\varepsilon_v = \varepsilon_{v1} + \varepsilon_{v2}$	
Longueur de conduite	$g_{av1} = \varepsilon_{v1} \pi m \cos \alpha_p$	$g_{av2} = \varepsilon_{v2} \pi m \cos \alpha_p$
Longueur totale	$g_v = g_{av1} + g_{av2}$	
Distances N_1C et N_2C	$N_{v1}C_v = d_{bv1} \tan \alpha_p / 2$	$N_{v2}C_v = d_{bv2} \tan \alpha_p / 2$

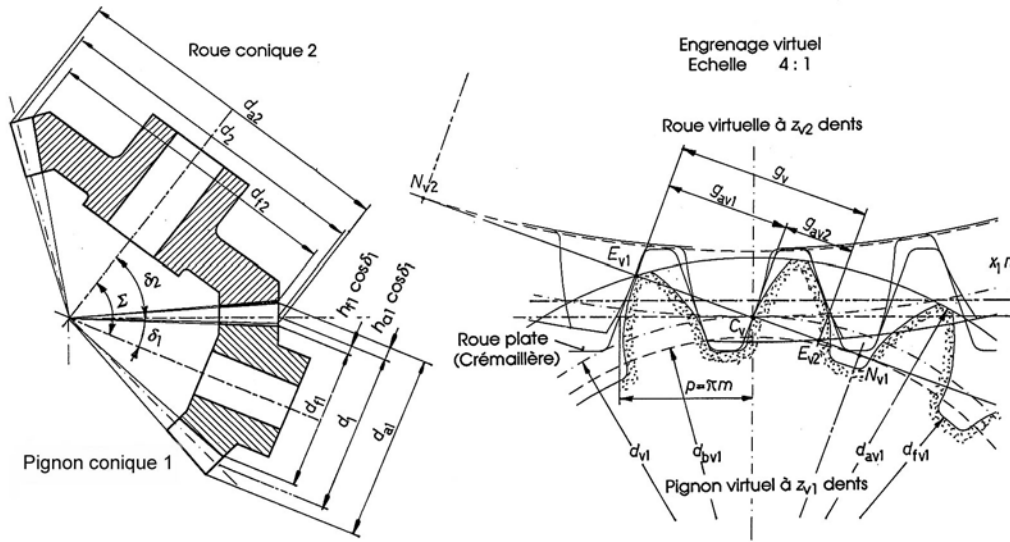


Figure 20.10 Engrenage conique droit avec denture déportée : $z_1 = 15, z_2 = 31, x_1 = 0.390$

20.2.3 CORRECTION LATÉRALE PAR DÉPLACEMENT DE L'OUTIL

Si le nombre de dents du pignon est inférieur ou égal à 15, il est recommandé de procéder à un déplacement latéral de l'outil. Ce déplacement latéral permet d'assurer une épaisseur de dent égale à $0,4 m$ afin de garantir une denture saine pour les roues cémentées et trempées. La correction latérale peut se lire dans le tableau 20.3 ci-après.

Les valeurs proposées sont applicables à la denture droite. Pour la denture inclinée, utilisez les nombres de dents virtuels calculés dans la table des dimensions géométriques. L'application du déplacement latéral de l'outil provoque une augmentation de l'épaisseur de dent du pignon et une diminution d'épaisseur pour la roue de la même valeur, soit : $2 x_s m$.

Tableau 20.3

Facteur x_s pour correction par déplacement latéral du profil pour engrenages coniques droit et hélicoïdal, $\Sigma = 90^\circ$

z_2 ↓	Nombre de dents du pignon											
	$z_1 = 12$			$z_1 = 13$			$z_1 = 14$			$z_1 = 15$		
	x	s_a	x_s	x	s_a	x_s	x	s_a	x_s	x	s_a	x_s
23	0.39	0.413	0.000									
24	0.41	0.397	0.000									
25	0.42	0.387	0.005	0.38	0.446	0.000						
30	0.46	0.345	0.022	0.45	0.388	0.005	0.43	0.432	0.000			
35	0.49	0.317	0.033	0.48	0.358	0.017	0.47	0.398	0.000			
40	0.51	0.296	0.042	0.51	0.336	0.026	0.50	0.371	0.012	0.48	0.413	0.000
45	0.53	0.276	0.050	0.53	0.317	0.034	0.52	0.353	0.018	0.51	0.389	0.005
50	0.54	0.265	0.054	0.54	0.307	0.038	0.53	0.343	0.023	0.53	0.375	0.010
55	0.54	0.263	0.055	0.54	0.300	0.041	0.54	0.333	0.028	0.53	0.369	0.013
60	0.54	0.261	0.055	0.54	0.298	0.041	0.54	0.331	0.028	0.54	0.364	0.015
65	0.54	0.260	0.056	0.54	0.297	0.042	0.54	0.330	0.029	0.54	0.359	0.017
70	0.54	0.259	0.056	0.54	0.296	0.042	0.54	0.329	0.029	0.54	0.357	0.018
75	0.54	0.258	0.057	0.54	0.295	0.043	0.54	0.327	0.030	0.54	0.356	0.018
80	0.54	0.258	0.057	0.54	0.294	0.043	0.54	0.326	0.030	0.54	0.355	0.019

L'épaisseur de tête s_a est donnée pour un module $m = 1$.
 Cette épaisseur est calculée sans le déplacement latéral.

20.2.4 ENGRENAGE CONIQUE DE DIFFÉRENTIEL

L'engrenage conique de différentiel ne doit s'exécuter qu'en denture droite parce que les dents ne doivent pas être tirées les unes dans les autres par la rotation dans les deux sens, ce qui engendrerait une trop forte usure. Comme le nombre de dents est très faible, il est nécessaire de prévoir le plus souvent un angle de pression plus grand que 20° , soit pratiquement $22,5^\circ$ pour des rapports d'engrenage plus grand que 2 et $z_1 = 7$ à 10, un angle de 25° pour des rapports d'engrenage compris entre 1 et 2 suivant les nombres de dents des roues. Ces dentures subissent un déport positif sur le pignon, négatif sur la roue, et un déplacement latéral de l'outil. Les rapports de conduite sont compris habituellement entre 1,2 et 1,4 soit à la limite inférieure acceptable.

20.2.5 CONTRÔLE DE LA DENTURE CONIQUE

La forme des roues dentées coniques n'est jamais très simple et le contrôle de la géométrie de la denture est plus compliquée que celui des roues cylindriques. Le point de référence devrait être le sommet des cônes à l'intersection des axes, ce point n'existant pas matériellement. Il faut donc admettre une face de référence à partir de laquelle il est possible d'exécuter les diverses mesures.

20.2.5.1 GÉOMÉTRIE DU CORPS DES ROUES

La face de référence est désignée par *face de départ* : c'est une face plane de la roue à tailler par rapport à laquelle est positionnée axialement la roue. La distance de départ t_B est la distance entre le sommet de la roue et la face de départ. La distance du cercle de tête t_E est la distance entre le cercle de tête sur le cône complémentaire et la face de départ. La distance

auxiliaire t_H est la distance entre la face de départ et une autre face auxiliaire librement choisie perpendiculaire à l'axe de la roue. Le cône de tête est déterminé par la cote du diamètre de tête d_a , la distance t_E et l'angle du cône extérieur δ_a . La méthode de contrôle va dépendre des moyens à disposition et du nombre de roues à fabriquer.

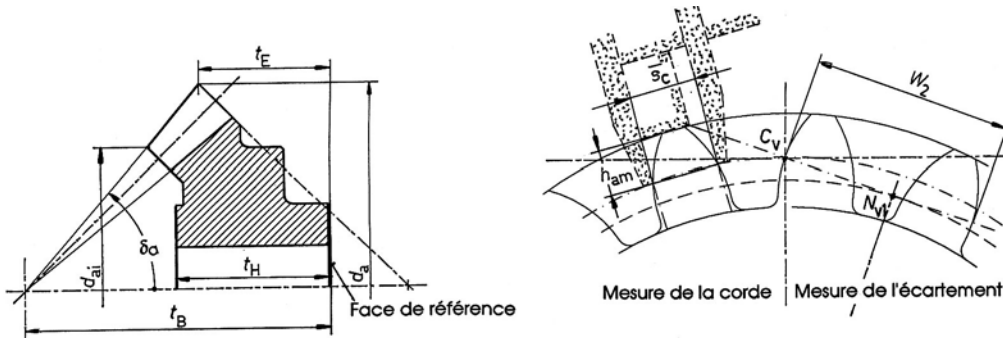


Figure 20.11 Géométrie du corps de roue Contrôles de la denture

20.2.5.2 CONTRÔLE DE LA DENTURE CONIQUE

Les engrenages coniques à denture droite sont exécutés dans presque tous les cas avec des octoïdes de seconde espèce parce que les machines-outils produisent ce profil de dent et qu'il est possible d'obtenir un bombé en hauteur afin d'éviter un contact des arêtes de tête. Les possibilités de mesure simple de la denture sont :

1. Mesure de l'épaisseur de dent : cette mesure s'effectue avec le pied à denture normal. Les cotes de saillie et de la corde sont contenues dans les tables de calcul fournies avec la machine de taillage.
2. Mesure de l'écartement : La cote d'écartement sur deux dents W_2 peut également s'utiliser pour le contrôle de la forme de la denture.

Dans les deux cas, les cônes de tête et complémentaire doivent avoir une position exacte car autrement les valeurs calculées ne concordent pas et il se produit des erreurs de mesure. La norme DIN 3971 définit les termes à utiliser dans les divers écarts, les types d'erreurs avec leurs symboles et les contrôles de l'engrènement sur un flanc pour un tour complet de la roue ainsi que les portées des dentures. La position des surfaces de touche entre la paire de roues coniques sans charge est un point important pour la bien-facture de l'engrenage.

20.2.6 EXEMPLE DE DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES

Soit à rechercher les dimensions géométriques d'un engrenage concourant à denture droite déportée dans les conditions suivantes (voir aussi la figure 20.10) :

- nombre de dents : pignon : 15 dents
 roue : 31 dents,
- module nominal : $m = 4$ mm, denture droite déportée.
- angle des axes : $\Sigma = 75^\circ$.

Le coefficient de déport adopté vaut $x_1 = 0,390$ et le déplacement latéral de l'outil n'est pas introduit. Le coefficient de vide à fond de dent est choisi à $c^* = 0,20$.

Tableau 20.4

Dimensions géométriques de l'engrenage conique droit
 Forme de la denture selon la figure 20.10

Grandeurs géométriques	Pignon 1	Roue 2
Nombre de dents	$z_1 = 15$	$z_2 = 31$
Module de définition		$m_P = 4.000$
Module moyen		$m_m = 3.437$
Angle de croisement des axes		$\Sigma = 75.000^\circ$
Rapport des nombres de dents		$u = 2.067$
Déport de denture	$x_1 = 0.390$	$x_2 = -0.390$
<i>Géométrie de la denture</i>		
Largeur de la denture		$b = 22.000$
Coefficient de vide à fond de dent		$c^* = 0.20$
Saillie	$h_{a1} = 5.560$	$h_{a2} = 2.440$
Creux	$h_{f1} = 3.240$	$h_{f2} = 6.360$
Hauteur	$h_1 = 8.800$	$h_2 = 8.800$
Diamètre primitif	$d_{01} = 60.000$	$d_{02} = 124.000$
Diamètre de tête	$d_{a1} = 70.269$	$d_{a2} = 126.975$
Diamètre théorique de pied	$d_{f1} = 54.016$	$d_{f2} = 116.247$
Diamètre de tête intérieur	$d_{ai1} = 50.502$	$d_{ai2} = 91.257$
<i>Longueur de la génératrice</i>		
- génératrice extérieure		$R_e = 78.208$
- génératrice moyenne		$R_m = 67.208$
- génératrice intérieure		$R_i = 56.208$
<i>Angles des cônes en °</i>		
Angle primitif	$\delta_1 = 22.5563$	$\delta_2 = 52.4437$
Angle de tête	$\delta_{a1} = 26.6227$	$\delta_{a2} = 54.2307$
Angle de pied	$\delta_{f1} = 20.1840$	$\delta_{f2} = 47.7946$
Angle de saillie	$\vartheta_{a1} = 4.0664$	$\vartheta_{a2} = 1.7870$
Angle de creux	$\vartheta_{f1} = 2.3723$	$\vartheta_{f2} = 4.6491$
<i>Epaisseurs de la denture</i>		
Epaisseur de dent à l'arc	$s_{01} = 7.419$	$s_{02} = 5.148$
Epaisseur de dent à la corde	$s_{c1} = 7.400$	$s_{c2} = 5.146$
Demi angle d'épaisseur de dent	$\psi_1 = 2.718$	$\psi_2 = 1.886$
Hauteur de mesure de la tête	$h_{am1} = 5.771$	$h_{am2} = 2.473$
<i>Conduite approximative entre les roues</i>		
Nombre de dents virtuel	$z_{v1} = 16.243$	$z_{v2} = 50.858$
Diamètre primitif virtuel	$d_{v1} = 64.970$	$d_{v2} = 203.432$
Angle de pression de tête	$\alpha_{a1} = 36.644$	$\alpha_{a2} = 23.411$
Rapport de conduite partiel	$\varepsilon_1 = 0.982$	$\varepsilon_2 = 0.558$
Rapport de conduite total		$\varepsilon = 1.540$
<i>Glissement approximatif des profils</i>		
Longueur partielle de conduite	$g_{a1} = 9.965$	$g_{a2} = 5.667$
Longueur totale de conduite E_1E_2		$g_a = 15.632$
Facteur de contrôle de glissement	$c_{u1} = 0.674$	$c_{u2} = 0.658$
Glissement spécifique en E_1 et E_2	$\gamma_1 = 2.066$	$\gamma_2 = 1.927$

Définition utilisée pour le profil de dent :

Profil de référence au taillage (roue plate) :

Saillie de l'outil : $h_a = 1.20 m$,Vide à fond de dent : $c = 0.20 m$.**20.3 ENGRENAGE CONIQUE À DENTURE INCLINÉE**

Les engrenages concourants à roues coniques équipées de denture inclinée permettent de transmettre, principalement dans un seul sens de rotation, des couples entre les axes avec un rapport de conduite total supérieur aux engrenages droits.

20.3.1 DIMENSIONS SUR LA ROUE PLATE

La figure 20.12 à droite montre une section plane dans la roue plate avec denture dite inclinée. Les flancs des dents sont inclinés par rapport aux rayons d'angles dépendant du rayon de définition. La particularité de cette denture est l'excentricité des lignes de flanc, symbole e_β . Cette grandeur est la plus courte distance entre les lignes de flanc et le sommet de la roue plate à partir de laquelle est définie la roue conique à denture inclinée. Les diverses dimensions intervenant dans la définition des flancs de la denture sur la roue plate sont :

- génératrice primitive extérieure : $R_e = 0,5 d_{eP} = R$,
- génératrice primitive intérieure : $R_i = 0,5 d_{iP} = R_e - b$,
- génératrice primitive centrale : $R_m = 0,5 d_{mP} = (R_e + R_i)/2$,
- largeur de la denture : $b = R_e - R_i$ avec $b \leq 0,3 R_e$,
- angle d'inclinaison extérieur : β_e ,
- angle d'inclinaison intérieur : β_i ,
- angle d'inclinaison central : β_m ,
- excentricité des lignes de flanc : e_β .

L'angle d'inclinaison extérieur doit être choisi de telle sorte que la largeur admise pour la denture b permette d'obtenir un rapport de recouvrement e_β égal à 1,0. Comme ce recouvrement est admis dans la plupart des cas de conception, l'angle τ_p peut se trouver par :

$$\tau_p = \pi m_t e_\beta / R_e,$$

avec : $m_t = p_t / \pi$ le module apparent de la denture inclinée sur la roue plate.

Le module apparent extérieur, contrairement à la denture hélicoïdale sur roue cylindrique, est admis égal au module du profil de référence de la roue plate selon tableau général. Cette première méthode permet d'écrire :

$$m_t = m_p = m_n / \cos \beta_e. \quad (20.12.1)$$

Comme les flancs de la denture sont taillés par deux couteaux distincts, il est possible de choisir une autre définition des conditions de taillage. La dimension nominale du module peut se définir sur la génératrice centrale dans la section réelle perpendiculaire à la dent, donc dans la section réelle centrale :

$$\begin{aligned} m_{mt} &= p_{mt} / \pi = 2 R_m / z_p, \\ m_{mn} &= p_{mn} / \pi = 2 R_m \cos \beta_m / z_p. \end{aligned} \quad (20.12.2)$$

Ce module réel central est choisi égal au module normé selon le tableau général. Ces deux méthodes de définition des dentures inclinées existent en parallèle et leur utilisation dépend de la machine-outil de taillage ou de rectification utilisée dans la fabrication.

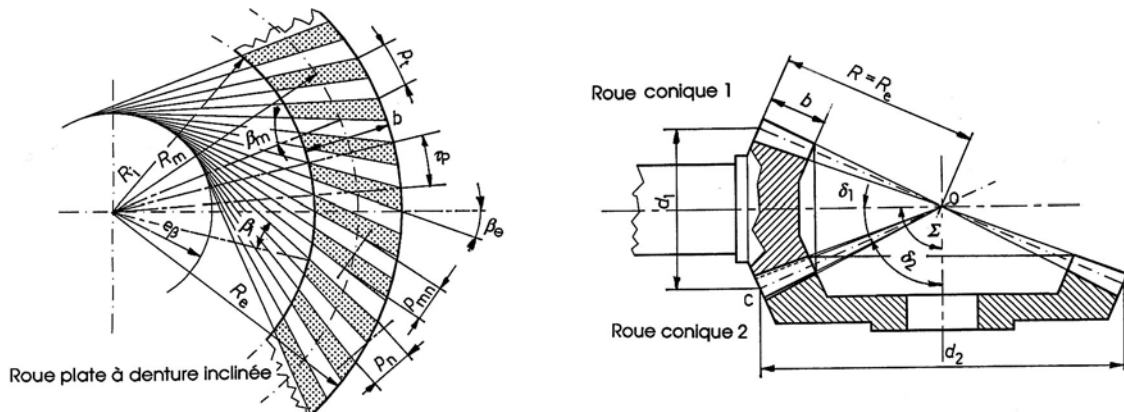


Figure 20.12 Définitions des rayons, des angles et des pas sur la roue plate Engrenage conique

20.3.2 ANGLES D'INCLINAISON DE LA DENTURE

Très souvent, la conception de la denture inclinée consiste à admettre un module et un angle d'inclinaison extérieur, ce dernier valant très souvent pour simplifier $\beta_e = 20^\circ$. Cet angle étant connu et la génératrice extérieure donnée par les nombres de dents et l'angle des axes, il est possible de trouver la largeur de la dent qui ne doit pas dépasser 30% de R_e . L'angle d'inclinaison extérieur sur la roue plate β_e peut se trouver en fonction de la largeur de la denture b par :

$$\cotan \beta_e = 1 / [\sin \tau_p (1 - b/R_e)] - \cotan \tau_p. \quad (20.13.1)$$

Par contre, si l'angle d'inclinaison β_e est choisi, il est possible de trouver la largeur de la denture à l'aide de la relation :

$$b = R_e \{ 1 - 1 / [(\cotan \tau_p + \cotan \beta_e) \sin \tau_p] \} \quad (20.13.2)$$

Les deux angles d'inclinaison central et intérieur se calculent simplement par :

$$\sin \beta_i = \sin \beta_e / (1 - b/R_e), \quad (20.13.3)$$

$$\sin \beta_m = \sin \beta_e / (1 - 0,5 b/R_e). \quad (20.13.4)$$

Les grands angles d'inclinaison améliorent en général les conditions d'engrènement de l'engrenage, mais ils engendrent des composantes axiales plus importantes que doivent pouvoir supporter les paliers. Le pignon conique est souvent monté en porte-à-faux et les déformations en flexion deviennent rapidement très importantes.

20.3.3 FORME DE LA DENT

Les engrenages concourants à denture inclinée sont fabriqués généralement avec un profil de dent octoïde de première espèce. Les outils de taillage doivent se déplacer dans la direction donnée par le cercle de rayon e_β , soit de l'excentricité des lignes de flanc. Pour obtenir une denture correcte ne passant pas par le sommet des cônes primitifs, diverses corrections de la position de l'outil sont nécessaires. L'angle de pression apparent ne correspond pas exactement à celui donné dans la formule fondamentale. La denture peut se tailler avec une ligne de flanc à gauche ou à droite. La denture est dite à droite lorsque l'observation de la roue s'effectuant à partir du sommet du cône vers la roue, la tangente à la ligne de flanc tourne à

droite. Dans le cas contraire, la denture est dite à gauche. Dans l'engrenage extérieur, les inclinaisons sont inversées sur les deux roues.

20.3.4 DIMENSIONS GÉNÉRALES

Comme pour la denture droite, les dimensions générales de la denture conique inclinée peuvent se trouver par les relations de la denture droite, adaptées aux particularités de ce type de denture. Le tableau 20.5 donne les dimensions pour une denture définie sur la génératrice extérieure. Ce tableau nécessite quelques remarques complémentaires :

1. le nombre de dents de remplacement z_{r1} et z_{r2} permet d'adopter les coefficients de déport et le déplacement de l'outil si c'est nécessaire selon tableaux précédents. Ces deux grandeurs correspondent au nombre de dents virtuel des roues à denture droite.
2. le nombre de dent virtuel peut se calculer *approximativement* pour chacune des roues par une relation simplifiée et semblable à celle des roues cylindrique hélicoïdales, soit :

- pignon 1 :
$$z_{v1} = z_1 / (\cos\delta_1 \cos^3\beta_e),$$

- roue 2 :
$$z_{v2} = z_2 / (\cos\delta_2 \cos^3\beta_e).$$

Cette relation ne fait pas intervenir l'angle d'hélice de base de la roue équivalente.

3. Les conditions de conduite peuvent se décomposer, comme pour la denture cylindrique, en un rapport de conduite imposé par les angles de pression de tête et de fonctionnement de la denture virtuelle et un rapport de recouvrement. Ce dernier rapport devrait être égal à un pour que la denture inclinée soit conçue correctement. Le rapport de conduite total est la somme de ces deux rapports composants. Ces grandeurs sont déterminées au moyen du nombre de dents virtuel ou de remplacement.
4. La génératrice centrale sert soit de définition du module réel selon tableau, soit de point de calcul des efforts et de la résistance de la denture.

Tableau 20.5

Grandeurs géométriques des roues coniques inclinées à denture déportée Définition du module sur la génératrice extérieure

Grandeurs	Pignon 1	Roue 2
Nombre de dents	$z_1 = \dots$	$z_2 = \dots$
Module de définition		$m_P = m = \dots$
Diamètre primitif	$d_1 = z_1 m$	$d_2 = z_2 m$
Angle de croisement des axes		$\Sigma = \dots$
Rapport d'engrenage		$u = z_2/z_1$
Profil de référence		correspond à DIN 867
Angle de pression de référence		$\alpha_P = \dots (= 20^\circ)$
Angle d'inclinaison extérieur		$\beta_e = \dots$
Angle de pression apparent		$\tan\alpha_t = \tan\alpha_P/\cos\beta_e$
Coefficient de déport	$x_1 = \dots$	$x_2 = -x_1$
Correction latérale	$x_{s1} = \dots$	$x_{s2} = -x_{s1}$
Nombre de dents remplacement	$z_{r1} = z_1/\cos\delta_1$	$z_{r2} = z_2/\cos\delta_2$
<i>Géométrie de la denture</i>		
Vide à fond de dent relatif		$c^* = \dots$
Saillie	$h_{a1} = m(1+x_1)$	$h_{a2} = m(1+x_2)$
Creux	$h_{f1} = m(1+c^*-x_1)$	$h_{f2} = m(1+c^*-x_2)$
Hauteur de dent		$h = h_{a1}+h_{f1} = h_{a2}+h_{f2}$
Jeu entre dents		$j_n = \dots$

Organes de transmission indirecte

Épaisseur de dent	$s_{e1} = m[\pi/2 + 2(x_1 \tan \alpha_p + x_{s1})] - 0,5 j_n$ $s_{e2} = m[\pi/2 + 2(x_2 \tan \alpha_p + x_{s2})] - 0,5 j_n$
<i>Angles</i>	
- du cône primitif de référence et de fonctionnement	$\tan \delta_1 = \sin \Sigma / (z_2 / z_1 + \cos \Sigma)$ $\tan \delta_2 = \sin \Sigma / (z_1 / z_2 + \cos \Sigma)$
Génératrice primitive	$R = R_e = 0,5 d_1 / \sin \delta_1$
- de saillie	$\tan \vartheta_{a1} = h_{a1} / R$ $\tan \vartheta_{a2} = h_{a2} / R$
- de creux	$\tan \vartheta_{f1} = h_{f1} / R$ $\tan \vartheta_{f2} = h_{f2} / R$
- du cône de tête	$\delta_{a1} = \delta_1 + \vartheta_{a1}$ $\delta_{a2} = \delta_2 + \vartheta_{a2}$
- du cône de pied	$\delta_{f1} = \delta_1 - \vartheta_{f1}$ $\delta_{f2} = \delta_2 - \vartheta_{f2}$
Largeur de la denture	$b = \dots \quad (\leq 0,3 R_e)$
Génératrice centrale	$R_m = R - b/2$
Génératrice intérieure	$R_i = R - b$
Module central	$m_{mt} = m R_m / R$
- d'inclinaison central	$\sin \beta_m = \sin \beta_e / (1 - 0,5 b / R_e)$
- d'inclinaison intérieur	$\sin \beta_i = \sin \beta_e / (1 - b / R_e)$
<i>Diamètres</i>	
- de tête	$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} \cos \delta_1$ $d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} \cos \delta_2$
- de pied	$d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} \cos \delta_1$ $d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} \cos \delta_2$
- de tête intérieur	$d_{ai1} = d_{a1} R_i / R$ $d_{ai2} = d_{a2} R_i / R$
<i>Épaisseur de la dent</i>	
- à la corde	$s_{ce1} = s_{e1} [1 - c^* (s_{e1} / d_1)^2]$ $s_{ce2} = s_{e2} [1 - c^* (s_{e2} / d_2)^2]$
Demi angle d'épaisseur	$\psi_{P1} = 0,5 s_{e1} / R_e$ $\psi_{P2} = 0,5 s_{e2} / R_e$
- réelle à la corde	$s_{cn1} = s_{e1} \cos (\beta_e + \psi_{P1})$ $s_{cn2} = s_{e2} \cos (\beta_e + \psi_{P2})$
Hauteur de mesure	$h_{am1} = h_{a1} + 0,25 (s_{ce1}^2 / d_1) \cos \delta_1$ $h_{am2} = h_{a2} + 0,25 (s_{ce2}^2 / d_2) \cos \delta_2$
<i>Denture virtuelle</i>	
Nombre de dents	$z_{v1} = z_1 / \cos \delta_1 \cos^3 \beta_e$ $z_{v2} = z_2 / \cos \delta_2 \cos^3 \beta_e$
Diamètre primitif	$d_{v1} = z_{v1} m$ $d_{v2} = z_{v2} m$
Diamètre de tête	$d_{av1} = d_{v1} + 2h_{a1}$ $d_{av2} = d_{v2} + 2h_{a2}$
Diamètre de base	$d_{bv1} = d_{v1} \cos \alpha_p$ $d_{bv2} = d_{v2} \cos \alpha_p$
Angle de tête	$\cos \alpha_{v1} = d_{bv1} / d_{av1}$ $\cos \alpha_{v2} = d_{bv2} / d_{av2}$
<i>Conduite</i>	
Rapport partiel	$\epsilon_{\alpha v1} = z_{v1} (\tan \alpha_{v1} - \tan \alpha_p) / 2\pi$ $\epsilon_{\alpha v2} = z_{v2} (\tan \alpha_{v2} - \tan \alpha_p) / 2\pi$
Rapport de conduite	$\epsilon_{\alpha v} = \epsilon_{\alpha v1} + \epsilon_{\alpha v2}$
Angle de recouvrement	$\tau_p = \beta_i - \beta_e$
Rapport de recouvrement	$\epsilon_\beta = (R_e / m) \tau_p$
Rapport total	$\epsilon_\gamma = \epsilon_{\alpha v} + \epsilon_\beta$

20.3.5 CORRECTIONS DE LA DENTURE

Pour qu'un engrenage concourant fonctionne correctement, il faut que les sommets des deux cônes primitifs coïncident exactement avec le point de croisement des axes. Cette condition géométrique n'est pratiquement jamais réalisable car les erreurs de fabrication tant au taillage et rectifiage des flancs qu'au montage des roues alliées aux déformations sous charge anéantissent ces bonnes intentions. Afin d'éviter des contacts sur les extrémités des dents et sur les flancs déformés vers la tête de dent, la géométrie des dentures est corrigée :

1. Correction du profil de la dent :

Sous l'effet de la déformation des dents sous charge, les dents en contact fléchissent et le profil se modifie de sorte qu'il se produit un choc à chaque début d'engrènement. Le profil de tête des engrenages coniques droit est dépouillé par un outil à profil corrigé. Cette correction est difficile à réaliser d'une façon uniforme car la hauteur de la dent varie le long de la génératrice de tête.

2. Correction sur la longueur de la dent :

Cette correction permet d'obtenir un bombé longitudinal généré soit par un dispositif spécial, soit par une correction de la trajectoire de l'outil par rapport à la roue. Le bombé longitudinal a pour but de corriger les erreurs de recouvrement des génératrices des cônes. La position des surfaces de touche sur les flancs porteurs de l'engrenage doivent se situer si possible au milieu de la longueur de la dent sous la charge prévue. La norme DIN 3971 fixe les termes, en allemand, désignant les portées des dents : elliptiques, demi elliptiques, trapézoïdales, linéiques, courtes, larges, étroites, etc.

20.3.6 ENGRENAGE DE CHAMP

Une conception originale d'un engrenage à axes concourants est représentée par l'engrenage de champ. Ce mécanisme se compose d'une roue de champ et d'un pignon conjugué cylindrique, à hauteur de dent constante. Les dents de la roue modifient leur largeur le long de la génératrice. Le plus petit diamètre intérieur de la roue de champ est limité par le point où le profil de dent présente l'interférence au milieu de la hauteur; le diamètre extérieur est limité par l'épaisseur de tête. La géométrie de cet engrenage est décrite en détail dans [3.2].

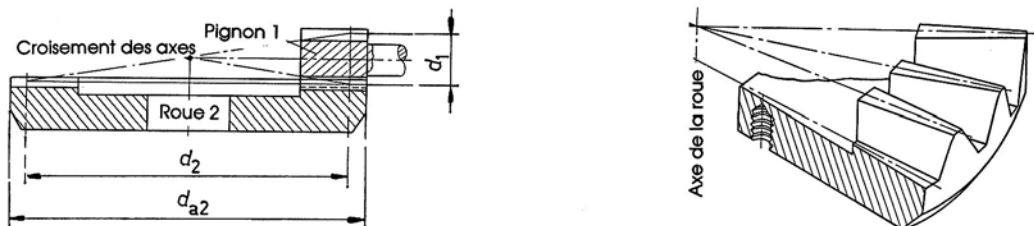


Figure 20.13 Engrenage de champ : disposition des roues et forme de la denture sur la roue de champ

20.4 ENGRENAGES CONCOURANTS SPIRO - CONIQUES

En grande série, la fabrication des engrenages concourants à denture droite ou inclinée est onéreuse. Dans les réducteurs industriels de catalogue et les véhicules, les engrenages concourants sont à denture avec flancs curvilignes. Le taillage s'effectue progressivement sur toutes les dents de la roue par un mouvement combiné de génération et de plongée dans la matière et non dent après dent comme dans la denture droite ou hélicoïdale. La forme des flancs dépend de la machine-outil à disposition. Ces machines sont capables de tailler aussi les engrenages hypoïdes. La figure 20.14 montre deux types de denture : Gleason en arcs de cercle, Oerlikon Eloïde en épicycloïdes, type EN à hauteur de dent constante.

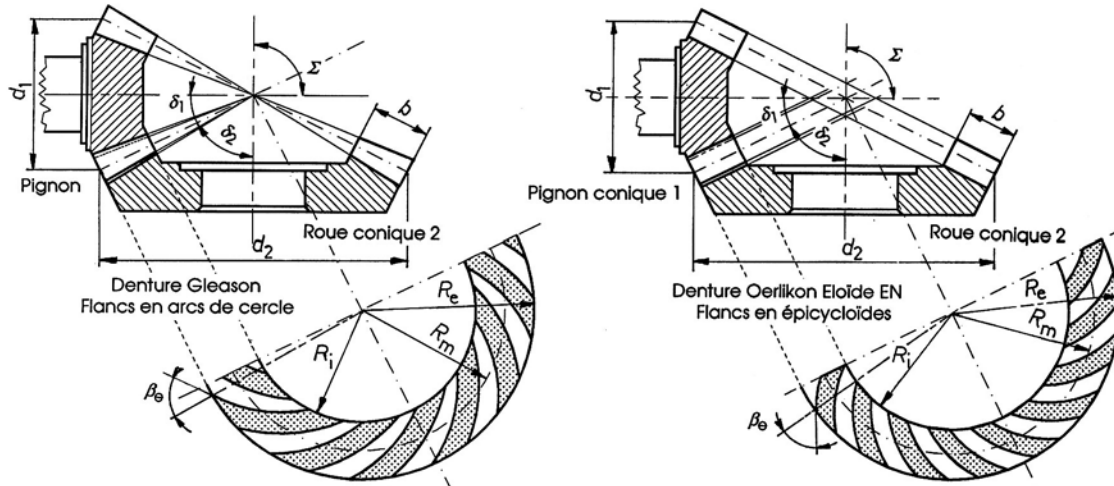


Figure 20.14 Engrenages concourants à denture avec flancs curvilignes : Gleason et Oerlikon

20.4.1 GÉNÉRALITÉS SUR LES ROUES SPIRO-CONIQUES

Dans les engrenages concourants spiro-coniques, la forme des dentures dépend du type de machine-outil utilisée pour le taillage des dents. Nous voulons donner un aperçu des caractéristiques des dentures fabriquées au moyen de la machine Spiromatic de Oerlikon permettant de fabriquer des roues coniques à denture spirale. Les dentures Eloïde sont usinées par des roues plates fictives dont les dents sont produites dans l'espace par les trajectoires des arêtes coupantes droites des couteaux d'une tête à tailler. La hauteur de la denture est constante sur toute la largeur des roues car seule la hauteur constante permet des calculs rigoureusement exacts et réalise des dentures parfaitement conjuguées.

La taille est réalisée par des mouvements rotatifs continus combinés : rotation de l'outil et rotation de la pièce à tailler qui déterminent la division continue, roulement relatif de la pièce sur la roue plate fictive.

Le mouvement de roulement est superposé au mouvement de division de la pièce. Ce mode de fabrication est très efficace d'où un gain de temps très appréciable et un prix de revient des plus compétitif. La fabrication des machines-outils Oerlikon a été reprise par un de ses concurrents direct la firme allemande Klingelberg.

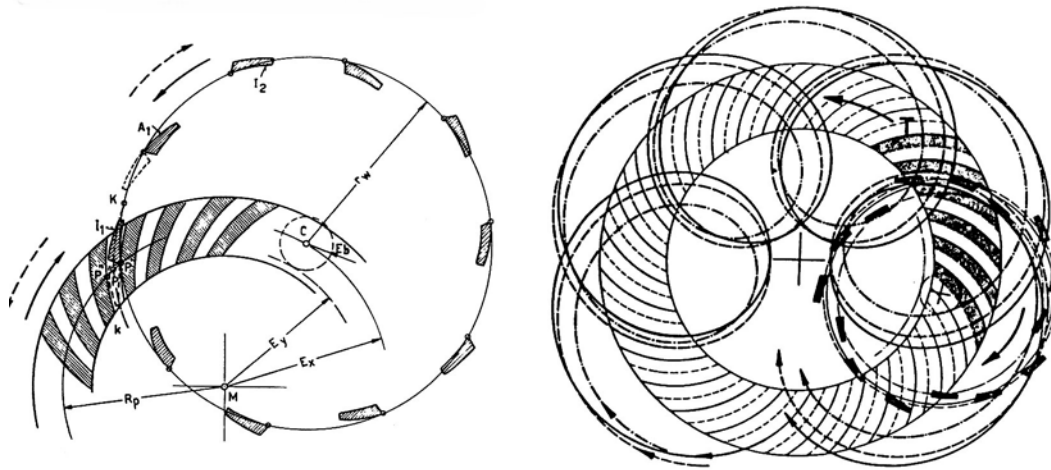


Figure 20.15 Principe de la taille d'une denture Eloïde par le mouvement combiné de la tête de taillage et de la roue à tailler.

La trajectoire parcourue par les couteaux est une épicycloïde allongée.

La figure montre le principe des mouvements de rotation de l'outil et de la roue plate et la formation des courbes primitives. L'outil tourne autour du point C et la roue plate fictive autour du point M. Ces deux centres sont supposés immobiles dans l'espace. La tête à tailler est équipée de z_w jeux d'outil placés au rayon r_w . Chaque groupe comprend un couteau I taillant vers l'intérieur créant une surface convexe et un couteau A taillant vers l'extérieur générant une surface concave. Le couteau I, du premier groupe se trouve au point P' d'un cercle de rayon R_p sur la ligne primitive d'une surface convexe. Lorsque le couteau A, taillant l'extérieur de ce même groupe atteindra le cercle de rayon R , la roue plate aura tourné d'un demi pas. Lorsque le couteau I_1 atteindra le cercle de rayon R_p , la roue plate aura tourné d'un pas. Un point K du cercle de rayon r_w décrit la ligne primitive médiane. La figure 20.15 montre un cas de denture non corrigée (déportée). Dès qu'il y a correction, les courbes primitives ne sont pas pareilles pour les surfaces concave et convexe. La longueur R_p est appelée *génératrice de calcul*.

20.4.2 RELATIONS FONDAMENTALES

La courbure de la denture dans le plan de la roue plate est obtenue par roulement du cercle de rayon E_b sur le cercle de base de rayon E_y . Le centre instantané du mouvement est au point M situé sur la droite MC qui relie les centres de la roue plate et de l'outil. La droite MP est normale à la courbe k et le centre de courbure se trouve sur cette droite (propriétés générale des courbes cycloïdales).

La denture pour engrenages concourants, étudiés ici, est taillée au moyen d'un outillage normalisé par le fabricant des machines-outils Spiromatic. Pour ce genre de denture, le centre instantané de rotation M est en même temps centre de courbure du point P de la denture. C'est un cas particulier simple du cas général de génération, figure 20.16.

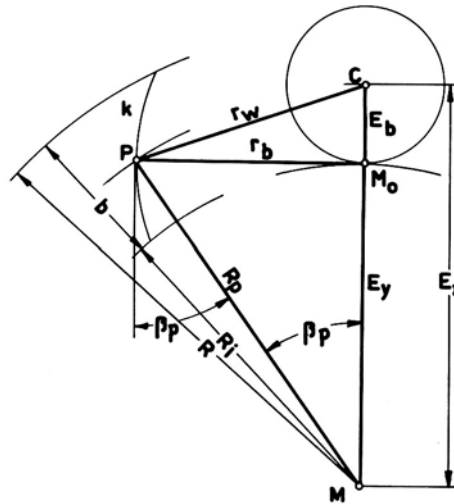


Figure 20.16 Géométrie de la denture obtenue par les outils normalisés
Mise en équation et angle de spirale en un point quelconque de l'épicycloïde

Les coordonnées x et y du point P sont :

$$x = r_b = r_M \qquad y = E_y \text{ avec } E_M = E_b.$$

Le module normal m_p au point P se trouve par : $m_p = (2 R_p/z_p) \cos\beta_p$,

si l'angle β_p est donné, alors : $r_b = R_p \sin\beta_p$,

et si r_b est donné, alors : $\sin\beta_p = r_b/R_p$.

Dans le cas des têtes à tailler des séries normalisées, le rayon de l'outil r_w est relié au module normal m_p par :

$$m_p/2 = \{(R_p^2 - r_w^2)/(z_p^2 - z_w^2)\}^{0,5},$$

et : $\cos\beta_p = (m_p/2)(z_p/R_p)$.

Les autres dimensions géométriques ou cinématiques sont :

$$E_y = 0,5 m_p z_p, \quad E_b = 0,5 m_p z_w, \quad E_x = E_y + E_b = 0,5 m_p (z_p + z_w),$$

$$v = 2 \pi r_b (1 + z_w/z_p) n_w = 2 \pi E_x \tan\beta_p n_w = 2 \pi (r_b + E_b \tan\beta_p) n_w,$$

avec : z_w nombre de groupes de couteaux, z_p = nombre de dents de la roue plate,

n_w fréquence de rotation de l'outil, v vitesse de coupe de l'outil.

La détermination de l'angle de spirale en un point P' quelconque de l'épicycloïde s'effectue à partir de la figure 20.17. Pour ce point, à la génératrice de rayon R' , l'angle $MP'M_o$ est le complément de l'angle de spirale recherché β' au point P', car la droite MoP' est une normale à la courbure de la dent k . L'angle de spirale en un point quelconque peut se trouver par les deux relations suivantes :

$$\cos\psi' = (R'^2 + E_x^2 - r_M^2 - E_M^2)/(2 R' E_x),$$

d'où : $\tan\beta' = \{(R'/E_x) (1+z_w/z_p) - \cos\psi'\}/\sin\psi'$,

d'où recherche de l'angle β' .

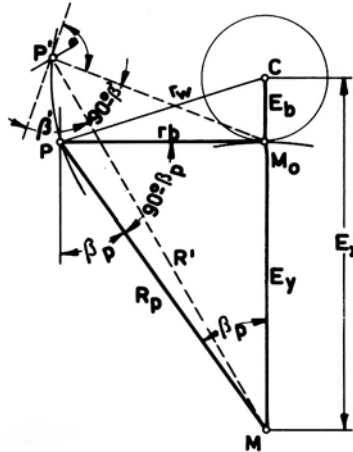


Figure 20.17 Recherche de l'angle de spirale en un point P' quelconque

20.4.3 NOMBRE DE DENTS DE LA ROUE PLATE

Comme les surfaces primitives tronconiques roulent sans glisser sur le plan primitif de la roue plate, le nombre de dents des roues plates complémentaires doit être identique. Ce nombre de dents se détermine par la relation usuelle des engrenages concourants :

$$z_p = z_1 / \cos \delta_1 = z_2 / \cos \delta_2, \quad (20.14.1)$$

où z_1 et z_2 sont les nombres de dents des deux roues de l'engrenage, δ_1 et δ_2 sont les angles primitifs des cônes 1 et 2. Si l'angle des axes vaut 90° ou $\pi/2$, le nombre de dents des roues plates se trouve par :

$$z_p = (z_1^2 + z_2^2)^{0,5}. \quad (20.14.2)$$

Pour étudier la denture des roues plates, donc des outils, et celle des roues coniques, on recourt aux approximations précédentes pour les engrenages coniques. Il est ainsi possible de trouver les profils normaux des dents en faisant rouler une roue cylindrique imaginaire sur une crémaillère qui remplace la roue plate. Pour chaque point des courbes primitives, on a une crémaillère et des roues cylindriques virtuelles différentes. Le nombre de dents de la roue de substitution en un point P' quelconque, génératrice R', sur la ligne primitive se trouve par :

$$z_{v1} = z_1 / (\cos^3 \beta' \cos \delta_1) \quad z_{v2} = z_2 / (\cos^3 \beta' \cos \delta_2), \quad (20.14.3)$$

avec : $m_n' = (2 R' / z_p) \cos \beta'$,

et : $d_{v1} = m_n' z_{v1}$, $d_{v2} = m_n' z_{v2}$,

et le pas : $p' = \pi m_n'$.

20.4.4 HAUTEURS DES DENTS

Les dimensions de la denture à hauteur constante sur tout la longueur s'établissent en partant du module normal au milieu de la largeur de la denture. La point P est assez voisin du milieu de la largeur de denture pour que l'on puisse admettre le module m_p comme module moyen. Les dimensions normalisées, arrondies à 0,1 mm, sont les suivantes :

- saillie : $h_a = m_p$,
- creux : $h_f = 1,15 h_a + 0,35 \text{ mm}$,
- hauteur de dent : $h = h_a + h_f = 2,15 m_p + 0,35 \text{ mm}$. (20.14.4)

L'angle de pression réel ou normal vaut $\alpha = 20^\circ$. L'arrondi au pied de dent est imposé par l'arrondi sur les couteaux r_w . Les dimensions des diverses génératrices des roues sont :

- génératrice primitive : $R = 0,5 d_2/\sin\delta_2$,
- largeur de la denture : $b \approx 0,285 R$, (arrondir au mm),
- génératrice intérieure : $R_i = R - b$,
- génératrice de calcul : $R_p \approx R - 0,415 b$.

20.4.5 DÉPORT DE DENTURE

Pour éviter l'interférence au taillage du pied de dent de la plus petite des roues 1, il faut déplacer les profils de la roue plate tout en gardant aux lignes primitives leurs positions fondamentales. La somme des coefficients de déport doit être nulle. On obtient ainsi une denture déportée sans variation d'angle des axes. Par convention, le déport est dit positif lorsque la ligne de référence est extérieure au cercle primitif et vice versa. Pour déterminer le déport à prévoir, il faut calculer le creux maximum pour lequel la limite d'interférence est atteinte sur le cône complémentaire intérieur de la plus petite des roues. Si R_i est le rayon de la génératrice intérieure, le rayon du cône primitif intérieur est $r_{i1} = R_i \sin\delta_1$.

Le creux maximum sans interférence, sur la roue 1, se trouve par :

$$\begin{aligned} h_{f1}' &= r_{i1} (1 - \cos^2\alpha)/(\cos^3\beta_i \cos\delta_1) + r_{aw} (1 - \sin\alpha), \\ h_{f1}' &= R_i [(1 - \cos^2\alpha) \tan\delta_1]/\cos^2\beta_i + r_{aw} (1 - \sin\alpha), \end{aligned} \quad (20.14.5)$$

α étant l'angle de pression réel, β_i l'angle de spirale intérieur et r_{aw} le rayon d'arrondi des couteaux. Cette méthode tient compte seulement de l'interférence au taillage.

En exprimant par $\Delta h = x m$ le déport de denture, les dimensions des hauteurs de dent des deux roues sont :

- saillie : $h_{a1} = h_a + \Delta h$, $h_{a2} = h_a - \Delta h$,
- creux : $h_{f1} = h_f - \Delta h$, $h_{f2} = h_f + \Delta h$.

L'épaisseur de dent doit être suffisamment grande sur les cercles de tête, cette épaisseur étant atteinte par une correction d'épaisseur Δs en déplaçant le profil de la roue plate dans le sens longitudinal. Pour les engrenages taillés avec les têtes EN, la correction d'épaisseur vaut :

$$\Delta s = 0,02 (1/\tan\delta_1 - 1) m_p. \quad (20.14.6)$$

Quelle que soit la grandeur des corrections, les dentures des roues 1 et 2 restent rigoureusement conjuguées.

20.4.6 ÉTUDE DE L'ENGRÈNEMENT

L'angle de pression apparent en un point P' quelconque de la courbe primitive médiane est donné par l'expression :

$$\tan\alpha' = \tan\alpha/\cos\beta'. \quad (20.15.1)$$

Les lignes d'action sont déterminées sur le développement des cônes complémentaires selon le tracé approché de Tregold. Le calcul du rapport de conduite devient semblable à celui des engrenages concourant à denture inclinée en se servant des nombres de dents virtuels, des saillies et des angles de tête réel.

- Angle de pression de tête : $\cos\alpha_{av1} = d_{bv1}/d_{av1}$ $\cos\alpha_{av2} = d_{bv2}/d_{av2}$, (20.15.2)

- Rapport de conduite partiel : $\varepsilon_{v\alpha1} = z_{v1} (\tan\alpha_{av1} - \tan\alpha_n)/(2\pi)$,
 $\varepsilon_{v\alpha2} = z_{v2} (\tan\alpha_{av2} - \tan\alpha_n)/(2\pi)$, (20.15.3)

- Rapport de conduite total : $\varepsilon_{v\alpha} = \varepsilon_{v\alpha1} + \varepsilon_{v\alpha2}$. (20.15.4)

Les dimensions proposées par le fabricant permettent d'atteindre sûrement un rapport de conduite suffisant.

20.4.7 RECHERCHE DES DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES

Les dimensions fondamentales utilisées dans le calcul et la définition des grandeurs géométriques des dentures sont données dans ce chapitre. Les diamètres extérieurs du pignon et de la roue sont dictés par le choix des nombres de dents et le module apparent. Le module apparent peut être quelconque, la seule condition à remplir est qu'il puisse se fabriquer par l'outillage à disposition. La figure 20.18 donne quelques indications pour le choix du nombre de dents et le diamètre du pignon 1 en fonction du couple à transmettre et du rapport d'engrenage.

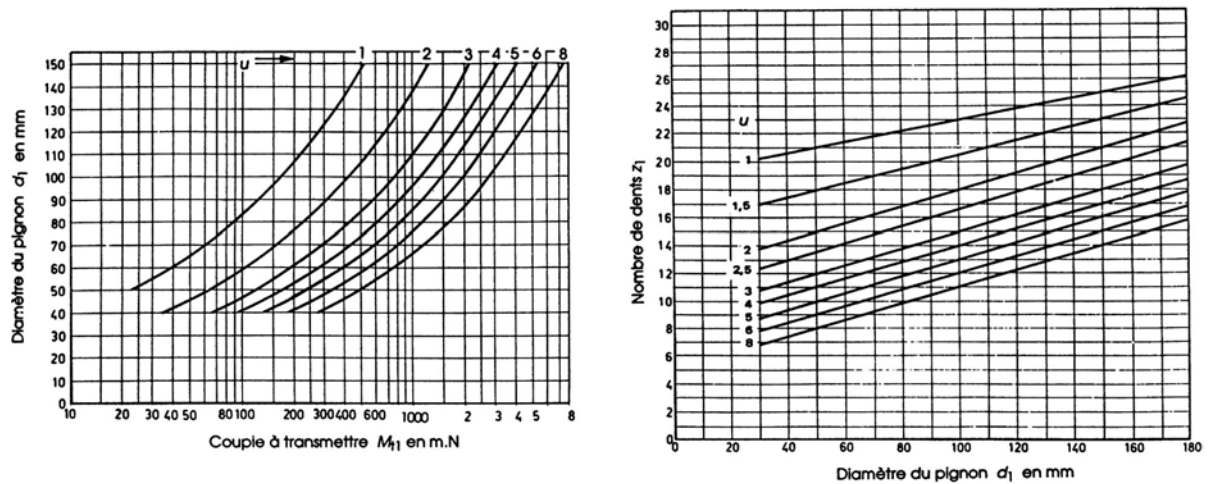


Figure 20.18 Diamètre primitif du pignon en fonction du couple à transmettre
Valeurs indicatives pour le nombre de dents du pignon

Les relations géométriques proposées sont basées sur les engrenages à axes concourants du type N1. Sur la figure 20.16, E_y est le rayon du cercle de la roulette d'une épicycloïde et E_b est le rayon de la roulette correspondante. On a donc :

$$E_y/E_b = z_p/z_w,$$

Et comme précédemment : $E_y = 0,5 m_p z_p$ et $E_b = 0,5 m_p z_w$.

Ces relations signifient qu'un multiple du pas $p_p = \pi m_p$ est contenu dans la périphérie des deux cercles, donc ces cercles roulent l'un sur l'autre sans glisser. En considérant les deux triangles PCM_o et PM_oO sur la figure, nous pouvons écrire :

$$r_b^2 = r_w^2 - E_b^2 \quad \text{et} \quad r_b^2 = R_p^2 - E_y^2.$$

Il en résulte : $R_p^2 - E_y^2 = r_w^2 - E_b^2$ et $R_p^2 - r_w^2 = E_y^2 - E_b^2 = (0,5 m_p)^2 (z_p^2 - z_w^2)$.

Le module de calcul m_p se trouve par l'expression :

$$(0,5 m_p)^2 = (R_p^2 - r_w^2)/(z_p^2 - z_w^2).$$

L'angle de spirale de la denture au point de calcul se trouve par :

$$\cos \beta_p = E_y/R_p = 0,5 m_p z_p/R_p.$$

Partant du point de calcul sur la génératrice de rayon R_p , nous pouvons déterminer l'angle de spirale à tout endroit voulu de la largeur de la dent, en particulier sur la génératrice moyenne de rayon R_m . Le module normal se trouve par : $m_m = (z/z_p) R_m \cos \beta_m$. La précision de cet angle

ne doit pas être poussée trop loin, le mode d'emploi du fabricant reproduisant un graphique permettant de trouver cet angle.

Tableau 20.6

Denture spiro-conique Eloïde : Têtes à tailler normalisées EN

Tête A Tailler	Couteaux	Module Normal	E_{bw}	R_w^2	r_{aw}	h_w	E	Section B x H
EN3-39	EN 39/2	2.10..2.65	3.5	1533.25	0.70	103.3	6.1	8x11
	EN 39/3	2.35..3.00	4.0	1537.00	0.75	103.3		
	EN 39/5	3.00..3.75	5.0	1546.00	0.90	104.0		
EN4-44	EN 44/1	2.10..2.65	4.7	1958.09	0.70	104.0	7.9	8x11
	EN 44/3	2.65..3.35	6.0	1972.00	0.80	104.5		
	EN 44/5	3.35..4.25	7.5	1992.25	0.95	105.0		
EN4-49	EN 49/1	2.35..3.00	5.3	2429.09	0.75	105.2	8.8	9x12
	EN 49/3	3.00..3.75	6.7	2445.89	0.90	105.7		
	EN 49/5	3.75..4.75	8.4	2471.56	1.05	106.3		
EN4-55	EN 55/1	2.65..3.35	6.0	3061.00	0.80	106.4	10.1	11x14
	EN 55/3	3.35..4.25	7.5	3081.25	0.95	106.9		
	EN 55/5	4.25..5.30	9.5	3115.25	1.15	107.6		
EN5-62	EN 62/1	3.00..3.75	8.4	3914.56	0.90	107.6	13.3	11x14
	EN 62/3	3.75..4.75	10.5	3954.25	1.05	108.3		
	EN 62/5	4.75..6.00	13.3	4020.89	1.25	109.0		
EN5-70	EN 70/1	3.35..4.25	9.4	4988.36	0.95	109.1	14.9	12x16
	EN 70/3	4.25..5.30	11.8	5039.24	1.15	109.8		
	EN 70/5	5.30..6.70	14.9	5122.01	1.40	110.7		
EN5-78	EN 78/1	3.75..4.75	10.5	6194.25	1.05	110.8	16.7	14x18
	EN 78/3	4.75..6.00	13.3	6260.89	1.25	111.5		
	EN 78/5	6.00..7.50	16.7	6362.89	1.50	112.5		
EN5-88	EN 88/1	4.25..5.30	11.8	7883.24	1.15	112.9	18.7	16x21
	EN 88/3	5.30..6.70	14.9	7966.01	1.40	113.7		
	EN 88/5	6.70..8.50	18.7	8093.69	1.65	114.8		
EN5-98	EN 98/1	4.75..6.00	13.3	9780.89	1.25	113.3	19.5	16x21
	EN 98/3	6.00..7.50	16.7	9882.89	1.50	114.3		
	EN 98/4	6.00..7.50	18.7	9953.69	1.65	114.8		
EN6-110	EN 110/1	5.30..6.70	17.9	12420.41	1.40	113.7	23.7	16x21
	EN 110/3	6.70..8.50	22.5	12606.25	1.65	114.8		
EN7-125	EN 125/1	6.00..7.50	23.4	16172.56	1.50	114.2	28.3	16x21
	EN 125/2	6.70..8.50	26.2	16311.44	1.65	114.8		

20.4.8 CHOIX DE LA TÊTE À TAILLER

Lorsque la denture est sollicitée par les couples sur les deux arbres, les portées, surfaces de contact entre les flancs, se déplace vers l'intérieur. C'est la raison pour laquelle la génératrice de calcul est choisie plus grande que la génératrice moyenne : $R_p = R - 0,415 b > R_m$. La tête à tailler à choisir pour la denture retenue doit se situer dans la gamme des outils à disposition. La figure 20.19 donne en abscisses l'angle de spirale de calcul et en ordonnées le rayon de la génératrice de calcul. Connaissant R_p , le graphique montre qu'il existe plusieurs têtes à tailler pouvant entrer en ligne de compte. L'angle de spirale de calcul devrait se situer entre 30° et 45°. Les valeurs à droites du graphique représentent r_b . Les têtes à tailler sont désignées par EN suivi du nombre de groupes de couteaux, chaque groupe comprenant un ébaucheur, un

20. Engrenages à axes concourants

finisseur extérieur et un finisseur intérieur. Chaque tête à tailler peut être équipée de 2 ou 3 types de couteaux, désignés par les chiffres 1 à 5 après la barre oblique dans le tableau.

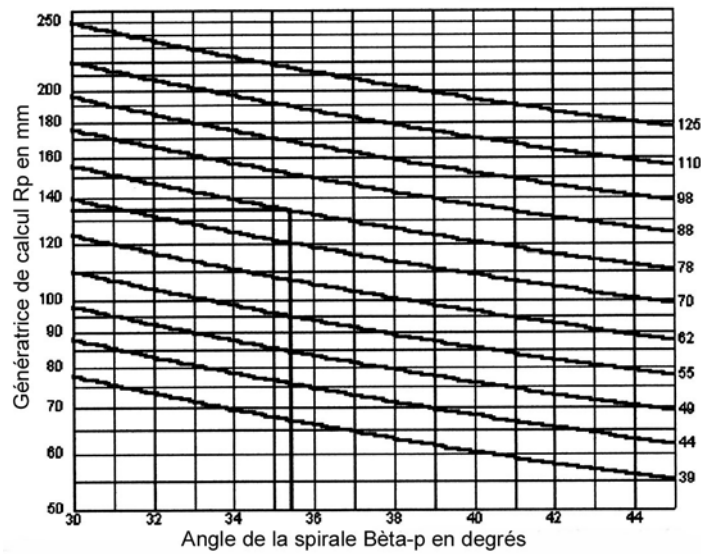


Figure 20.19 Choix de la tête à tailler EN en fonction du rayon R_p et de l'angle de spirale

La figure 20.20 représente le nombre de dents de la roue plate z_p en fonction de l'angle de spirale β_p pour divers types de couteaux allant de 1 à 5. À partir de ces deux valeurs, le point figuratif sur le graphique est situé dans une surface oblique indiquant le nombre de couteaux de la tête à tailler. Ce choix étant fait, le tableau 20.5 toutes les caractéristiques de l'outil EN, valeur de r_b , nombre de couteaux. L'indice w du tableau se rapporte à l'outil et définit les grandeurs E_{bw} , r_w^2 , r_{aw} , h_w , E .

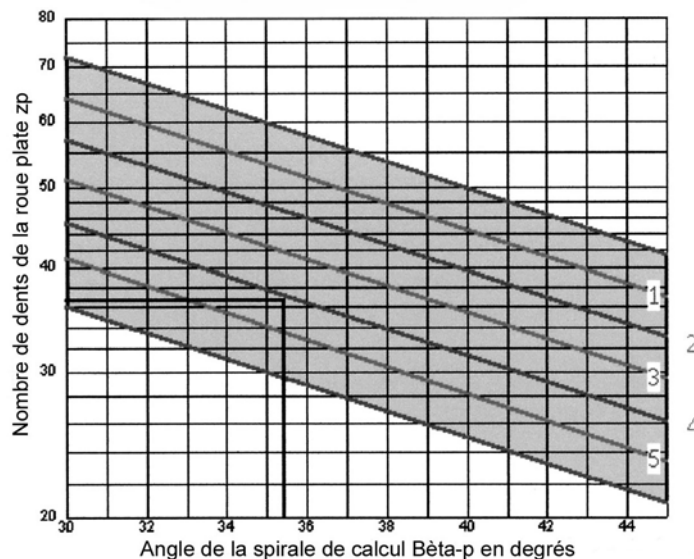


Figure 20.20 Choix du type de couteaux en fonction du nombre de dents z_p

Connaissant les diverses caractéristiques de la tête de taillage, soit r_w (r_w^2 selon le tableau), le nombre de groupes z_w , il est possible de trouver le module de calcul par la relation citée, soit :

$$(0,5 m_p)^2 = (R_p^2 - r_w^2) / (z_p^2 - z_w^2),$$

d'où le module de calcul m_p . L'angle de spirale sur la génératrice de calcul peut alors se trouver par l'expression :

$$\cos\beta_p = 0,5 m_p z_p/R_p \Rightarrow \beta_p = \dots \text{ et } \beta_m = \dots$$

20.4.9 INCLINAISON DE LA TÊTE À TAILLER

Si la roue 2 à tailler est très plate, la rotation de la tête de taillage avec ses couteaux pourrait provoquer une interférence d'usinage à l'extérieur de la zone prévue. Si ce phénomène intervient, il faut incliner la tête de taillage de C° . Les angles recommandés sont 0° , $1,5^\circ$ ou 3° . La méthode de calcul proposée consiste à essayer ces trois angles.

1. Calcul des trois constantes C_{i°

Le plus grand angle du cône est limité par l'angle du cône de tête, soit δ_{a2} . Pour trouver la plus grande hauteur de dent admissible, on pose $\delta_{a2} = \delta_2$ et on détermine successivement les grandeurs C_{i° en fonction de r_b et de β_b , correspondant à des inclinaisons de 0° , $1,5^\circ$ et 3° . Ces grandeurs représentent une hauteur de dent de calcul h' . Les angles β_b et δ_2 doivent s'exprimer en radians.

$$C_{0,0^\circ} = h'_{0^\circ} = \frac{r_b}{1,6848 + \frac{2,9758\beta_p^2 - 6,1798\beta_p + 3,9746}{1,5924 - \delta_{a2}} - 7,55(\beta_p - 0,6458) \cdot (1,23 - \delta_{a2})}$$

$$C_{1,5^\circ} = h'_{1,5^\circ} = \frac{r_b}{1,8606 + \frac{1,8625\beta_p^2 - 4,0347\beta_p + 2,863}{1,6324 - \delta_{a2}} - 16,0858(\beta_p - 0,6807) \cdot (1,3137 - \delta_{a2})}$$

$$C_{3,0^\circ} = h'_{3,0^\circ} = \frac{r_b}{1,8924 + \frac{0,7118\beta_p^2 - 1,9681\beta_p + 1,8991}{1,6825 - \delta_{a2}} - 15,1010(\beta_p - 0,6807) \cdot (1,4197 - \delta_{a2})}$$

2. Calcul de la hauteur de dent

Ce calcul correspond aux trois grandeurs proposées, soit :

- saillie : $h_a = m_p$ (arrondie au 0,1 mm inférieur),
- creux : $h_f = 1,15 h_a + 0,35$ (arrondie au 0,1 mm inférieur),
- hauteur : $h = h_a + h_f$ ($h_{a \min} = 0,9 m_p$ si nécessaire).

3. Test de l'interférence

Ce teste consiste à comparer les trois valeurs obtenues par les relations proposées pour $0,0^\circ$, $1,5^\circ$ et $3,0^\circ$.

Dès que $C_{i^\circ} = h' > h$, alors l'inclinaison de la broche est égale à i° .

L'inclinaison de la broche modifie l'angle de pression de taillage :

- sur le flanc actif ou porteur, l'angle est augmenté de $\Delta\alpha = i^\circ$,
- sur l'autre flanc, il est diminué de la même quantité.

20.4.10 CALCUL DES AUTRES GRANDEURS GÉOMÉTRIQUES

Le calcul est poursuivi en déterminant les grandeurs sur la génératrice intérieure, soit :

- longueur E_x et E_y : $E_x = 0,5 m_p (z_p + z_w)$ et $E_y = 0,5 m_p z_p$,
- longueur E_b : $E_b = E_{bw}$ selon table et $r_w^2 = r_b^2 + E_b^2$,
- angle de spirale intérieure : $\cos\psi_i = (R_i^2 + E_x^2 - r_w^2)/(2 R_i E_x)$,

- $\tan \beta_i = (R_i - E_y \cos \psi_i) / (E_y \sin \psi_i),$
- angle de spirale moyenne : $\cos \psi_m = (R_m^2 + E_x^2 - r_w^2) / (2 R_m E_x),$
- $\tan \beta_m = (R_m - E_y \cos \psi_m) / (E_y \sin \psi_m),$
- module réel moyen : $m_{mn} = 2 R_m \cos \beta_m / z_p,$
- rapport des modules : $k_b = m_{ni} / m_p = (R_i \cos \beta_i) / (R_p \cos \beta_p),$
- module réel intérieur : $m_{ni} = k_b m_p.$

La détermination des conditions de déport s'effectue sur la génératrice intérieure compte tenu de l'arrondi de tête de l'outil. En suivant les formules proposées, on obtient sur le pignon des dents sans interférence au pied de dent. La correction d'épaisseur de dent Δs produit une égalisation de l'épaisseur de pied de dent sur le pignon et sur la roue. Le jeu normal dépend de la grandeur de l'engrenage. Il est souvent fonction du module de calcul. La valeur 0,05 tint compte des dilatations thermiques. Ces diverses grandeurs se trouvent par les relations suivantes.

- Grandeurs auxiliaires : $k_1 = \sin(\alpha^\circ - i^\circ)$ et $k_2 = k_b (R_p / R_i) \cos \beta_p,$
- hauteur provisoire : $h_{f1}' = (k_1 / k_2)^2 R_i \tan \delta_1 + 0,65 r_{aw},$
- déport : $x m = h_f - h_{f1}'$ (arrondi au 0,1 mm supérieur),
- saillies corrigées : $h_{a1} = h_a + x m$ et $h_{a2} = h_a - x m,$
- creux corrigés : $h_{f1} = h_f - x m$ et $h_{f2} = h_f + x m,$
- correction d'épaisseur : $\Delta s \approx (m_p / 50) (1 / \tan \delta_1 - 1),$
- jeu normal : $j_n \approx 0,05 + 0,03 m_p.$

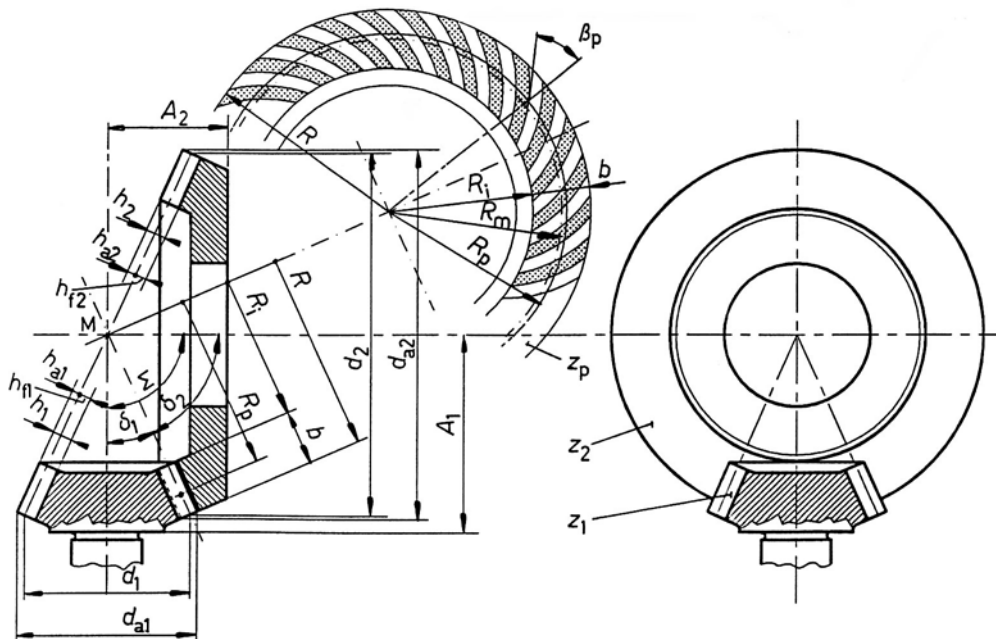


Figure 20.21 Représentation d'un engrenage spiro-conique avec un angle des axes de 90°

20.4.11 EXEMPLE DE DÉTERMINATION DE LA GÉOMÉTRIE

Soit à concevoir un engrenage concourant à denture spiro-conique dans les conditions suivantes :

- nombre de dent du pignon : $z_1 = 11,$
- nombre de dents de la roue : $z_2 = 37,$
- angle des axes : $\Sigma = 90^\circ,$
- diamètre de la roue 2 : $d_2 = 150 \text{ mm}.$

Recherche des dimensions géométriques de l'engrenage

La recherche des grandeurs nominales est simplifiée par la perpendicularité des axes.

- diamètres primitifs : roue $d_2 = 150,000$ pignon $d_1 = 150 \cdot 11/37 = 44,595$
- angle des cônes : roue $\delta_2 = 73,4429^\circ$ pignon $\delta_1 = 16,5571^\circ$
- roue plate : $z_p = (11^2 + 37^2)^{0,5} = 38,6005$ génératrice $R = 0,5 \cdot 150 \cdot z_p/z_2 = 78,244$
- largeur de la dent : $b = 0,285 \cdot 78,244 \approx 22 \text{ mm}$
- génératrices : $R_i = R - b = 56,244$ $R_m = R - 0,5 b = 67,244$
 $R_p = R - 0,415 b \approx 69,1 \Rightarrow R_p = 69,1$
- choix de la tête : de la figure 20.19 avec $R_p = 69,1 \Rightarrow r_b = 39$ et $\beta_p \approx 34,4^\circ$
 du tableau 20.5 : tête à tailler EN-39, $z_w = 3$
- choix des couteaux : de la figure 20.20 avec $z_p = 38,6$ et $\beta_p = 34,4^\circ \Rightarrow$ type 3 donc EN 39/3
 du tableau 20.5 : $E_{bw} = 4,0$ $r_w^2 = 1537$ $r_{aw} = 0,75$
- module de calcul : $(0,5 m_p)^2 = (69,1^2 - 1537)/(38,6005^2 - 3^2) \Rightarrow$
 $0,5 m_p = 1,47859$ et $m_p = 2,95718$
- angle de spirale : $\cos \beta_p = 1,47859 \cdot 38,6005 / 69,1 \Rightarrow \beta_p = 34,3132^\circ$
- hauteur de dent : $h_a = m_p \approx 2,9$ $h_f = 1,15 \cdot 3,0 + 0,35 = 3,6$ $h = 6,5$
- inclinaison de la tête : $C_{0,0^\circ} = 6,517 > h$ pas d'inclinaison de la broche de taillage
- grandeurs
 auxiliaires : $E_y = 1,47859 \cdot 38,6005 = 57,074$ E_{bw} selon tableau = 4,0
 $E_x = E_y + E_{bw} = 61,074$ $r_w^2 = 39^2 + 4^2 = 1537$
 $\cos \psi_1 = 5356,4 / 6870,1 \Rightarrow \psi_1 = 38,7698^\circ$
 $\tan \beta_1 = 11,745 / 35,739 \Rightarrow \beta_1 = 18,1923^\circ$
 $k_b = 56,244 \cos \beta_1 / 69,1 \cos \beta_p = 0,9362$
 $k_1 = \sin(20^\circ - 0,0^\circ) = 0,34202$ $k_2 = 0,9362 \cdot 1,2286 \cos \beta_p = 0,9500$
- hauteur : $h_{f1}' = (0,34202 / 0,950)^2 R_i \tan \delta_1 + 0,65 \cdot 0,75 = 2,65$
- déport de denture : $x m = 3,6 - 2,65 = 0,95 \Rightarrow x m = 1,0$
- saillie : $h_{a1} = 2,9 + 1,0 = 3,9$ $h_{a2} = 2,9 - 1,0 = 1,9$ $h_1 = 6,5$
- creux : $h_{f1} = 3,6 - 1,0 = 2,6$ $h_{f2} = 3,6 + 1,0 = 4,6$ $h_2 = 6,5$
- correction épaisseur : $\Delta s = (1/\tan \delta_1 - 1) \cdot 2,95718 / 50 = 0,2$
- jeu normal : $j_n = 0,05 + 0,03 \cdot 2,95718 = 0,14$.

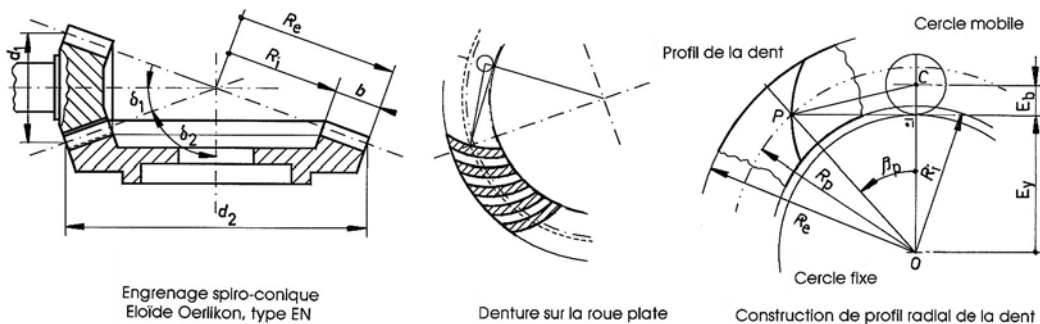


Figure 20.22 Profil d'un engrenage spiro-conique Eloïde
 Construction du profil longitudinal de la denture en épicycloïde allongée

CHAPITRE 21

CONTRÔLES DES ENGRENAGES PARALLÈLES ET CONCOURANTS

Ce chapitre traite le contrôle des engrenages à axes parallèles et concourants. Le contrôle des engrenages cylindriques à axes parallèles et des engrenages coniques à axes concourants équipés de denture droite, inclinée ou spirale comporte la recherche des efforts appliqués sur les roues, le calcul de la contrainte de flexion dans la section d'encastrement au pied de la dent, la recherche de la pression superficielle sur les flancs porteurs, l'estimation des pertes, de l'usure, de l'échauffement et du rendement global de ces engrenages.

21.1 EFFORTS SUR LES ENGRENAGES

La recherche des efforts sur la denture et sur les roues est basée sur une transmission sans perte entre le pignon, la roue ou la couronne. La difficulté majeure du calcul consiste à estimer au plus juste la puissance ou les couples réellement transmis en service dans des applications connues ou primitivement inconnues des engrenages.

21.1.1 PUISSANCES ET COUPLES SUR LES ROUES

Les forces sur la denture se trouvent à partir de la puissance à transmettre, de la fréquence de rotation et d'efforts additionnels. La puissance à prendre en considération correspond à la puissance nominale calculée à partir de la charge maximale en service sur la transmission. En concentrant l'étude sur un engrenage constitué seulement par deux roues dentées, la puissance introduite P_1 sur l'arbre moteur, tournant à la fréquence de rotation n_1 , est égale à la puissance P_2 sur l'arbre mené, tournant à la fréquence de rotation n_2 , si l'on néglige les pertes entre les dentures et dans les appuis. Les relations générales deviennent :

$$\begin{aligned} & P_1 = P_2, \\ \text{avec :} & \quad P_1 = M_1 \omega_1 \quad \text{et} \quad P_2 = M_2 \omega_2, \\ \text{et :} & \quad \omega_1 = 2 \pi n_1 \quad \text{et} \quad \omega_2 = 2 \pi n_2, \\ \text{d'où :} & \quad M_1 \omega_1 = M_2 \omega_2 \quad \text{et} \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1}. \end{aligned} \quad (21.1.1)$$

Pour une transmission à roues cylindriques ou coniques, à axes parallèles ou concourants, le rapport des couples peut s'exprimer également en fonction du rapport des nombres de dents par :

$$M_2 = (z_2/z_1) M_1. \quad (21.1.2)$$

Dans le contrôle de la résistance de la denture et de la pression superficielle, les couples trouvés à partir de la puissance nominale sont corrigés par deux facteurs :

1. le facteur d'application de la charge tenant compte de la variation des couples extérieurs en fonction des types de machines motrice et réceptrice.
2. le facteur de charge dynamique tenant compte des particularités mécaniques internes des transmissions à roues dentées.

21.1.2 ENGRENAGES PARALLÈLES À DENTURE DROITE

Les engrenages parallèles à denture droite présentent quelques propriétés particulières à discuter avant tout calcul des efforts ou contrôles mécaniques. Si le frottement entre les flancs est négligé, la force résultante sur la denture reste constamment normale aux surfaces portantes en développante de cercle et cette force est située dans le plan d'action de l'engrenage ou dans la vue apparente tangente aux deux cercles de base. Il s'ensuit que pour une puissance donnée sur les arbres, cette force ne dépend pas directement des coefficients de déport adoptés dans la géométrie.

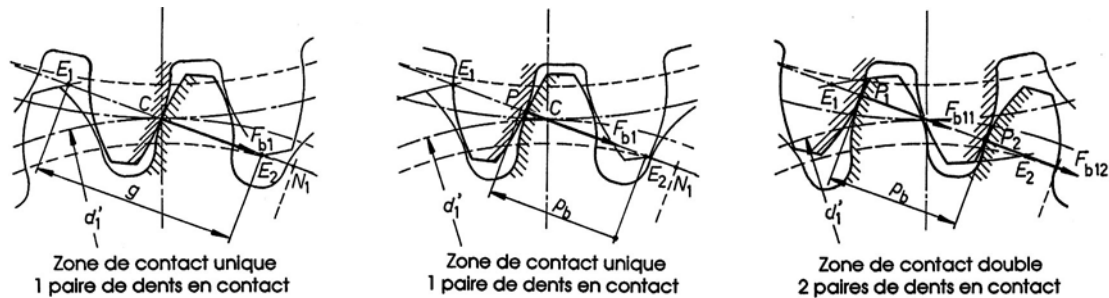


Figure 21.1 Force normale sur la denture droite dans les zones à contact simple et double

21.1.2.1 ZONES DE CONTACT SIMPLE ET DOUBLE

Observons les conditions de transmission du mouvement et de la puissance entre les deux roues cylindriques à denture droite. Lorsque les dentures sont en contact sur la ligne des centres O_1O_2 , les flancs de la paire de dents supportent entièrement la force normale $\vec{F}_{b1} = \vec{F}_{b2}$ si le rapport de conduite est inférieur à 2, ce qui est le cas usuel. La longueur de conduite de l'engrenage extérieur ou intérieur se trouve par : $g = \varepsilon p_b$. Un déplacement vers la gauche de la denture du pignon ne modifie pas immédiatement cette condition de transmission sur une paire de dents. Tant que la distance E_2P est inférieure au pas de base $p_b = \pi m \cos\alpha$, une seule paire de dents reste en contact. L'engrènement se situe dans la zone dite de contact simple.

Dès que la distance E_2P est égale ou supérieure au pas de base, une seconde paire de dents participe à la transmission du mouvement et de la puissance. L'effort normal \vec{F}_{b1} ou \vec{F}_{b2} se répartit sur les deux paires de dents. L'engrènement se trouve dans la zone du contact double. Dans la transmission par roues dentées droites, l'effort normal se répartit entre deux paires de dents lorsque le point de contact se situe vers les points extrêmes E_1 et E_2 . Dans la partie centrale de la longueur de conduite, une seule paire de dents intervient dans la transmission du mouvement et de la puissance.

21.1.2.2 VALEUR DES FORCES SUR LA DENTURE

Supposons un engrenage constitué seulement des deux roues : un pignon 1 et une roue 2. La force normale totale sur le ou les flancs de la denture \vec{F}_b se trouve à partir du couple sur les roues et des diamètres de base par :

$$F_{b1} = F_{b2} = 2 M_1/d_{b1} = 2 M_2/d_{b2}. \quad (21.2.1)$$

Cette force totale est décomposée en deux composantes rectangulaires lorsque son point d'application se trouve exactement sur la ligne des centres, donc au point primitif C :

- une composante tangentielle : \vec{F}'_t ,
- une composante radiale : \vec{F}'_r .

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

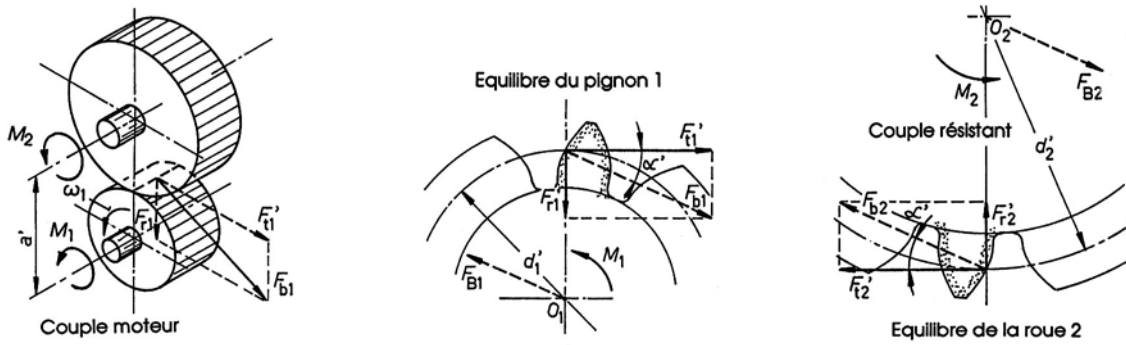


Figure 21.2 Efforts et équilibre du pignon 1 et de la roue 2 à denture droite

Les composantes sur la ligne des centres valent :

1. Composante tangentielle : $F_{t1}' = F_{t2}' = 2 M_1/d_1' = 2 M_2/d_2'$, (21.2.2)

2. Composante radiale : $F_{r1}' = F_{r2}' = F_{t1}' \tan \alpha'$, (21.2.3)

3. Force normale totale sur les dents : $F_{b1} = F_{b2} = F_{t1}'/\cos \alpha'$. (21.2.4)

L'équilibre du pignon et de la roue isolés permet de placer sur chacune de ces pièces les forces sur la denture, les couples moteur et résistant, les réactions d'appui aux centres O_1 et O_2 .

Remarque importante : La décomposition de la force normale totale \vec{F}_{b1} ou \vec{F}_{b2} en deux composantes rectangulaires dépend du point choisi sur le ligne de conduite. Si l'une des roues est en contact avec plusieurs autres roues, toutes les forces normales sont tangentes au cercle de base des développantes de cercle.

21.1.2.3 MOYENS POUR AMÉLIORER LA TRANSMISSION DES COUPLES

La discussion sur la répartition de la charge entre les deux roues sur la longueur de conduite présuppose une denture parfaite et aucune déformation des dents sous charge. Ces conditions particulières permettent d'admettre que dans la zone de double conduite, la force normale appliquée sur chaque paire de dent vaut la moitié de la force normale totale, soit $1/2 \vec{F}_b$ dans les tronçons de conduite E_2B et DE_1 . Dans la zone à contact unique, la force normale est égale à \vec{F}_b , tronçon BCD figure 21.3 à gauche. Comme le rayon de courbure varie en fonction de la position du point de contact, la pression hertzienne est particulièrement élevée aux points situés sur les cercles de tête, voir ligne mixte sur la figure.

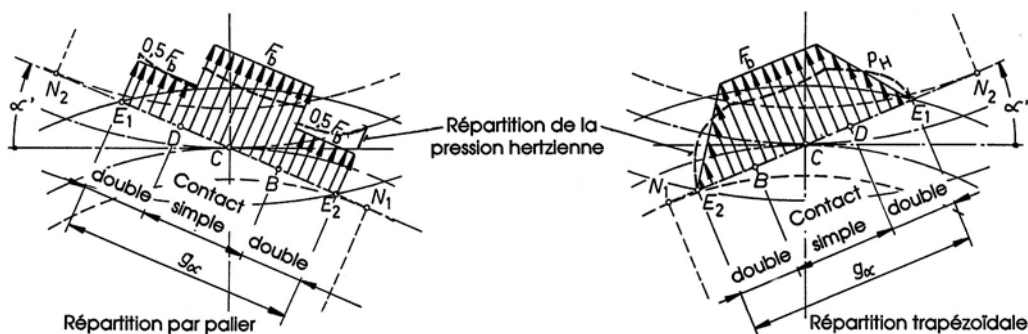


Figure 21.3 Répartitions de la force normale F_b sur la ligne de conduite E_1E_2

Pour éviter deux sauts brusques de l'efforts normal, engendrant inmanquablement des ondes de chocs et des vibrations, il serait intéressant de pouvoir répartir progressivement l'effort

normal dans la zone de double contact. La figure 21.3 à droite montre une répartition trapézoïdale de l'effort normal :

- progression linéaire sur le tronçon E_2B de zéro jusqu'à \vec{F}_b ,
- effort normal \vec{F}_b constant dans le tronçon BCD ,
- diminution progressive sur le tronçon DE_1 de la force \vec{F}_b jusqu'à zéro.

Dans la zone à variation linéaire, la charge se répartit sur les deux paires de dents, la paire avant diminuant sa charge, la paire arrière augmentant la force normale. Cette répartition ne peut se réaliser que par une correction du profil des flancs en développante de cercle.

21.1.3 ENGRENAGES PARALLÈLES À DENTURE HÉLICOÏDALE

Dans une transmission parfaite du mouvement, de la puissance et des couples entre deux roues cylindriques à denture hélicoïdale, la résultante des forces normales élémentaires entre les deux denture se trouve par sommation dans le plan d'action. Pour simplifier la mise en équilibre des roues, on admet généralement une force résultante concentrée au milieu de la largeur b des roues. Contrairement à la denture droite et si le recouvrement est suffisant, il n'y a pas de zones à simple contact dans ce type de denture.

La force normale résultante sur la denture \vec{F}_{bn} est inclinée dans l'espace par l'effet de la forme hélicoïdale de la dent et par l'angle de pression de fonctionnement. Cette force totale se décompose en trois composantes :

- une composante tangente au cylindre primitif de fonctionnement : \vec{F}'_t ,
- une composante radiale dirigée vers l'intérieur de la roue : \vec{F}'_r ,
- une composante axiale, parallèle à l'axe de rotation de la roue : \vec{F}'_x .

La composante tangentielle \vec{F}'_t est la seule force qui s'oppose au couple appliqué sur l'axe de la roue. Elle se calcule par :

$$F_{t1}' = F_{t2}' = 2 M_1/d_1' = 2 M_2/d_2'. \quad (21.3.1)$$

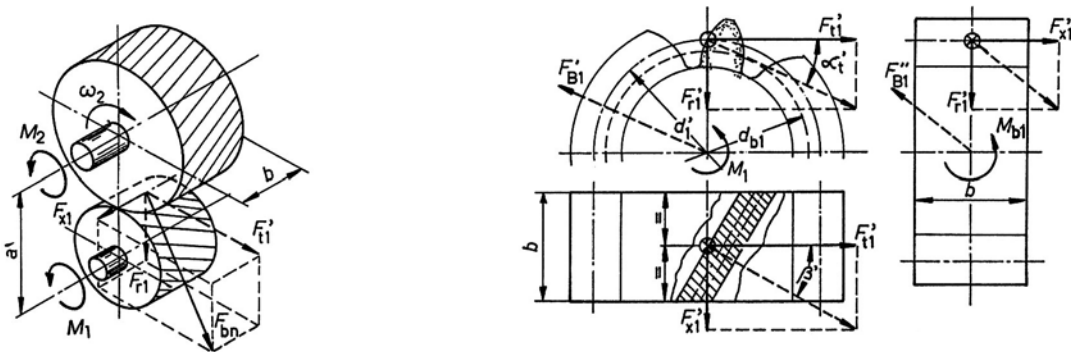


Figure 21.4 Efforts et équilibre d'une roue à denture hélicoïdale

Les autres composantes de la force normale totale sur la dent se trouvent par les expressions suivantes :

$$1. \text{ Composante radiale : } F_{r1}' = F_{r2}' = F_{t1}' \tan \alpha', \quad (21.3.2)$$

$$2. \text{ Composante axiale : } F_{x1}' = F_{x2}' = F_{t1}' \tan \beta'. \quad (21.3.3)$$

La force normale totale sur la dent peut se trouver à partir des trois composantes ou de la composante tangentielle par :

$$|\vec{F}_{bn}| = \{ F_t'^2 + F_r'^2 + F_x'^2 \}^{0,5} = F_t' / (\cos \beta \cos \alpha_n').$$

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

Le choix d'une denture en chevron sur les roues permet d'absorber la poussée axiale produite par la composante \vec{F}_x' . Par contre, si cette poussée n'est pas compensée, elle produit un moment supplémentaire dans l'équilibre de la roue que nous voulons nommer *moment de basculement*. Ce moment a tendance à faire basculer la roue autour d'un axe perpendiculaire à l'axe de la roue. Ce moment vaut :

$$1. \text{ Moment de basculement sur le pignon 1 : } M_{b1} = \frac{1}{2} d_1' F_{x1}', \quad (21.3.4)$$

$$2. \text{ Moment de basculement sur la roue 2 : } M_{b2} = \frac{1}{2} d_2' F_{x2}'. \quad (21.3.5)$$

Les forces et couples sur les roues cylindriques à denture droite ou hélicoïdale interviennent dans le contrôle des engrenages, dans la recherche des équilibres des arbres et la valeur des efforts aux appuis. L'inversion du sens du couple moteur inverse toutes les forces composantes sauf la composante radiale \vec{F}_r' qui conserve son sens vers l'axe de la roue. Dans la vue de gauche, la résultante des composantes \vec{F}_x' et \vec{F}_r' coupe l'arbre supportant la roue en un point où le moment fléchissant dans cette vue est nul.

21.1.4 ENGRENAGES CONCOURANTS À DENTURE DROITE

Supposons un engrenage concourant composé seulement de deux roues coniques : un pignon 1 et une roue 2. Lorsque les deux roues coniques à denture droite sont en contact, l'action de la dent de la roue motrice sur celle de la roue entraînée se traduit par une force résultante normale \vec{F}_{bn} somme des actions élémentaires des flancs l'un sur l'autre. Pour simplifier la recherche de l'équilibre, nous admettons cette résultante placée au milieu de la largeur commune b de la denture au diamètres d_m . Les diamètres primitifs moyens se trouvent par :

$$\text{- pignon : } d_{m1} = d_1 R_m/R_e \quad \text{- roue : } d_{m2} = d_2 R_m/R_e,$$

$$\text{avec : } R_e = \frac{1}{2} d_1/\sin\delta_1 = \frac{1}{2} d_2/\sin\delta_2,$$

$$\text{et : } R_m = R_e - b/2.$$

Le couple sur l'arbre du pignon étant M_1 et celui sur la roue M_2 , les forces spatiales $\vec{F}_{bn1} = \vec{F}_{bn2} = \vec{F}_{bn}$ se laissent décomposer en trois composantes situées : la composante tangentielle dans le plan des cônes complémentaires moyens donc dans la section virtuelle, l'autre composante de la force normale totale étant projetée suivant les directions radiale et axiale de la roue. Les symboles utilisés sont :

$$\begin{aligned} \text{- composante tangentielle : } & F_t, \\ \text{- composante radiale : } & F_r, \\ \text{- composante axiale : } & F_x. \end{aligned}$$

La composante tangentielle compense le couple appliqué sur la roue. Cette composante, identique sur les deux roues, se trouve par :

$$F_{t1} = F_{t2} = 2 M_1/d_{m1} = 2 M_2/d_{m2}. \quad (21.4.1)$$

La seconde composante de la force totale se trouve dans le plan défini par \vec{F}_{bn} et \vec{F}_t et sa direction n'est ni radiale, ni axiale par rapport aux axes des roues coniques. Elle est décomposée en une composante radiale et une composante axiale. La figure 21.5 montre cette opération et permet de trouver les relations :

$$1. \text{ Composantes radiales : } \begin{aligned} F_{r1} &= F_{t1} \tan\alpha \cos\delta_1, \\ F_{r2} &= F_{t2} \tan\alpha \cos\delta_2. \end{aligned} \quad (21.4.2)$$

$$2. \text{ Composantes axiales : } \begin{aligned} F_{x1} &= F_{t1} \tan\alpha \sin\delta_1, \\ F_{x2} &= F_{t2} \tan\alpha \sin\delta_2. \end{aligned} \quad (21.4.3)$$

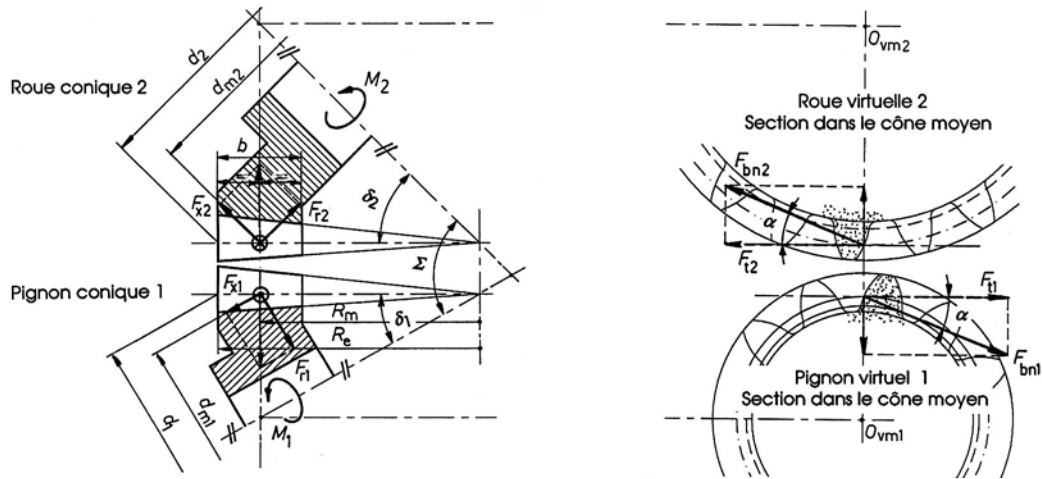


Figure 21.5 Efforts et composantes sur les roues coniques droites d'un engrenage concourant

Dans un engrenage concourant droit avec un angle des axes $\Sigma = 90^\circ$, le module de la composante axiale sur le pignon 1 est égal à celui de la composante radiale sur la roue 2 et le module de la composante radiale sur le pignon 1 est égal à celui de la composante axiale sur la roue 2 :

$$\text{Si } \Sigma = 90^\circ = 1/2 \pi, \text{ alors : } |F_{r1}| = |F_{x2}| \quad \text{et} \quad |F_{x1}| = |F_{r2}| .$$

Par contre, si les axes ne se croisent pas à angle droit, les composantes sont toutes différentes, voir figure 21.5. Les composantes radiales sont toujours dirigées vers l'axe de la roue conique, les composantes axiales vers l'extérieur du cône. Les composantes axiales engendrent un couple de basculement sur les arbres :

$$1. \text{ Moment de basculement sur le pignon 1 : } M_{b1} = 1/2 d_{m1} F_{x1}, \quad (21.4.4)$$

$$2. \text{ Moment de basculement sur la roue 2 : } M_{b2} = 1/2 d_{m2} F_{x2}. \quad (21.4.5)$$

Sur la ligne d'action de la résultante des composantes radiale et tangentielle, soit au sommet de la génératrice du cône complémentaire moyen, le moment fléchissant dans l'arbre est nul dans la vue de face en l'absence d'un appui extérieur.

20.1.5 ENGRENAGES CONOURANTS À DENTURE INCLINÉE OU SPIRO - CONIQUE

Supposons un engrenage concourant composé seulement de deux roues coniques à denture inclinée ou spiro-conique : un pignon 1 et une roue 2. Lorsque les deux roues coniques à denture inclinée sont en contact, l'action de la dent de la roue motrice sur celle de la roue entraînée se traduit par une force normale résultante \vec{F}_{bn} somme des actions élémentaires des flancs l'un sur l'autre. Pour simplifier la recherche de l'équilibre, nous admettons aussi cette résultante placée au milieu de la largeur commune b de la denture. Les diamètres primitifs moyens se trouvent par :

$$\text{- pignon : } d_{m1} = d_1 R_m/R_e \quad \text{- roue : } d_{m2} = d_2 R_m/R_e,$$

$$\text{avec : } Re = 1/2 d_1/\sin\delta_1 = 0,5 d_2/\sin\delta_2, \quad (R_e = R \text{ pour les spiro-coniques})$$

$$\text{et : } R_m = R_e - b/2.$$

21.1.5.1 CONVENTION DE SIGNES POUR LES COMPOSANTES

Rappelons le sens du flanc conique incliné sur les roues en se plaçant devant la pointe du cône de la roue. Le sens est à droite lorsque le flanc tourne dans le sens horaire en se déplaçant vers le plan primitif de la roue; il est à gauche si le flanc tourne dans le sens antihoraire. Par convention, les signes attribués aux composantes sont :

- composante radiale : positif vers l'axe de la roue, négatif dans le sens contraire.
- composante axiale : positif si elle est dirigée vers le plan primitif de la roue, négatif si cette composante est dirigée vers le sommet du cône.

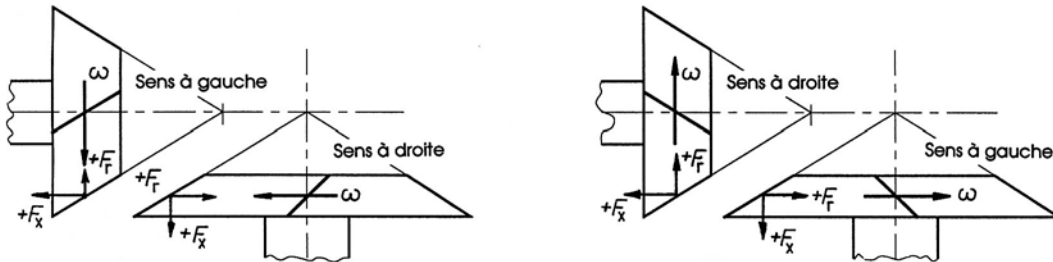


Figure 21.6 Convention pour les signes des composantes radiale et axiale, sens des hélices

Cette convention de signe est aussi appliquée aux composantes radiale et axiale des roues coniques à denture curviligne.

21.1.5.2 COMPOSANTE TANGENTIELLE

Le couple sur l'arbre du pignon 1 étant M_1 et celui sur la roue M_2 , les forces spatiales $\vec{F}_{bn1} = \vec{F}_{bn2} = \vec{F}_{bn}$ se laissent décomposer en trois composantes :

- une composante tangentielle : \vec{F}_t ,
- une composante radiale : \vec{F}_r ,
- une composante axiale : \vec{F}_x .

La composante tangentielle compense le couple appliqué sur la roue. Cette composante, identique sur les deux roues, se trouve par :

$$F_{t1} = F_{t2} = 2 M_1/d_{m1} = 2 M_2/d_{m2}. \tag{21.5.1}$$

Le sens de cette composante est imposé par le couple moteur ou le couple résistant sur l'arbre de la roue.

21.1.5.3 COMPOSANTES RADIALE ET AXIALE

La recherche des composantes radiale et axiale sur les roues admet que les divers angles et diamètres correspondent au développement géométrique donné dans les sous chapitres sur les dentures inclinées et spiro-coniques. La figure 21.7 représente une roue conique à denture inclinée avec sens de l'inclinaison à gauche. La force totale \vec{F}_{bn} est seulement visible dans la section virtuelle inclinée de l'angle β_m effectuée perpendiculairement au flanc de la dent. Cet angle se trouve par :

$$\sin\beta_m = \sin\beta_e / (1 - 1/2 b/R_e). \tag{21.5.2}$$

Dans la vue perpendiculaire à la génératrice primitive, la force tangentielle apparaît en vraie grandeur. Dans la section apparente moyenne, tangente au cône complémentaire moyen, cette composante est perpendiculaire au plan vertical dans la roue. La recherche des deux autres composantes s'effectue à partir de la composante tangentielle. La force normale totale vaut :

$$F_{bn} = F_t / (\cos\beta_m \cos\alpha_{nP}), \quad (21.5.3)$$

l'angle de pression réel α_{nP} étant imposé par l'outil de taillage.

Les composantes "radiales" désignées par \vec{F}_{rv} dans la section virtuelle, par \vec{F}_{rm} dans la section apparente moyenne sont égales et se trouvent par :

$$F_{rv} = F_{rm} = F_{bn} \sin\alpha_{nP} = F_t \tan\alpha_{tm} = F_t \tan\alpha_{nP} / \cos\beta_m. \quad (21.5.4)$$

L'autre composante placée sur la génératrice primitive se calcule par l'expression :

$$F_{xc} = F_t \tan\beta_m. \quad (21.5.5)$$

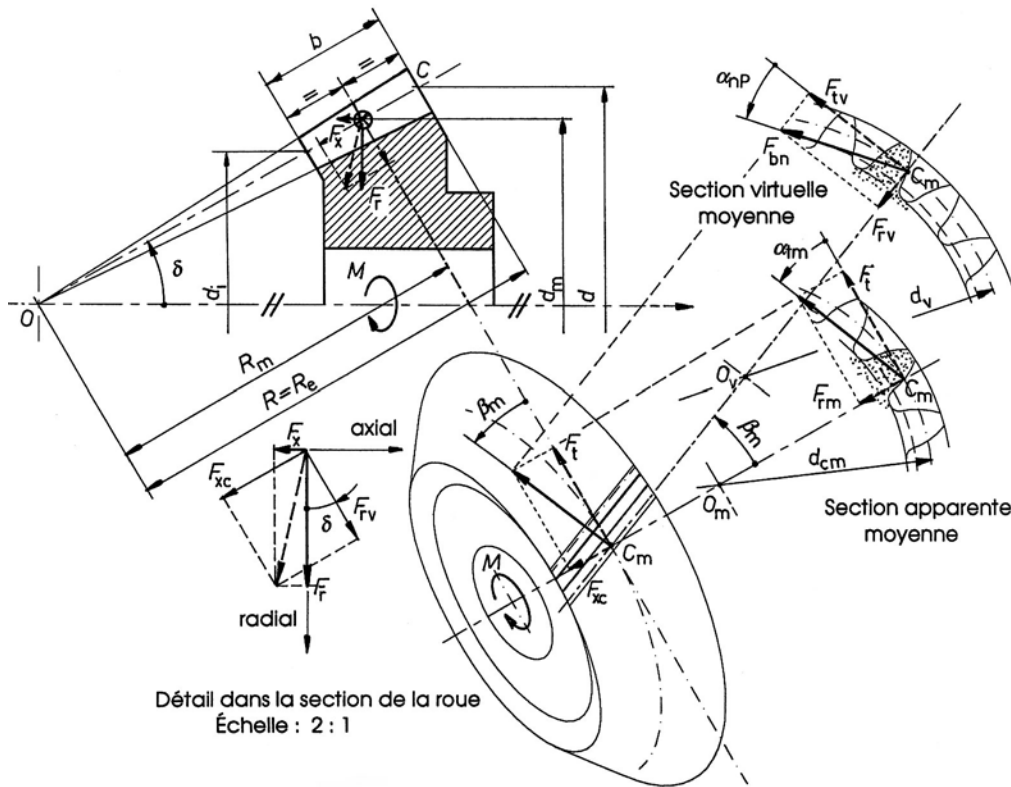


Figure 21.7 Force totale et composantes sur une roue conique à denture inclinée
(Les forces sont analogues sur la denture spiro-conique)

Dans la section verticale de la roue, ces deux composantes sont en vraie grandeur. Un détail des forces agrandies permet de trouver les composantes axiale et radiale cherchées en projetant \vec{F}_{rv} et \vec{F}_{xc} sur la perpendiculaire et sur l'axe de la roue :

$$1. \text{ composante radiale : } F_r = F_t \left[\frac{\tan\alpha_{nP}}{\cos\beta_m} \cos\delta + \tan\beta_m \sin\delta \right], \quad (21.5.6)$$

$$2. \text{ composante axiale : } F_x = F_t \left[\frac{\tan\alpha_{nP}}{\cos\beta_m} \cos\delta + \tan\beta_m \sin\delta \right], \quad (21.5.7)$$

Une inversion du couple sur la même roue engendre une inversion de la composante tangentielle et une modification des autres composantes. Il en est de même si le sens de l'inclinaison est inversé. La projection des deux composantes \vec{F}_{rv} et \vec{F}_{xc} dans les directions axiale et radiale permet de trouver dans ces cas les expressions des composantes \vec{F}_r et \vec{F}_x .

21.1.6 EFFET DES ROUES SUR LES ARBRES

Les diverses composantes des forces et des couples appliquées sur les arbres supportant des roues dentées provoquent des efforts : efforts normaux engendrés par les composantes axiales, efforts tranchants par toutes les composantes perpendiculaires à l'axe, moments fléchissant et de torsion. L'introduction de la méthode générale de résolution décrite dans le sous chapitre sur la dynamique des transmissions permet de trouver :

1. l'équilibre des arbres avec les roues, soit les réactions d'appui.
2. les efforts le long de l'arbre et la construction des diagrammes de tous les efforts:
 F_N , F_T dans deux vues, M_f dans deux vues et M_t .
4. le calcul des contraintes simples et résultantes.
3. les déformations en flexion et en torsion, les déformations normales et tangentielles étant le plus souvent négligeables.

Dans une première approche, les composantes de la force normale totale \vec{F}_{bn} sur la denture peuvent être admises concentrées au milieu de la largeur b , comme représenté sur les figures précédentes. Une solution un peu plus réaliste consiste à admettre une transformation des forces concentrées en forces réparties et une distribution de pression entre les roues et l'arbre en pressions uniformes par palier.

La superposition des pressions uniformes, créées par les composantes tangentielles et radiales, des couples de basculement représentables par deux tronçons de longueur égale à pression inversée, des pressions uniformes dans les paliers servant d'appui, permettent de modifier sensiblement l'allure de la variation des efforts le long de l'axe de l'arbre.

21.2 GLISSEMENT DES FLANCS ET PERTES

Dans la denture cylindrique droite, et par extension dans les autres types de denture traités dans ce chapitre, le glissement des flancs dépend directement des vitesses angulaires et de la position des points sur la ou les lignes de contact par rapport au plan des axes. Le produit de la vitesse de glissement par la force de frottement entre les flancs est égal à la puissance perdue par frottement dans l'engrenage.

21.2.1 PARAMÈTRES DES CONDITIONS D'ENGRÈNEMENT

Il est possible d'améliorer le choix des coefficients de déport afin de minimiser les pertes dans la transmission. Le calcul de la vitesse de glissement des profils et du glissement spécifique a été discuté précédemment. Les paramètres de glissement c_{u1} et c_{u2} , figurant dans les tableaux de dimensions géométriques précédents, permettent d'adapter les deux dentures et de caractériser leur comportement. Cette méthode a été développée par la maison MAAG [3.4], les paramètres étant désignés dans cet ouvrage par k_E et k_A .

21.2.1.1 PARAMÈTRES D'ENGRÈNEMENT POUR ENGRÈNAGE EXTÉRIEUR

Les paramètres d'engrènement caractérisant le glissement des profils sont calculés aux points les plus délicats de l'engrènement, soit aux points extrêmes de la ligne de conduite E_1 et E_2 sur les cercles de tête du pignon et de la roue. Sans justification et démonstration de l'expression générale, ces paramètres se trouvent par :

1. au point E_1 du pignon :
$$c_{u1} = (k_E) = \frac{u+1}{u} \left(1 - \frac{\tan \alpha'_t}{\tan \alpha_{a1}} \right). \quad (21.6.1)$$

2. au point E_2 de la roue :
$$c_{u2} = (k_A) = u + 1 \left(1 - \frac{\tan \alpha'_t}{\tan \alpha_{a2}} \right). \quad (21.6.2)$$

Les angles de pression de tête, dans la section apparente, se définissent par les relations générales usuelles :

- pour le pignon 1 : $\cos \alpha_{a1} = d_{b1}/d_{a1},$

- pour la roue 2 : $\cos \alpha_{a2} = d_{b2}/d_{a2} .$

21.2.1.2 PARAMÈTRES D'ENGRÈNEMENT POUR ENGRENAGE INTÉRIEUR

Les paramètres d'engrènement caractérisant le glissement des profils sont calculés aux points les plus délicats de l'engrènement, soit aux points extrêmes de la ligne de conduite E_1 et E_3 sur les cercles de tête du pignon et de la couronne. Sans justification et démonstration de l'expression générale, ces paramètres se trouvent par :

1. au point E_1 du pignon :
$$c_{u1} = (k_E) = \frac{u+1}{u} \left(1 - \frac{\tan \alpha'_t}{\tan \alpha_{a1}} \right). \quad (21.6.3)$$

2. au point E_3 de la couronne :
$$c_{u3} = c_{u2} = (k_A) = (u-1) \left(\frac{\tan \alpha'_t}{\tan \alpha_{a3}} - 1 \right). \quad (21.6.4)$$

Les angles de pression de tête, dans la section apparente, se définissent par les relations générales usuelles :

- pour le pignon 1 : $\cos \alpha_{a1} = d_{b1}/d_{a1},$

- pour la couronne 3 : $\cos \alpha_{a3} = d_{b3}/d_{a3}.$

Le rapport d'engrènement u est à introduire en valeur positive dans toutes ces relations.

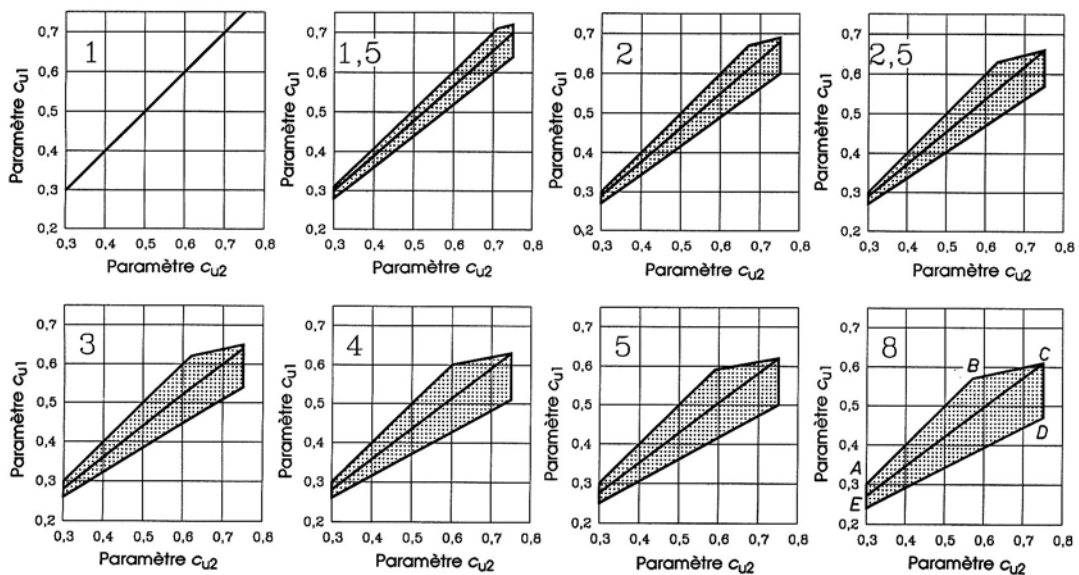


Figure 21.8 Diagrammes d'engrènement pour u compris entre 1 et 8 , (MAAG-Taschenbuch [3.4])

21.2.1.3 DIAGRAMME D'ENGRÈNEMENT

Le contrôle des conditions d'engrènement s'effectue sur le diagramme d'engrènement. La figure 21.8 montre les zones à prendre en considération pour des rapports d'engrenages u compris entre 1 et 8 en fonction des paramètres c_{u2} en abscisses et c_{u1} en ordonnées. Les valeurs intermédiaires de u peuvent s'interpoler entre deux diagrammes ou se lire sur le rapport le plus rapproché. A part le rapport d'engrenage $u = 1$, tous les diagrammes montrent une surface ombrée limitée par une ligne polygonale. Sur le diagramme pour $u = 8$, la ligne polygonale est désignée par les points $A - B - C - D - E$. Ces points et ces côtés sont construits à partir des conditions suivantes et sont valables pour tous les autres diagrammes :

1. *segment A-B* : le glissement spécifique sur les cercles de tête du pignon et de la roue a même valeur : $v_{gl1}/v_{r1} = v_{gl2}/v_{r2}$.
2. *segment B-C* : la longueur utilisée du profil actif de la roue est encore les trois quarts de celle du pignon.
3. *segment C-D* : le glissement spécifique à la tête de la roue est égal à trois : $v_{gl2}/v_{r2} = 3$.
4. *segment D-E* : les vitesses de glissement sont identiques sur les cercles de tête du pignon et de la roue : $v_{gl1} = v_{gl2}$.
5. *segment milieu* : ligne moyenne de choix.

L'utilisateur de ces diagrammes peut choisir n'importe quel point de la surface ombrée en fonction des critères retenus pour l'optimisation, cette caractéristique étant sujette à bien des discussions. Un bon choix consiste à se trouver sur la ligne moyenne.

21.2.2 RENDEMENT DE L'ENGRÈNEMENT

L'exposé du calcul du rendement de la transmission des couples entre les roues dentées introduit un certain nombre d'hypothèses simplificatrices :

1. le coefficient de frottement μ obéit à la loi de Coulomb et il est supposé constant. La force de frottement est proportionnelle à l'effort normal : $F_R = \mu F_n$.
2. la force normale sur la dent est assimilée à la force F_b calculée dans les relations précédentes.
3. les pertes par roulement sont négligées.
4. la transmission de l'effort normal s'effectue par paliers selon la figure 21.3 à gauche.
5. les pertes à l'extérieur de l'engrènement sont négligées.
6. l'étude s'effectue dans un engrenage parallèle à denture droite.

Le rendement mécanique s'exprime par :

$$\eta_{\text{méc}} = \frac{\text{Energie utile}}{\text{Energie absorbée}} = 1 - \frac{\text{Energie perdue}}{\text{Energie absorbée}}. \quad (21.7.1)$$

Nous voulons déterminer l'énergie perdue sur les flancs à partir de la puissance produite par la force de frottement. La puissance d'une force est égale au produit scalaire de cette force par la vitesse de son point d'application :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}.$$

Appliquons cette définition aux conditions de frottement entre les flancs de la denture. La force de frottement et la vitesse de glissement sont toujours tangentes aux flancs des dents; le produit scalaire de ces deux grandeurs se transforme en produit algébrique positif :

$$P_{\text{fr}} = F_R \cdot v_{gl},$$

avec : $F_R = \mu F_b$ dans la zone de contact simple,

$F_R = 0,5 \mu F_b$ dans les zones de contact double,
 $\mu = 0,04$ à $0,08$ selon les conditions de lubrification des dentures,
 $v_{gl} = (\omega_1 \pm \omega_2) g_P$ avec g_P distance entre le point C et le point de contact P .

La puissance perdue devient :

$$P_{fr} = F_R (\omega_1 \pm \omega_2) g_P. \quad (21.7.2)$$

Le travail produit par tour du pignon est représenté par le produit de la force tangentielle \vec{F}_t par la longueur de la circonférence primitive en négligeant l'effet du déport. Par paire de dents en contact, ce travail se trouve simplement sur un pas primitif p par :

$$W_{Ft1} = p Ft = \pi m F_b \cos\alpha. \quad (21.7.3)$$

Pour trouver le travail produit par la force de frottement lors du déplacement du point de contact entre E_2 et E_1 sur les cercles de tête, exprimons le travail élémentaire par :

$$dW_{fr} = P_{fr} dt = P_{fr} \cdot 2 / (d_1 \omega_1 \cos\alpha) \cdot dg,$$

car sur la ligne de conduite, la vitesse du point de contact P est :

$$v_P = dg/dt = 1/2 d_1 \omega_1 \cos\alpha .$$

En remplaçant la puissance par son expression et en simplifiant, le travail élémentaire est :

$$dW_{fr} = F_R \cdot (\omega_1 \pm \omega_2) / \omega_1 \cdot 2 / (d_1 \cos\alpha) \cdot g_P dg. \quad (21.7.4)$$

En observant la variation de la puissance instantanée sur la longueur de conduite, cette puissance peut être considérée comme variant linéairement depuis le point C jusqu'aux point E_1 et E_2 avec $F_n = 1/2 F_b$ à quoi s'ajoute une variation linéaire dans la zone de simple contact avec la même force normale, d'où : $F_R = 0,5 \mu F_b$. La somme des travaux élémentaires produits par la force de frottement est égale à l'énergie perdue pour une paire de dents. La sommation doit s'effectuer sur les tronçons : $g_1, g_2, p_b - g_1, p_b - g_2$ à partir du point C . Remplaçons ces longueurs par leurs expressions en fonction des rapports de conduite et du pas de base p_b , la partie constante de l'expression par C_1 et intégrons :

$$W_{fr} = C_1 \left(\int_0^{\varepsilon_1 p_b} g_P dg + \int_0^{\varepsilon_2 p_b} g_P dg + \int_0^{(1-\varepsilon_1)p_b} g_P dg + \int_0^{(1-\varepsilon_2)p_b} g_P dg \right),$$

avec :

$$C_1 = \mu F_b \frac{u \pm 1}{u} \frac{1}{m z_1 \cos\alpha}.$$

Enfin :

$$W_{fr} = C_1 \cdot 0,5 p_b^2 [\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + (1 - \varepsilon_1)^2 + (1 - \varepsilon_2)^2] = C_1 p_b^2 (1 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 - \varepsilon). \quad (21.7.5)$$

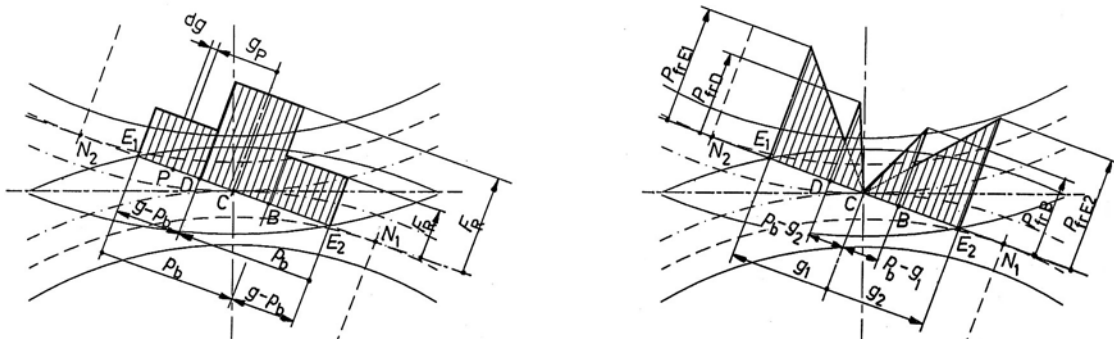


Figure 21.9 Répartition des forces et des puissances de frottement sur la longueur de conduite

Finalement, le rendement mécanique de l'engrènement se trouve par :

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

$$\eta_{\text{méc flancs}} = 1 - \frac{W_{\text{fr}}}{W_{\text{Ft1}}} = 1 - \mu \frac{u \pm 1}{u} \frac{\pi}{z_1} (1 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 - \varepsilon). \quad (21.7.6)$$

Dans cette expression, les pertes dépendent directement du coefficient de frottement et sont inversement proportionnelles au nombre de dents du pignon. Si l'on désire un bon rendement de l'engrenage, il faut augmenter le nombre de dents de la plus petite des roues car la longueur de conduite diminue à même rapport u . Le frottement entre les flancs de la denture ne suit pas exactement la loi de Coulomb car la lubrification modifie les conditions de fonctionnement.

Exemple :

Soit à trouver le rendement de l'engrenage parallèle droit selon exemple numérique 19.2.9 en prenant comme coefficient de frottement moyen $\mu = 0,06$.

$$\eta_{\text{méc flancs}} = 1 - 0,06 [(1,5385+1)/1,5385] \cdot \pi / 13 \cdot (1 + 0,7172 + 0,5962 - 1,313) = 98,67 \%$$

Les pertes par frottement représentent donc seulement 1,33 % de la puissance introduite.

21.2.3 RECHERCHE DU RENDEMENT PAR VOIE GRAPHIQUE

La méthode de recherche approximative du rendement mécanique est exposée sous [3.4] et s'applique à la répartition trapézoïdale de l'effort normal selon figure 21.3 à droite. Elle consiste en trois opérations : construction de la représentation du roulement et du glissement, détermination d'aires et de leur rapport, calcul du rendement.

21.2.3.1 REPRÉSENTATION DU ROULEMENT ET DU GLISSEMENT

La représentation du roulement et du glissement se fait sur la ligne d'action de l'engrenage, la ligne d'action pouvant se dessiner horizontalement afin de faciliter la discussion. La figure 21.10 montre cette répartition entre les points E_1 et E_2 de la ligne de conduite. Cette représentation se construit en portant la distance N_2N_1 à une échelle convenable et le segment perpendiculaire CW représentant la vitesse de roulement sur les primitifs de fonctionnement à une autre échelle. La vitesse de roulement est égale à la vitesse angulaire multipliée par la distance du point de tangence au point de contact. Les glissements spécifiques sur les cercles de tête se calculent par les rapports : en $E_1 \Rightarrow v_{gl1}/v_{r1}$, en $E_2 \Rightarrow v_{gl2}/v_{r2}$.

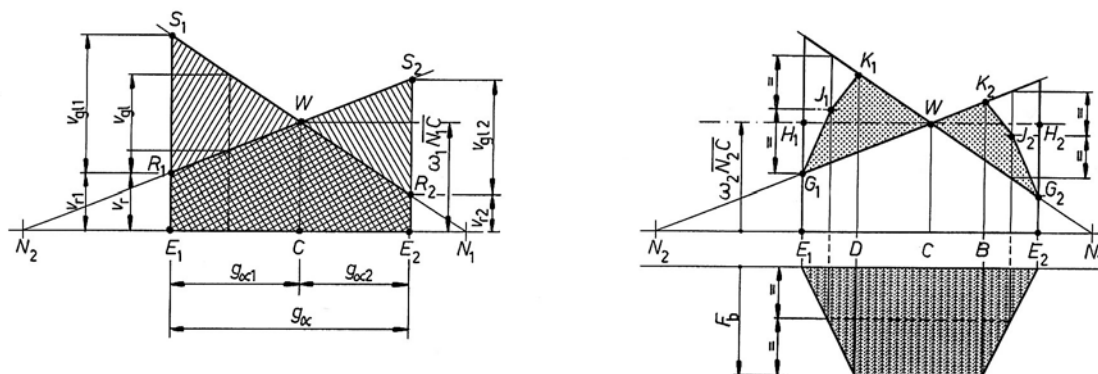


Figure 21.10 Roulement et glissement des flancs. Recherche graphique du rendement

Il est également possible de trouver le glissement spécifique moyen sur toute la conduite par un rapport d'aires de triangles et quadrilatères :

$$\gamma_{\text{moyen}} = \frac{\text{aire } W S_1 R_1 W + \text{aire } W S_2 R_2 W}{\text{aire } W R_1 E_1 C W + \text{aire } W R_2 E_2 C W}$$

21.2.3.2 RECHERCHE GRAPHIQUE DU RENDEMENT DE LA DENTURE

Pour une répartition trapézoïdale de la force normale sur la denture et en introduisant les mêmes hypothèses simplificatrices que précédemment, le rendement mécanique de l'engrènement peut se trouver à partir de la construction de la figure 21.10 à droite. La variation linéaire de la charge est simulée par la position des points J_1 et J_2 à mi distances. Si le coefficient de frottement vaut μ , le rendement de l'engrènement peut se trouver approximativement par la formule :

$$\eta_{\text{méc flancs}} = 1 - \mu \varepsilon_{\alpha} \tan \alpha'_t \frac{\text{aire } W K_1 J_1 G_1 W + \text{aire } W K_2 J_2 G_2 W}{\text{aire } E_2 H_2 W H_1 E_1 C E_2} \quad (21.7.7)$$

21.3 COMPORTEMENT DE L'ENGRENAGE

Les divers contrôles de la transmission par roues dentées font intervenir un certain nombre d'hypothèses simplificatrices car la quantité de paramètres intervenant dans l'estimation du comportement des dentures dépasse la vingtaine. L'ensemble de la transmission, soit les roues dentées, les arbres, les paliers, les accouplements et les éléments de liaison, ainsi que les carters influencent directement la durée de vie et finalement la capacité portante de ces mécanismes. Les critères de contrôle retenus sont :

1. la contrainte de flexion dans le pied de dent.
2. la pression superficielle sur les flancs porteurs.
3. l'usure des flancs, surtout à faible vitesse circonférentielle des roues.
4. l'échauffement, donc la température et les pertes.

Pour les dentures métalliques non durcies superficiellement et dans le domaine des vitesses circonférentielles faibles à moyennes, la capacité portante de l'engrenage est limitée par la pression superficielle. Par contre pour les dentures ayant subies un durcissement superficiel, c'est la contrainte maximale de flexion dans le pied de la dent qui limite la capacité portante.

L'exposé des méthodes de contrôle mécanique s'effectue de la manière suivante : dans une première approche, la présentation de chacun des points se fait sans tenir compte des facteurs de correction, puis les divers facteurs seront discutés en détail et introduit définitivement. Il existe plusieurs méthodes normées de contrôle, chaque méthode donnant des résultats différents. La définition des coefficients de sécurité doit tenir compte de la méthode employée et des valeurs limites du comportement de la denture. Dans la mesure du possible, toutes les relations seront développées afin de faciliter le calcul systématique, certains résultats pratiques étant donnés sous forme de tables ou de graphiques. Les symboles utilisés dans ce cours sont pour la plupart conforme à la norme ISO. Nous avons modifié quelques symboles afin de conserver une certaine homogénéité avec les autres chapitres de ce cours. Les bases du contrôle sont tirées de la méthode ISO-MAAG selon [3.4].

Tous les contrôles sont basés sur une largeur unitaire des roues, donc sur une charge linéique définie sur une largeur de 1 mm. La charge linéique w' sur le denture de largeur b , sollicitée par un effort tangentiel F'_t , se trouve par l'expression :

$$w' = \frac{F'_t}{b} = \frac{P}{v_u' \cdot b} = \frac{2 P}{\omega_1 d_1' b} \quad (21.8.1)$$

La charge linéique w' est donc définie sur le diamètre primitif de fonctionnement.

21.3.1 FACTEUR D'APPLICATION DE LA CHARGE K_A

Comme le démontre l'expérience et les mesures effectuées sur des transmissions à roues dentées, le comportement de l'engrenage dépend non seulement des caractéristiques géométriques mais aussi de facteurs extérieurs et intérieurs. Le facteur d'application de la charge, symbole K_A , tient compte de la variation du couple de torsion entre l'arbre moteur et l'arbre entraîné. Ces irrégularités, toujours présentes, se transmettent intégralement à travers le contact des flancs. Les connaissances sur le comportement des éléments de machines sous charges élevées sont encore très fragmentaires. Les essais pratiques sur les dentures ont montré qu'il pouvait se produire un durcissement des flancs au début de l'utilisation de l'engrenage et que les débuts d'avaries intervenaient seulement plus tard. Pour un couple variable M_i pendant des angles $\Delta\varphi_i$, il est possible d'exprimer le couple équivalent $M_{\text{éq}}$ par :

$$M_{\text{éq}} = (\sum \Delta\varphi_i M_i^p / \varphi_{\text{éq}})^{1/p},$$

avec :

- p un exposant dépendant du genre de sollicitation et du traitement de la denture.
- $p = 6,2$ pour l'acier amélioré et la contrainte de flexion,
- $p = 8,7$ pour l'acier cémenté trempé et la contrainte de flexion, etc.

Le facteur d'application de la charge se définit alors par :

$$K_A = M_{\text{éq}}/M_{\text{nominal}}.$$

Le facteur K_A ne tient pas compte des effets dynamiques engendrés par l'inertie des masses en rotation ou en translation.

Tableau 21.1
Facteur d'application de la charge K_A
 pour réducteurs et multiplicateurs de vitesse

Réducteurs de grandes dimensions (selon MAAG-Taschenbuch) Machine réceptrice						
Type de machine Motrice	Turbo Compress	Compr. à Pistons	Générateur	Pompe centrif.	Pompe aliment.	Soufflante
Moteur asynchrone	1,25	1,35	-	1,25	1,30	1,25
Moteur synchrone	1,35	1,60	-	1,35	1,40	1,35
Moteur à pistons	1,50	1,75	1,35	1,50	1,60	1,50
Turbine à gaz	1,25	1,50	1,10	1,25	1,30	1,25
Turbine à vapeur	1,25	1,50	1,10	1,25	1,30	1,25
Réducteurs et multiplicateurs usuels (selon Niemann-Winter) Comportement de la machine réceptrice						
Comportement de la Machine motrice	Couple uniforme	À-coups légers	À-coups moyens	À-coups forts		
Couple uniforme	1.00	1,25	1,50	1,75		
Légers à-coups	1.10	1,35	1,60	1,85		
À-coups moyens	1.25	1,50	1,75	2,00	2,0 et +	
Forts à-coups	1.50	1,75	2,00		2,25 et +	

Les facteurs d'application de la charge diffèrent suivant les sources et les expériences des fabricants. Tous les facteurs d'application de la charge sont rapportés au couple nominal de la machine motrice. Les réducteurs de catalogue sont conçus généralement pour le couple nominal, le facteur d'application de la charge étant dans ce cas $K_A = 1,0$.

21.3.2 RIGIDITÉ DES DENTURES

La rigidité des deux dentures formant l'engrenage cylindrique s'exprime par la raideur de la denture de chacune des roues et par la raideur résultante de l'engrenage. La raideur totale c_γ est égale au rapport de la charge linéique à la déformation totale des deux dentures sous charge. Cette déformation introduit la notion d'arc de déformation défini sur le cercle de base en supposant l'une des dentures fixe, l'autre chargée par les efforts à transmettre. La raideur d'une denture c' est définie par rapport à une seule roue. Les relations proposées supposent que les roues sont assimilables à des cylindres pleins. Il faut distinguer deux cas de calcul suivant la valeur de la charge linéique :

1. charge linéique : $K_A w' \geq 100 \text{ N/mm}$ \Rightarrow domaine élastique,
2. charge linéique : $K_A w' < 100 \text{ N/mm}$ \Rightarrow domaine demi élastique.

Dans ce dernier cas, l'influence de l'état de surface est prise en charge dans la rigidité.

21.3.2.1 RAIDEUR DE LA DENTURE c_e' POUR $K_A w' \geq 100 \text{ N/mm}$

La raideur de la denture d'une roue, exprimée en N/mm par μm , se trouve par l'expression générale :

$$c_e' = 0,8 \cos \beta \frac{c_B}{q} \frac{1}{E_{ac}} \frac{2 E_1 E_2}{E_1 + E_2} \quad (21.9.1)$$

avec :

E_{ac} module d'élasticité de l'acier test : $E_{ac \text{ test}} = 206\,000 \text{ N/mm}^2$,
 E_1, E_2 module d'élasticité des matériaux du pignon 1 et de la roue 2.

La grandeur complémentaire q se détermine à partir du nombre de dents virtuel des deux roues, des coefficients de déport et d'un ensemble de coefficients expérimentaux :

$$q = c_1 + c_2/z_{v1} + c_3/z_{v2} + c_4 x_1 + c_5 x_1/z_{v1} + c_6 x_2 + c_7 x_2/z_{v2} + c_8 x_1^2 + c_9 x_2^2. \quad (21.9.2)$$

avec :

$$\begin{aligned} z_{v1} &= z_1/\cos^2\beta_b \cos\beta & z_{v2} &= z_2/\cos^2\beta_b \cos\beta, \\ c_1 &= 0,04723 & c_2 &= 0,15551 & c_3 &= 0,25791 & c_4 &= -0,00635 \\ c_5 &= -0,11654 & c_6 &= -0,00193 & c_7 &= -0,24188 & c_8 &= 0,00529 \\ c_9 &= 0,00182. \end{aligned}$$

$$c_B = [1 + 0,5 (1,20 - h_{fP}^*)] \cdot [1 - 0,02 (20^\circ - \alpha^\circ)],$$

où : h_{fP}^* = creux relatif du profil de référence de la roue pour le module 1 mm,

α = angle de pression de génération dans la section réelle exprimé en degrés.

21.3.2.2 RAIDEUR DE LA DENTURE c_{se}' POUR $K_A w' < 100 \text{ N/mm}$

En écrivant c_e' la raideur de la denture pour une charge linéique supérieure à 100 N/mm et par c_{se}' la raideur pour une charge linéique inférieure à cette limite, la raideur dans ce domaine se trouve par :

$$c_{se}' = c_e' \cdot K_A w'/100. \quad (21.9.3)$$

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

21.3.2.3 RAIDEUR TOTALE DE L'ENGRENAGE c_γ

À partir de la raideur pour une roue seule c_{se}' ou c_e' , la raideur totale de la denture de l'engrenage se trouve par l'expression :

$$c_\gamma = c'(0,75 e_a + 0,25) \text{ [N/mm } \mu\text{m]} \quad (21.9.4)$$

avec : c' l'une des valeurs c_e' ou c_{se}' selon la grandeur de la charge linéique.

D'après [3.7], il est possible d'admettre dans une première approche : $c_e' = 14 \text{ N/mm } \mu\text{m}$ et $c_g = 20 \text{ N/mm } \mu\text{m}$, valeurs assez proches dans les cas courants.

21.3.3 FACTEUR DE CHARGE DYNAMIQUE K_v

Le facteur de charge dynamique, symbole K_v , tient compte des efforts supplémentaires, s'ajoutant aux forces nominales sur la denture, engendrés par les effets de la masse du pignon et de la roue, des déformations élastiques des dentures, des erreurs sur la géométrie des profils et du pas de base. Les vibrations de torsion pouvant intervenir dans la transmission ne sont pas comprises dans le facteur de charge dynamique.

21.3.3.1 RÉDUCTION DES MASSES

Le système mécanique à deux masses, celle du pignon et celle de la roue, se laisse transformer en un système à une masse en translation par :

$$m_{\text{réd}} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2),$$

avec :

$$m_1 = J_{a1}/(b r_{b1}^2) \quad \text{masse réduite du pignon cylindrique 1,}$$

$$m_2 = J_{a2}/(b r_{b2}^2) \quad \text{masse réduite de la roue cylindrique 2.}$$

Dans ces deux définitions, la masse est exprimée par mm de largeur de roue et J_{a1} , J_{a2} sont les moments d'inertie de masse des deux roues, sans arbre, r_{b1} et r_{b2} sont les rayons de base des deux dentures. La fréquence propre du système est donnée par la relation fondamentale des systèmes mécaniques :

$$n_{\text{pr}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_\gamma}{m_{\text{réd}}}} \quad [\text{s}^{-1}]. \quad (21.10.1)$$

c_γ étant la raideur totale de l'engrenage calculée par la relation (21.9.4). *Attention aux unités utilisées dans la relation générale* : elles doivent être homogènes pour toutes les grandeurs ! La fréquence d'excitation du système mécanique est imposée par la fréquence de rotation des roues et les nombres de dents, soit :

$$n_g = z_1 n_1 = z_2 n_2 \quad [\text{s}^{-1}] \quad (21.10.2)$$

21.3.3.2 CHIFFRE DE RÉSONANCE N

Le chiffre de résonance N est le rapport entre la fréquence d'excitation et la fréquence propre du système à deux masses réduites :

$$N = n_g/n_{\text{pr}}. \quad (21.10.3)$$

La méthode de contrôle distingue quatre domaines de comportement :

1. domaine hypocritique avec : $N \leq 0,85$,
2. domaine de résonance avec : $0,85 < N \leq 1,15$,
3. domaine intermédiaire avec : $1,15 < N \leq 1,5$,
4. domaine hypercritique avec : $N > 1,5$,

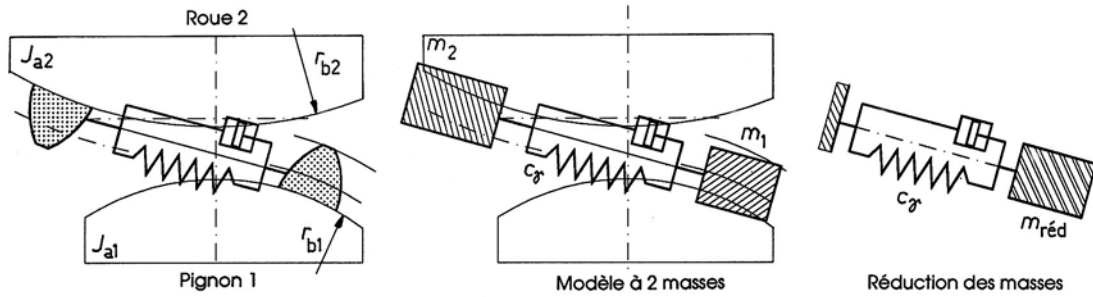


Figure 21.11 Simulation et modèle de calcul de la fréquence propre de l'engrenage

21.3.3.3 CALCUL DANS LE DOMAINE HYPOCRITIQUE $N \leq 0,85$

Le facteur de charge dynamique se trouve par la relation :

$$K_v = 1 + N K, \quad (21.11.1)$$

K étant le facteur de choc élastique à l'engrènement de dent à dent, de l'erreur de pas de base et d'erreur de la géométrie du profil.

Pour les dentures à profils corrigés de telle manière que la charge théorique soit à allure trapézoïdale, de telle manière que l'effet de la déformation élastique des dents soit négligeable vis à vis de l'excitation en vibration, le facteur de charge dynamique peut se calculer par l'expression suivante :

$$K_v = 1 + N \frac{c'}{K_A w'} \left(0,32 + \frac{0,57}{\varepsilon_\gamma - 0,30} \right) f_{pb}. \quad (21.11.2)$$

avec l'introduction de $\varepsilon_\gamma = 2$ si $\varepsilon_\gamma < 2$.

L'erreur sur le pas de base f_{pb} peut se calculer à partir de la formule du système de tolérance selon ISO. Elle dépend de la qualité Q . Dans la relation, c'est la valeur de la roue à plus grand nombre de dents qui intervient, donc z_2 et Q_2 :

1. pour les qualités ISO comprises entre 1 et 6, l'erreur sur le pas de base, exprimée en mm, se trouve par :

$$f_{pb} = \left[0,40 \left(m + 0,25 \sqrt{\frac{z m}{\cos \beta}} \right) + 5 \right] \cdot 1,6^{Q-5}. \quad (21.11.3)$$

2. pour les qualités ISO plus grande que 6, soit $Q \geq 7$, l'erreur sur le pas de base, exprimée en mm, se trouve par :

$$f_{pb} = \left[0,90 \left(m + 0,25 \sqrt{\frac{z m}{\cos \beta}} \right) + 11,2 \right] \cdot 1,41^{Q-7}. \quad (21.11.4)$$

21.3.3.4 CALCUL DANS LE DOMAINE DE RÉSONANCE $0,85 < N \leq 1,15$

Le facteur de charge dynamique K_v se trouve par l'expression :

$$K_v = 1 + \frac{c'}{K_A w'} \left(0,32 + \frac{0,57}{\varepsilon_\gamma - 0,30} \right) f_{pb}. \quad (21.11.5)$$

avec l'introduction de $\varepsilon_\gamma = 2$ si $\varepsilon_\gamma < 2$.

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

21.3.3.5 CALCUL DANS LE DOMAINE HYPERCRITIQUE $N > 1,5$

Le facteur de charge dynamique K_v se trouve par l'expression :

$$K_v = 1 + \frac{c'}{K_A w'} \left(0,47 + \frac{0,12}{\varepsilon_\gamma - 1,74} \right) f_{pb}. \quad (21.11.6)$$

avec l'introduction de $\varepsilon_\gamma = 2$ si $\varepsilon_\gamma < 2$.

21.3.3.6 CALCUL DANS LE DOMAINE INTERMÉDIAIRE $1,15 < N \leq 1,5$

Le facteur de charge dynamique est obtenu par interpolation linéaire pour les facteurs de charge trouvés aux limites de ce domaine, soit à $N = 1,15$ (21.11.5) et à $N > 1,5$ (21.11.6) :

$$K_v = K_{v(N>1,5)} + \frac{K_{v(N=1,15)} - K_{v(N>1,5)}}{0,35} (1,5 - N). \quad (21.11.7)$$

21.3.3.7 REMARQUES COMPLÉMENTAIRES

Toutes les expressions proposées sont valables pour les dentures à profils corrigés de telle manière que la charge théorique sur la dent augmente ou diminue proportionnellement à la conduite dans les zones de double contact. Si cette condition n'est pas satisfaite par la denture réelle, il faut augmenter la valeur du facteur de charge dynamique K_v en estimant l'effet des conditions d'engrènement.

21.4 CONTRAINTE DE FLEXION DANS LE PIED DE DENT

Le contrôle de l'état de contrainte dans le pied de dent est important surtout pour toutes les dentures durcies superficiellement ou pour toutes les dentures fabriquées en un matériau résistant mal aux contraintes de flexion. Ce contrôle doit toujours figurer dans la collection usuelle des calculs mécaniques d'un engrenage.

21.4.1 CONTRAINTE DE FLEXION AVEC FORCE NORMALE PLACÉE À L'EXTRÉMITÉ DE LA DENT

Proposons-nous de déterminer les contraintes simples dans la zone de raccordement de la denture avec le cercle de pied. Afin de discuter un cas très défavorable, supposons que la force normale totale soit appliquée à l'extrémité de la dent, son point d'application étant placé exactement sur le cercle de tête. Les hypothèses simplificatrices introduites dans cette recherche sont :

1. l'engrenage est un engrenage parallèle à denture droite, la largeur des roues étant identique sur les deux roues.
2. la force normale sur la dent est la force \vec{F}_b . Cette force est répartie uniformément sur toute la largeur b des deux flancs en contact.
3. le raccordement entre le flanc de la dent et le cylindre de pied s'effectue par un arrondi suffisamment grand.
4. la section critique de contrôle de la dent est obtenue par deux tangentes aux profils symétriques dessinées sous un angle de 30° par rapport à l'axe de symétrie de la dent. Les points de tangence définissent la position de la section à contrôler.
5. la contrainte de flexion est prédominante dans l'estimation des risques d'avaries ou même de rupture dans le pied de dent.

La direction de la force totale, normale au flanc de la dent, est tangente au cercle de base de la développante. L'angle de pression (ou d'incidence) de tête, angle compris entre le rayon passant par le point E et la tangente au profil, peut se trouver par : $\cos\alpha_a = d_b/d_a$.

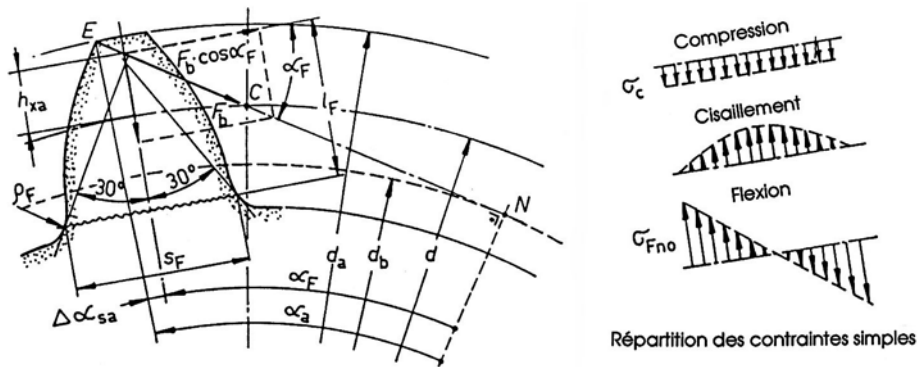


Figure 21.12 Position de la force normale, section de contrôle dans le pied et dimensions de calcul
Contraintes simples dans cette section : compression, cisaillement et flexion

21.4.1.1 CONTRAINTES SIMPLES

La force totale est glissée sur sa ligne d'action jusqu'à l'axe de symétrie de la dent afin de faciliter la recherche de la réduction de cette force au centre de gravité de la section de contrôle de dimensions $s_F \cdot b$. Cette section se trouve à la distance l_F du nouveau point d'application de la force. Dans la section de contrôle, définie par les deux tangentes à 30° avec la courbe de raccordement au cylindre de pied, la réduction de la force normale totale au centre de gravité de la section rectangulaire fait apparaître, figure 21.12 :

- un effort normal de compression : $F_N = -F_b \sin\alpha_F$,
- un effort tranchant : $F_T = F_b \cos\alpha_F$,
- un moment fléchissant : $M_f = l_F F_b \cos\alpha_F$.

L'angle de la force α_F par rapport à la perpendiculaire à l'axe de symétrie de la dent peut se trouver à partir de l'angle de pression de tête et du demi angle de la longueur curviligne de tête de la dent par :

$$\alpha_F = \alpha_a - \Delta\alpha_{sa}.$$

La position de la section rectangulaire de contrôle, les deux dimensions intervenant dans le calcul et l'angle de la force totale peuvent se trouver par le dessin à grande échelle du profil de la denture. Comme la sollicitation la plus élevée dans la section est engendrée par le moment fléchissant, il faudrait construire une parabole d'égale contrainte à l'intérieur du profil avec le sommet tangent à la composante perpendiculaire à l'axe de la dent. Cette méthode a été proposée par Willis et n'est pas retenue dans la méthode ISO-MAAG. La construction des deux tangentes à 30° est beaucoup plus simple et elle suffit à l'estimation des valeurs recherchées.

Les contraintes simples se trouvent par les relations fondamentales de la résistance des matériaux selon chapitre 3 :

1. *Contrainte normale :*

Aire de calcul : $A = b s_F$,
 Contrainte de compression : $\sigma_n = - F_b \sin\alpha_F / (b s_F)$.

2. *Contrainte maximale de cisaillement :*

Aire de calcul : $A = b s_F$,
 Contrainte de cisaillement : $\tau_{c \max} = 3 F_b \cos\alpha_F / (2 b s_F)$.

3. *Contrainte de flexion* :

Module de résistance à la flexion : $W_z = b s_F^2 / 6,$

Contrainte de flexion : $\sigma_f = \pm 6 l_F F_b \cos\alpha_F / (b s_F^2).$

La poursuite du contrôle consisterait à déterminer le point de la section le plus sollicité et de trouver la contrainte idéale en ce point.

21.4.1.2 VALEUR DE LA CONTRAINTE DE FLEXION

Les résultats expérimentaux et pratiques ont montré que la denture commençait à se fissurer dans le pied de dent du côté de la flexion à contrainte normale positive, et non du côté où s'additionnent les contraintes de compression et de flexion. Les contraintes de compression et de cisaillement sont finalement négligées. La force normale sur la dent peut s'exprimer en fonction de la composante tangentielle \vec{F}'_t sur la ligne des centres par :

$$F_b = F'_t / \cos\alpha'.$$

La contrainte de flexion se trouve alors par :

$$\sigma_f = \frac{6 l_F F'_t}{b s_F^2} \cdot \frac{\cos\alpha_F}{\cos\alpha'} \quad (21.12.1)$$

Introduisons le facteur de forme de dent Y_{Fa} défini par l'expression :

$$Y_{Fa} = \frac{6 l_F m}{s_F^2} \cdot \frac{\cos\alpha_F}{\cos\alpha'} \quad (21.12.2)$$

La contrainte de flexion se donne finalement par :

$$\sigma_{Fa} = \frac{F'_t}{b m} \cdot Y_{Fa} = \frac{w'}{m} \cdot Y_{Fa} \quad (21.12.3)$$

L'indice F_a indique d'une part un contrôle en flexion et d'autre part le contrôle de la contrainte lorsque la force normale totale est appliquée à l'extrémité de la dent sur le diamètre de tête d_a .

21.4.1.3 CALCUL SIMPLE DU FACTEUR DE FORME DE DENT Y_{Fa}

Pour la denture taillée au moyen de la crémaillère à flancs droits et arrondi de tête à courbure constante, il est possible de donner un algorithme permettant le calcul approximatif du facteur de forme de dent Y_{Fa} . Cet algorithme est basé sur le développement publié par I. Maier [3.55] dans la revue VDI-Z. 104. La procédure *dentyF* est écrite en langage Pascal et peut facilement s'adapter à tout autre langage de programmation. Les paramètres à passer à cette procédure sont :

- z le nombre de dents de la roue,
- x le coefficient de déport,
- Y_{fa} est le facteur de forme Y_{Fa} .

La crémaillère possède un angle de pression $\alpha_p = 20^\circ$, une saillie $h_{ap} = 1,25 m$ et un arrondi de tête $R_{ap} = 0,30 m$.

Le facteur de forme de dent Y_{Fa} ne dépend pas du module, mais seulement du profil de l'outil de taillage, du nombre de dents et du coefficient de déport de la roue. C'est une caractéristique indépendante de la roue conjuguée.

```

A L G O R I T H M E pour  $Y_{Fa}$ 
procEDURE dentyF (var z,x,YFa : real);
Var
    ala,alf,als,ds,eo,fo,gao,
    hf,ph1,ph2,ph3,sao,sf,so : real;
BEGIN
    gao:=2.90085/z;
    eo:=0.95-x;
    so:=0.5*pi+0.7279405*x;
    ala:=cos(pi/9)*z/(2+2*x+z);
    ala:=arctan(sqrt(1-ala*ala)/ala);
    als:=so/z+0.01490438-sin(ala)/cos(ala)+ala;
    alf:=ala-als;
    sao:=(z+2+2*x)*als;
    ph3:=pi/6+gao;
    ph3:=(0.5+eo/z)*sin(ph3)/cos(ph3);
    ph3:=-ph3+sqrt(sqr(ph3)+2*eo/z);
    ph2:=sin(gao+ph3);
    ph1:=cos(gao+ph3);
    sf:=(z-2*eo)*ph2-ph3*z*ph1-0.519615;
    ds:=(z-2*eo)*ph1+ph3*z*ph2-0.3;
    hf:=0.5*(z+2+2*x-ds);
    fo:=hf-0.5*sao*sin(alf)/cos(alf);
    YFa:=6.38507*fo*cos(alf)/sqr(sf);
END;

```

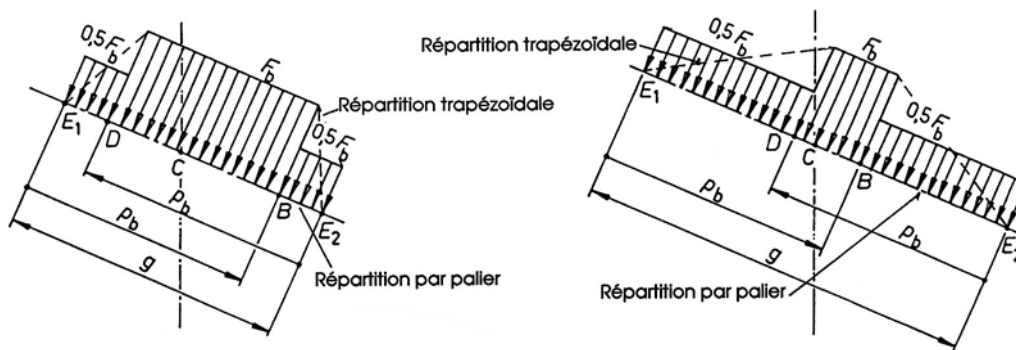


Figure 20.13 Points B et D de contact simple extérieur en fonction de deux rapports de conduite

21.4.1.4 CORRECTION DU POINT D'APPLICATION DE LA FORCE

La force normale totale \vec{F}_b n'est pas appliquée au point E situé dans la zone de double contact. Pour chaque paire de roues dentées, il faudrait déterminer le point de contact le plus dangereux pour le pied de dent. Ce point se trouve au point de contact simple extérieur à la distance p_b du point E_2 pour le pignon 1, soit le point B , du point E_1 pour la roue 2, soit le point D . G. Niemann avait proposé d'apporter un facteur de correction au facteur de forme de dent afin de conserver à Y_{Fa} une valeur dépendante seulement du nombre de dents z et du coefficient de déport x . Ce facteur vaut :

$$Y_{ea} = \frac{1,4}{\varepsilon + 0,4} \quad (21.12.4)$$

Finalement, pour la denture droite, la contrainte de flexion dans le pied de dent se trouve par la relation modifiée :

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

$$\sigma_f = \frac{w'}{m} Y_{Fa} Y_{\varepsilon\alpha} \quad (21.12.5)$$

La contrainte de flexion pour la denture hélicoïdale nécessite un troisième facteur tenant compte de l'angle d'hélice β .

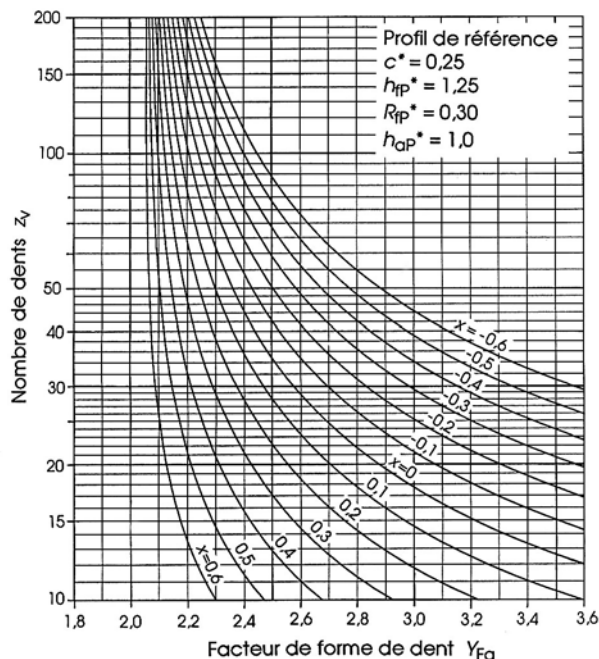


Figure 21.14 Facteur de forme de dent pour une force normale appliquée sur le cercle de tête
Calcul selon l'algorithme ISO-MAAG, denture du type B

21.4.2 CONTRAINTE NOMINALE DE FLEXION SELON ISO-MAAG

Le calcul de la capacité portante d'une denture de roue cylindrique, droite ou hélicoïdale, en flexion selon ISO-MAAG, se base sur trois genres de contraintes : contrainte nominale de flexion, contrainte de flexion en service et contrainte admissible.

21.4.2.1 DÉFINITION DE LA CONTRAINTE NOMINALE DE FLEXION

Les facteurs intervenant dans le calcul de la contrainte de flexion dans le pied de dent sont désignés par le symbole Y avec un indice. La contrainte nominale de flexion se trouve par l'expression :

$$\sigma_{F0} = \frac{w'}{m} \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha'} Y_F Y_S Y_\beta \quad (21.13.1)$$

avec :

w' charge linéique sur la dent calculée au diamètre d' ,

α_t angle de pression apparent nominal,

α'_t angle de pression apparent de fonctionnement,

Y_F facteur de forme de dent,

Y_S facteur de correction de contrainte,

Y_β facteur d'angle d'hélice.

21.4.2.2 CALCUL DU FACTEUR DE FORME DE DENT Y_F

Le facteur de forme de dent Y_F intervenant dans le calcul de la contrainte nominale de flexion est une simplification dans l'application de la formule fondamentale de la contrainte de flexion applicable à une poutre en porte-à-faux, sollicitée par une force concentrée ou répartie sur une ligne. Ce facteur tient compte de la forme de la dent d'une roue à z_v dents réelles ou virtuelles dans la section réelle. La parabole d'égale contrainte en flexion est remplacée par les deux tangentes au profil, inclinées de 30° par rapport à l'axe de symétrie de la dent, voir figure 21.12. Le point d'application de la force est placé au point de contact simple extérieur lorsque le rapport total de conduite est inférieur ou égal à 2,0. Par simplification, on introduit les mêmes relations pour les dentures avec $\varepsilon_\alpha > 2,0$.

Le facteur de forme de dent se trouve par la relation générale :

$$Y_F = \frac{6 m l_F \cos \alpha_F}{s_{Fn}^2 \cos \alpha} = \frac{6 m l_x}{s_{Fn}^2 \cos \alpha}, \quad (21.13.2)$$

avec :

l_x le bras de levier intervenant lorsque la force normale est placée au point de contact simple extérieur par rapport au plan de la section de contrôle,

s_{Fn} la hauteur de la section rectangulaire de contrôle, la largeur efficace étant désignée par b .

Ces deux dimensions peuvent se trouver soit sur le dessin du profil de la dent, après recherche de la position du point B ou C , soit par des relations nécessitant un processus de calcul itératif. Ces grandeurs dépendent de l'outillage servant à générer le profil conjugué de la dent réelle et des conditions d'engrènement des deux roues.

21.4.2.3 CARACTÉRISTIQUES DE L'OUTILLAGE

Bien que les grandeurs discutées ici soient des saillies sur l'outil, elles sont indicées par f_P , P indiquant la présence du profil de référence. Les grandeurs géométriques, rapportées au module 1 mm, donc en valeurs relatives, sont les suivantes :

h_{fP}^* creux de la roue sur le profil conjugué,

R_{fP}^* rayon de courbure de l'arrondi de raccordement,

U_{fP} interférence voulue de la protubérance exprimée en mm.

Les dimensions usuelles sont :

$h_{fP}^* = 1,25$ pour la crémaillère normale,

$= 1,40$ pour la crémaillère avec un profil à protubérance.

$R_{fP}^* = 0,38, 0,30$ ou $0,25$ selon le profil de référence adopté : A, B ou C ,

$= 0,40$ pour la crémaillère avec profil à protubérance.

$U_{fP} = 0,02 + 0,002 m$ selon l'outillage MAAG pour les modules $m \leq 10$ mm.

$= 0,04 + 0,002 (m - 10)$ pour les modules supérieurs à 10 mm.

Les dimensions complémentaires intervenant dans la recherche des dimensions applicables au facteur de forme de dent sont :

$$A = 0,5 \pi m - 0,5 C^* m = 0,5 m (\pi - C^*),$$

$$B = h_{fP} - x m - R_{fP} = m (h_{fP}^* - x - R_{fP}^*),$$

$$C^* = 0,5 \pi + 2 U_{fP} / (m \cos \alpha_n) - 2 h_{fP}^* \tan \alpha_n - 2 R_{fP}^* (1/\cos \alpha_n - \tan \alpha_n).$$

21.4.2.4 POSITION DE L'OUTIL AU POINT DE CALCUL DE S_{Fn}

L'axe de symétrie de la dent est confondu avec l'axe vertical OC . Etudions la position de l'outil lorsque l'arrondi est en contact avec le point de tangence de la droite inclinée à 30° et du profil de pied de dent. En supposant la dent fixe et l'outil mobile, le point générateur se déplace en C' et la normale commune aux deux profils, celui de la dent et celui de l'outil, est

perpendiculaire à la tangente à 30° . L'arc CC' représente la longueur de roulement de la droite primitive de l'outil sur le cercle primitif de la roue en usinage. Cette longueur vaut :

$$\text{arc } CC' = A + B/\tan\psi.$$

Le nombre de dents à prendre en considération est : $z_v = z/(\cos\beta \cos^2\beta_b)$ et le rayon primitif de la roue : $r = 0,5 z_v m$.

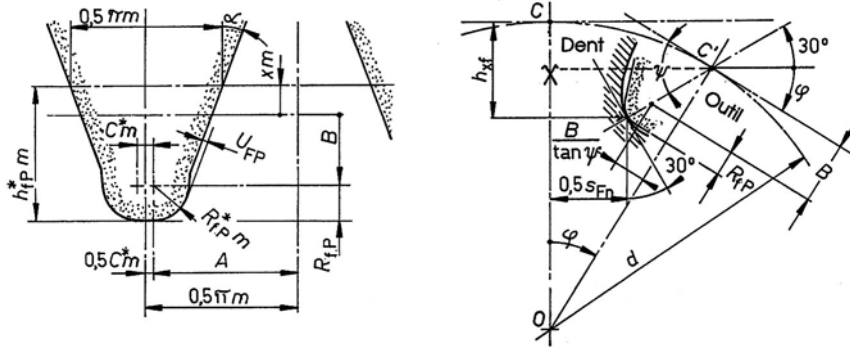


Figure 21.15 Profil de taillage à protubérance et grandeurs de calcul pour Y_F

L'angle COC' étant désigné par φ , il est possible d'écrire :

$$\psi = \varphi^\circ + 30^\circ = \varphi + \pi/6.$$

Le diamètre primitif de la roue étant $d = z_v m$, l'angle au centre peut se trouver par :

$$\varphi = 2 \cdot \text{arc } CC'/d = 2 (A + B/\tan\psi)/d = \psi - \pi/6.$$

Cette relation transcendante contient simultanément deux angles et ne permet pas d'expliciter directement les angles φ et ψ . Elle peut se résoudre par voie itérative par exemple au moyen de la méthode de Newton-Raphson. Elle consiste à calculer tout d'abord l'angle auxiliaire ψ et à trouver ensuite : $\varphi = \psi - \pi/6$. Dans la recherche de cet angle, la valeur initiale peut être admise égale à $\pi/6$ dans l'algorithme. Le calcul est poursuivi jusqu'à ce que l'angle auxiliaire ψ soit connu avec une précision suffisante.

21.4.2.5 DIMENSIONS DE CALCUL

À partir de la position de l'outil par rapport au pied de dent, il est possible de déterminer la longueur du bras de levier par rapport à la section d'encastrement. La demi hauteur s_{Fn} visible sur le figure 21.15 peut se trouver par :

$$s_{Fn} = 2 \left[0,5 z_v m \sin\varphi - \left(\frac{B}{\sin(\varphi + \pi/6)} + R_{FP}^* m \right) \cos \frac{\pi}{6} \right]. \quad (21.13.3)$$

La distance entre le point générateur de la denture C et la section de calcul de la contrainte de flexion se détermine par :

$$h_{xf} = 0,5 z_v m (1 - \cos\varphi) + \left(\frac{B}{\sin(\varphi + \pi/6)} + R_{FP}^* m \right) \sin \frac{\pi}{6}. \quad (21.13.4)$$

La distance entre la composante $F_b \cos\alpha_{Fn}$ et la section de contrôle à la flexion peut se trouver en additionnant les deux hauteurs partielles, figure 21.16 à droite :

$$l_F = h_{xf} + h_{xa}.$$

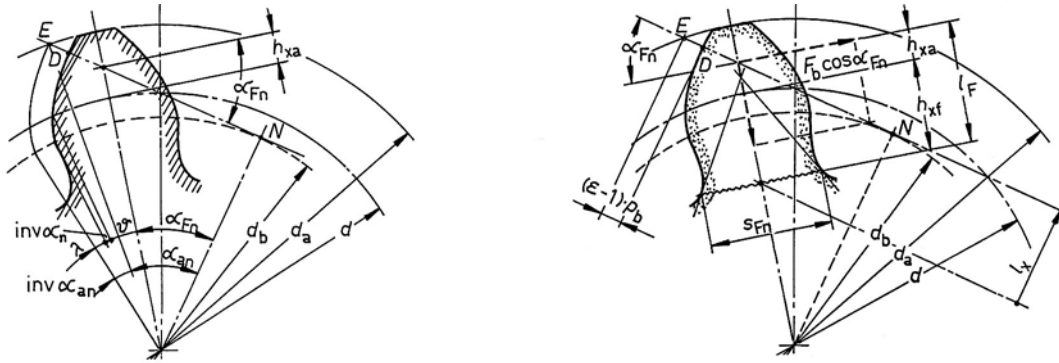


Figure 21.16 Position du point de contact simple D sur la denture et grandeurs de calcul

La position du point de contact de la force est à la distance ED du cercle de tête; cette distance se trouve par :

$$ED = (\epsilon_{\alpha v} - 1) p_b,$$

et :

$$\epsilon_{\alpha v} = \epsilon_{\alpha} / \cos^2 \beta_b.$$

L'angle de pression de tête dans la section perpendiculaire à l'hélice de base se trouve par le rapport :

$$\cos \alpha_{\alpha v} = d_{bv} / d_{av},$$

avec les valeurs particulières dans cette coupe :

$$d_{bv} = z_v m \cos \alpha_n,$$

$$d_{av} = z_v m + d_a - z m / \cos \beta.$$

De la figure 21.16 à gauche, il est possible de trouver l'angle α_{Fn} de la force sur la dent par :

$$\alpha_{Fn} = \alpha_{an} + \text{inv} \alpha_{an} - 1 - \text{inv} \alpha_n - \vartheta.$$

Pour calculer les angles figurant dans cette dernière relation, il faut utiliser les rapports :

$$\lambda = 2 (\epsilon_{\alpha v} - 1) p_b / d_{bv},$$

$$\vartheta = (0,5 \pi + 2 x \tan \alpha) / z_v.$$

La hauteur de la saillie se trouve finalement par :

$$h_{xa} = 0,5 \left(\frac{d_{bv}}{\cos \alpha_{Fn}} - z_v m \right).$$

Le facteur de forme de dent intervenant dans le calcul peut finalement s'exprimer par :

$$Y_F = \frac{6 (l_F / m) \cos \alpha_{Fn}}{(s_{Fn} / m)^2 \cos \alpha} = \frac{6 m l_x}{s_{Fn}^2 \cos \alpha}. \quad (21.13.5)$$

21.4.2.6 FACTEUR DE CORRECTION DE LA CONTRAINTE Y_S

Le facteur de correction de la contrainte tient compte de la forme du raccordement entre le profil de la dent et le cercle de pied. Il dépend du rayon de courbure ρ_F du profil au droit de la section de contrôle. Ce rayon de courbure se trouve par :

$$\rho_F = \frac{t}{1 + \frac{z_v m B}{2 t^2}} + R_{fp}^* m.$$

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

avec :

$$t = \frac{B}{\sin(\varphi + \pi / 6)}$$

Pour le contact simple au point extérieur, le facteur de correction de contrainte se trouve par la relation donnée dans ISO :

$$Y_S = (1,2 + 0,13 L) q_S^{\frac{L}{1,21L+2,3}}, \quad (21.13.6)$$

avec :

- paramètre d'effet d'entaille : $q_S = s_{Fn} / (2 \rho_F)$,
- rapport géométrique : $L = s_{Fn} / l_F$,
- validité de la relation pour q_S : $1 \leq q_S \leq 8$.

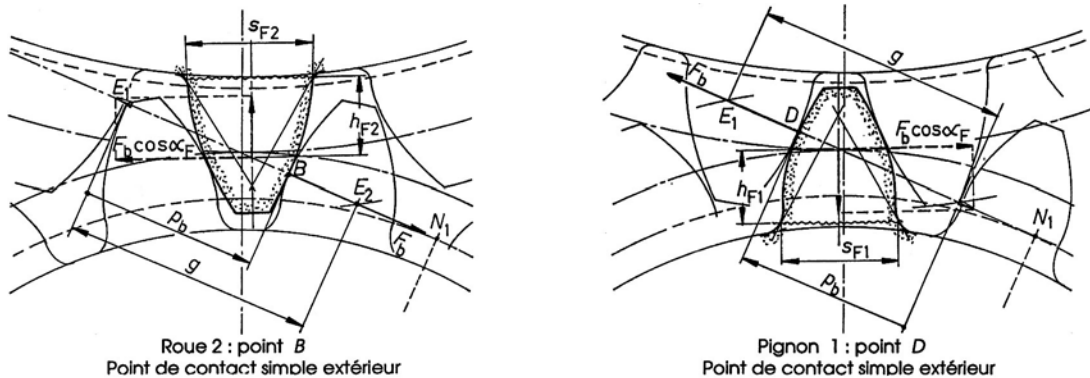


Figure 21.17 Force normale et contrainte de flexion aux points B et D de contact simple extérieur

21.4.2.7 FACTEUR D'ANGLE D'HÉLICE Y_β

Le facteur d'angle d'hélice tient compte de l'augmentation de résistance de la denture hélicoïdale du fait de l'enroulement du profil denté sur le cylindre de pied. Cette amélioration est sensible jusqu'à l'angle d'hélice $\beta = 30^\circ$. Le facteur d'angle d'hélice se trouve par :

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \frac{\beta}{2\pi / 3} = 1 - \varepsilon_\beta \frac{\beta^\circ}{120^\circ}. \quad (21.13.7)$$

valable pour des angles d'hélice compris entre 0° et 30° . Si le rapport de recouvrement ε_β est supérieur à 1, introduire $\varepsilon_\beta = 1,0$ dans la relation.

21.4.3 VALEUR DE LA CONTRAINTE DE FLEXION EN SERVICE

Cette contrainte fait intervenir tous les facteurs extérieurs à la denture seule, ces facteurs étant désignés par le symbole K avec un indice. La contrainte se trouve par :

$$\sigma_{Fw} = \sigma_{F0} K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta}, \quad (21.14.1)$$

avec :

- K_A facteur d'application de la charge,
- K_V facteur de charge dynamique,
- $K_{F\alpha}$ facteur de répartition transversale de la charge sur le profil,
- $K_{F\beta}$ facteur de répartition longitudinale de la charge sur la dent.

21.4.3.1 FACTEUR DE RÉPARTITION SUR LE PROFIL $K_{F\alpha}$ OU $K_{H\alpha}$

Les facteurs de répartition de la charge sur le profil $K_{F\alpha}$ en flexion et $K_{H\alpha}$ en pression superficielle introduisent l'effet de l'augmentation des efforts sur la denture engendrée par les erreurs intervenant dans l'engrènement de la denture réelle par rapport à la denture parfaite. On suppose que ces deux facteurs sont identiques dans les deux contrôles. Il est excessivement difficile de chiffrer avec précision cet effet. Le calcul distingue deux cas suivant la valeur du rapport de conduite total. On majorera éventuellement les valeurs trouvées afin de tenir compte des incertitudes. Le facteur de répartition transversale tient compte aussi des erreurs d'engrènement définies par la qualité de la denture selon ISO. L'indice H se rapporte au contrôle de la pression superficielle.

1. Facteur de répartition transversale pour $\varepsilon_\gamma \leq 2,0$.

Les facteurs de répartition dépendent à nouveau des erreurs d'engrènement et se trouvent par l'expression :

$$K_{F\alpha} = K_{H\alpha} = 0,5\varepsilon_\gamma \left(0,9 + 0,4 \frac{c_\gamma f_{pb}}{K_A K_V K_{F/H\beta} w'} \right). \quad (21.14.2)$$

Pour $K_{F/H\beta}$ voir le facteur de répartition longitudinale sous 21.4.3.2.

Si $K_{F\alpha}$ est plus petit que 1,0, introduire un facteur : $K_{F\alpha} = K_{H\alpha} = 1,0$.

2. Facteur de répartition transversale pour $\varepsilon_\gamma > 2,0$.

Les deux facteurs se trouvent par :

$$K_{F\alpha} = K_{H\alpha} = 0,9 + 0,4 \sqrt{2 \frac{\varepsilon_\gamma - 1}{\varepsilon_\gamma}} \cdot \frac{c_\gamma f_{pb}}{K_A K_V K_{F/H\beta} w'}. \quad (21.14.3)$$

Si $K_{F\alpha}$ est plus petit que 1,0, introduire un facteur : $K_{F\alpha} = K_{H\alpha} = 1,0$.

21.4.3.2 FACTEUR DE RÉPARTITION LONGITUDINALE $K_{F\beta}$ OU $K_{H\beta}$

Le facteur de répartition longitudinale tient compte de la répartition inégale de la charge dans la direction de la largeur de la denture. Il est égal au rapport de la charge locale maximale à la charge moyenne. Il dépend des déformations de toutes les pièces en rotation, des erreurs d'angle d'hélice, des erreurs d'alignement des arbres et du comportement des paliers et appuis. Le calcul proposé suppose un ajustement de la parallélité des dentures, une correction longitudinale des flancs porteurs. Les facteurs de répartition longitudinale pour une denture sans erreur avec correction longitudinale sont :

$$K_{F\beta} = K_{H\beta} = 1 + \frac{K_{\beta \text{ théo}} - 1}{5}. \quad (21.14.4)$$

Ces facteurs sont appliqués au contrôle de la contrainte de flexion et de la pression superficielle. Les facteurs pour des dentures sans correction des lignes de flanc et sans erreurs de fabrication sont donnés par :

$$K_{\beta \text{ théo}} = 1 + \frac{4000 c_\gamma}{3 \pi E_1} \left(\frac{b}{d_1'} \right)^2 \left[5,12 + \left(\frac{b}{d_1'} \right)^2 \left(\frac{L}{b} - \frac{7}{12} \right) \right]. \quad (21.14.5)$$

Avec :

c_γ raideur totale de l'engrenage,

E_1 module d'élasticité du pignon 1,

b/d_1' rapport de la largeur portante de la denture au diamètre primitif de fonctionnement,

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

L/b rapport de la distance entre paliers L et la largeur commune des dents de l'engrenage.

Lorsque l'implantation de l'engrenage ou les conditions de montage et de fabrication font apparaître des erreurs d'angle d'hélice, comme c'est le cas habituellement dans les transmissions à paliers non ajustables ou d'entraînement à plusieurs étages, les facteurs de répartition longitudinale dépendent en plus des erreurs de parallélisme f_{ma} :

$$K_{F\beta} = K_{H\beta} = 1 + \frac{K_{\beta \text{ théo}} - 1}{5} + \frac{c_{\gamma} f_{ma}}{2 K_A K_V w'} \quad (21.14.6)$$

avec : f_{ma} l'erreur de parallélisme sur la largeur de dent b exprimée en mm.

21.4.4 CONTRAINTE DE FLEXION ADMISSIBLE

La contrainte de flexion admissible tient compte des caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés, des concentrations de contrainte, du coefficient de sécurité minimal et du choix du module. Le symbole utilisé pour les divers facteurs est la lettre Y suivi d'un indice. Cette contrainte de flexion se trouve par la relation suivante :

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST}}{S_{Fmin}} \cdot Y_{\delta \text{ rel T}} \cdot Y_{R \text{ rel T}} \cdot Y_X \quad (21.15.1)$$

avec :

σ_{Flim} contrainte de flexion nominale en durée du matériau,

Y_{NT} facteur de durée de vie,

Y_{ST} facteur de concentration de contrainte, admis généralement à $Y_{ST} = 2,0$,

$Y_{\delta \text{ rel T}}$ chiffre de soutien relatif; il peut être admis égal à 1,0 pour un raccordement entre le flanc et le cylindre de pied par un arrondi demi circulaire,

$Y_{R \text{ rel T}}$ facteur relatif d'état de surface; il peut être admis égal à 1,0 pour des conditions semblables de fabrication des roues de référence et d'utilisation,

Y_X facteur d'échelle,

S_{Fmin} coefficient de sécurité minimal en flexion.

La contrainte de flexion admissible dans le pied de dent introduit la contrainte limite trouvée dans des essais de durée, divers facteurs de correction et le coefficient de sécurité minimum.

Tableau 21.2 A

Caractéristiques mécaniques des aciers alliés pour roues dentées

Valeurs indicatives en N/mm^2 selon MAAG-Taschenbuch 1985

Aciers d'amélioration et de moulage										
Contraintes limites en flexion et pression superficielle										
Les valeurs sont données en fonction de la dureté Brinell HB										
Type d'acier	Contrainte de flexion					Pression superficielle				
	Dureté Brinell HB					Dureté Brinell HB				
	200	250	300	350	400	200	250	300	350	400
Amélioré	275	293	310	328	345	650	730	810	890	970
Moulage	240	255	270	285	-	520	595	670	745	-
Relations pour le calcul de la contrainte limite en flexion :										
Acier d'amélioration : $s_{Flim} = 275 + 0,35(HB-200)$										
Acier de moulage : $s_{Flim} = 240 + 0,30(HB-200)$										

Tableau 21.2 B

Caractéristiques mécaniques des aciers alliés pour roues dentées

Valeurs indicatives en N/mm^2 selon MAAG-Taschenbuch 1985

Aciers de cémentation et de nitruration										
Contraintes limites en flexion et pression superficielle										
Les valeurs sont données en fonction de la dureté Brinell HB										
Type d'acier	Contrainte de flexion Dureté Rockwell HRC					Pression superficielle Dureté Rockwell HRC				
	55	57	59	61	63	55	57	59	61	63
Cémenté	410	470	500	500	500	1400	1480	1560	1600	1600
Nitruré	400	430	455	470	470	1270	1300	1335	1365	1400

Relations pour le calcul de la contrainte limite en flexion :
 Acier de cémentation : $s_{Flim} = 407 + 31(HRC-55)$, si $HRC > 58$ $s_{Flim} = 500$
 Acier de nitruration : $s_{Flim} = 400 + 14(HRC-55)$, si $HRC > 60$ $s_{Flim} = 470$

En introduisant les valeurs particulières proposées pour les divers facteurs, la contrainte de flexion admissible peut se calculer simplement par :

$$\sigma_{FP} = 2,0 s_{F lim} Y_{NT} Y_X / S_{F min} \quad (21.15.2)$$

21.4.4.1 CONTRAINTE DE FLEXION LIMITE

Pour un angle de génération de 20° , la denture d'essai de durée possédait les caractéristiques géométriques et mécaniques suivantes :

- profil de référence ISO 53-1974 (profil de référence A),
- module de la denture de 3 à 5 mm,
- angle d'hélice 0° , donc la denture est droite,
- paramètre d'effet d'entaille $q_{ST} = 2,5$,
- facteur de correction $Y_{ST} = 2,0$,
- rugosité des flancs $R_z = 10 \mu m$.

Les essais sur la denture sont effectués en charge pulsante, la charge inférieure étant voisine de zéro. Si la charge est alternée sur la dent, les valeurs de base sont à multiplier par un facteur estimé à 0,7. Les contraintes limites sont données dans le tableau 21.2 précédent.

21.4.4.2 FACTEUR DE DURÉE DE VIE Y_{NT}

Les valeurs de la contrainte de flexion limite sont applicables à $3 \cdot 10^6$ charges et plus. Si le nombre de charges sur la denture est inférieur à cette grandeur, la contrainte limite de calcul peut être multipliée par le facteur de durée de vie $1,0 \leq Y_{NT} \leq 2,5$.

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

Tableau 21.3
Facteur de durée de vie Y_{NT} pour les roues en acier

Nuance de l'acier pour roue	Position de l'horizontale	Valeur Y_{NT}	Domaine N_{Lmin}	Variable N_{Lmax}	Exposant exp
Allié d'amélioration Moulé allié	$N_L \leq 10^4$	2,5	10^4	$3 \cdot 10^6$	0,16
Allié de Cémentation	$N_L \leq 10^3$	2,5	10^3	$3 \cdot 10^6$	0,155
Allié de Nitruration	$N_L \leq 10^3$	1,6	10^3	$3 \cdot 10^6$	0,059

Dans le domaine variable :
Facteur de durée de vie : $Y_{NT} = (3 \cdot 10^6 / N_L)^{exp}$
 N_L est le nombre de charges sur la dent

Pour un nombre de charges égal ou supérieur à $3 \cdot 10^6$ charges sur le denture, introduire $Y_{NT} = 1,0$. Les valeurs intermédiaires peuvent aussi se lire sur la figure 21.18 en fonction du nombre de charges N_L .

21.4.4.3 FACTEURS DE CONCENTRATION DE CONTRAINTE Y_{ST}

Le facteur de concentration de contrainte Y_{ST} introduit dans les calculs est admis égal à celui des dentures ayant subies les essais selon ISO, soit :

$$Y_{ST} = 2,0. \quad (21.15.3)$$

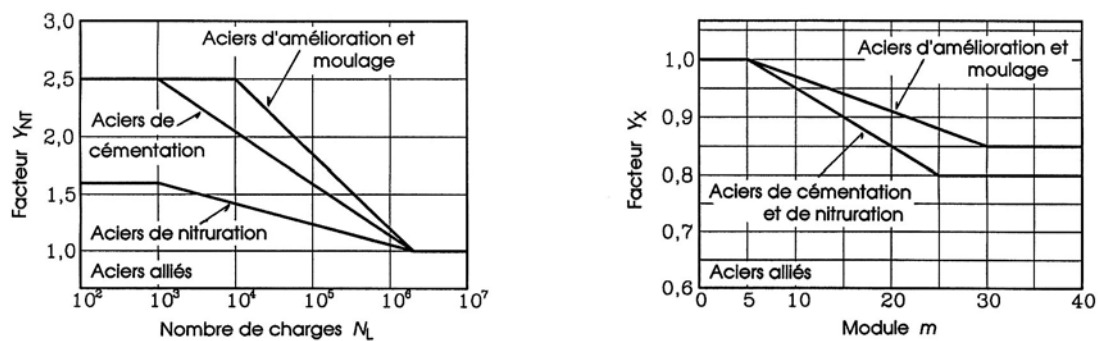


Figure 21.18 Facteur de durée de vie Y_{NT} pour les aciers alliés
Facteur d'échelle Y_X pour les aciers alliés et les modules compris entre 0 et 40 mm

21.4.4.4 FACTEUR D'ÉCHELLE Y_X

En général, la résistance dynamique des aciers dépend non seulement de la nuance, mais également de la grandeur de la pièce. Le facteur d'échelle exprime cette propriété. Les valeurs à introduire dans le contrôle de la contrainte de flexion sont :

1. Aciers d'amélioration alliés et aciers moulés alliés

pour des modules $m \leq 5$ mm

$$Y_X = 1,0$$

pour des modules $5 \text{ mm} < m < 30$ mm

$$Y_X = 1,03 - 0,006 m$$

pour des modules $m \geq 30$ mm

$$Y_X = 0,85.$$

2. *Aciers de cémentation ou de nitruration alliés*

pour les modules $m \leq 5$ mm	$Y_X = 1,0$
pour des modules $5 \text{ mm} < m < 25$ mm	$Y_X = 1,05 - 0,01 m$
pour des modules $m \geq 25$ mm	$Y_X = 0,80$.

La figure 21.18 à droite montre le facteur d'échelle en fonction du module pour les diverses nuances d'acier.

21.4.4.5 FACTEURS COMPLÉMENTAIRES

Les deux facteurs complémentaires : chiffre de soutien relatif et facteur relatif d'état de surface sont admis valoir 1,0 si les conditions de fabrication sont identiques à celles ayant servies à déterminer les caractéristiques mécaniques des dentures. Si cette condition n'est pas satisfaite, il est recommandé d'en tenir compte dans la détermination de la contrainte de flexion admissible.

21.4.4.6 COEFFICIENTS DE SÉCURITÉ

De tous les développements précédents, il est possible d'exprimer la valeur du coefficient de sécurité en flexion par la relation générale :

$$S_F = \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_{Fw}} S_{F \min} \quad (21.15.4)$$

avec pour rappel :

- σ_{FP} contrainte de flexion admissible selon relation (21.15.1 ou 21.15.2),
- σ_{Fw} contrainte de flexion en service selon relation (21.14.1),
- $S_{F \min}$ coefficient de sécurité minimal en flexion. Ce coefficient doit assurer l'élimination de toutes les incertitudes de calcul comme les caractéristiques exactes des matériaux utilisés et les sollicitations imprévues ou imprévisibles. Valeurs moyennes pour des réducteurs industriels et de turbomachines : 1,4 à 1,6 selon les hypothèses introduites dans la détermination de la charge et la sécurité adoptée. Pour des applications à conditions sévères comme les grands réducteurs pour turbomachines, les réducteurs pour navires et dans l'aéronautique, le coefficient de sécurité minimal est compris entre 1,6 et 3,0.

La valeur à adopter pour le facteur de sécurité S_F va dépendre du genre de machines motrice et réceptrice placées à l'entrée et à la sortie de l'engrenage et il sera d'autant plus élevé que les risques d'avaries peuvent entraîner des situations catastrophiques en service.

21.5 PRESSION SUPERFICIELLE SUR LES FLANCS

La pression superficielle maximale entre les flancs porteurs des dentures se trouve en appliquant les relations développées par Hertz pour le contact entre deux cylindres, voir la théorie générale dans le chapitre 2. L'exposé de la méthode de calcul s'effectue à nouveau de la manière suivante : les relations fondamentales sont développées sur la denture droite sans introduire les divers facteurs de correction dans une première approche, puis ces facteurs sont décrits et employés dans le contrôle selon ISO-MAAG.

21.5.1 PRESSION SUPERFICIELLE DANS UN ENGRENAGE PARALLÈLE

Les hypothèses simplificatrices introduites dans la recherche de la pression superficielle entre deux dentures à développante de cercle sont :

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

1. la répartition de la charge linéique est uniforme sur toute la largeur portante b des deux roues à denture droite,
2. les flancs de la denture sont en contact sur la ligne des centres et ce point de contact se trouve dans la zone de contact simple.
3. la force normale totale sur les deux flancs est la force \vec{F}_b , tangente aux deux cylindres de base des développantes.
4. le comportement de la denture peut être assimilé au comportement de deux cylindres parallèles pleins sollicités par la même force normale totale.

Dans le contact de deux cylindres, la pression hertzienne dépend de la grandeur de la force normale, des rayons de courbure des deux cylindres, de la longueur commune de contact, des modules d'élasticité et des coefficients de contraction des matériaux.

21.5.1.1 RAYON RÉDUIT DES DENTURES AU POINT C

Sur la ligne des centres, les rayons de courbure des deux dentures se trouvent à partir des diamètres primitifs et de l'angle de pression de fonctionnement ou des diamètres de base et de cet angle. Ces deux rayons, centrés sur les points N_1 ou N_2 , valent selon figure 21.19 :

1. Pignon 1 : $\rho_1 = \frac{1}{2} d_1' \sin\alpha' = \frac{1}{2} d_{b1} \tan\alpha'$,
2. Roue 2 : $\rho_2 = \frac{1}{2} d_2' \sin\alpha' = \frac{1}{2} d_{b2} \tan\alpha'$.

En exprimant le diamètre de la roue par rapport à celui du pignon, il est possible d'introduire le rapport d'engrenage u :

$$\rho_2 = \frac{1}{2} u d_1' \sin\alpha'.$$

3. Rayon réduit : $r_r = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{1}{2} d_1' \frac{u}{u+1} \sin\alpha'$,

et $2 a' = (1+u) d_1'$, d'où : $r_r = a' \frac{u}{(u+1)^2} \sin\alpha'$. (21.16.1)

21.5.1.2 MODULE D'ÉLASTICITÉ RÉSUANT

En admettant le même coefficient de contraction pour les deux matériaux constituant les dentures, le module d'élasticité résultant, pour même coefficient de Poisson, se trouve par :

$$E_r = \frac{2 E_1 E_2}{E_1 + E_2}. \quad (21.16.2)$$

21.5.1.3 FORCE NORMALE TOTALE SUR LES FLANCS

La mise en équilibre des roues et la recherche des efforts utilisent habituellement la composante tangentielle \vec{F}_t' comme base de calcul. Dans les engrenages parallèles droits, cette composante et la résultante normale aux flancs sont reliées par :

$$F_t' = \frac{2 M_{t1}}{d_1'} = \frac{2 M_{t2}}{d_2'} = F_b \cos\alpha'. \quad (21.16.3)$$

21.5.1.4 VALEUR DE LA PRESSION SUPERFICIELLE SELON HERTZ

Pour les matières métalliques avec coefficient de contraction $\nu = 0,3$, la pression hertzienne se trouve par la relation simplifiée entrevue au chapitre 2 :

$$p_H = 0,418 \sqrt{\frac{F_b E_r}{r_r b}},$$

avec :

F_b la force normale sur les flancs, calculable par : $F_b = F_t' / \cos \alpha_t'$,
 b largeur commune et portante des dentures des roues.

En remplaçant le rayon de courbure réduit dans cette expression, la pression superficielle se détermine par :

$$p_H = 0,418 \sqrt{\frac{F_t'}{b} E_r \frac{1}{\sin \alpha' \cos \alpha'} \frac{1}{a'} \frac{(u+1)^2}{u}}. \quad (21.16.4)$$

21.5.2 PRESSION SUPERFICIELLE DE BASE SELON ISO

Le calcul de la pression superficielle d'un contact entre deux flancs de denture droite ou hélicoïdale d'un engrenage parallèle s'effectue par la méthode proposée par ISO-MAAG [5.4]. Le principe développé sous 21.5.1 reste valable pour ce contrôle au moyen d'une formule de base et de divers facteurs de correction.

21.5.2.1 PRESSION SUPERFICIELLE DE BASE

La pression superficielle de base se contrôle au moyen de la relation générale comprenant une partie de la relation de base multipliée par divers facteurs supplémentaires, symbole Z avec un indice :

$$p_{H0} = \sqrt{\frac{w' (u+1)^2}{2 a u}} Z_{H'} Z_E Z_\epsilon Z_\beta, \quad (21.17.1)$$

avec :

p_{H0} pression superficielle de base, la norme ISO utilisant le symbole σ_{H0} ,
 $Z_{H'}$ facteur géométrique de charge linéique,
 Z_E facteur d'élasticité des matériaux de l'engrenage,
 Z_ϵ facteur de conduite,
 Z_β facteur d'inclinaison de l'hélice primitive.

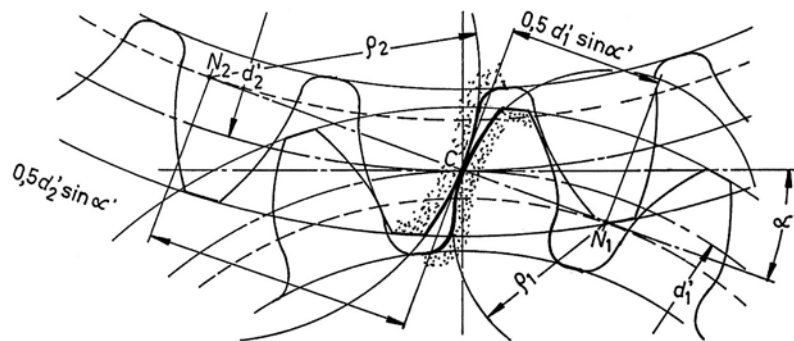


Figure 21.19 Rayons de courbure des flancs au point central C pour une denture droite

21.5.2.2 FACTEUR GÉOMÉTRIQUE $Z_{H'}$

Ce facteur tient compte de l'angle de pression de fonctionnement et de l'angle d'hélice de base afin d'obtenir les rayons de courbure des deux dentures sur les cylindres primitifs de fonctionnement. Le facteur 2 corrige ce même facteur apparaissant inutilement au dénominateur de l'expression générale. Comme le calcul s'effectue sur les grandeurs de fonctionnement, selon ISO-MAAG, le facteur géométrique s'exprime par :

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b}{\sin \alpha'_1 \cos \alpha'_2}} \quad (21.17.2)$$

21.5.2.3 FACTEUR D'ÉLASTICITÉ DES MATERIAUX Z_E

Ce facteur apporte une simplification dans l'application générale de la formule de Hertz en introduisant les modules d'élasticité et les coefficients de contraction des matériaux constituant les deux roues dentées. Sa valeur se trouve par :

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[\frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2} \right]}} \quad (21.17.3)$$

Pour les aciers avec $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$, cette relation se simplifie en :

$$Z_E = \sqrt{0,35 \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}}$$

21.5.2.4 FACTEUR DE CONDUITE Z_ε

Le facteur de conduite tient compte de l'influence de la répartition de la charge sur plusieurs flancs de denture et corrige ainsi la valeur de la pression superficielle. Il se calcule par l'expression :

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3} (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}} \quad (21.17.4)$$

Pour $\varepsilon_\beta > 1$, il faut introduire $\varepsilon_\beta = 1,0$ dans cette relation.

21.5.2.5 FACTEUR D'INCLINAISON DE L'HÉLICE Z_β

Ce facteur tient compte d'une façon empirique de l'augmentation de capacité portante des flancs engendrée par l'enroulement de la denture hélicoïdale. Il se superpose aux influences introduites par les autres facteurs et vaut :

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta} \quad (21.17.5)$$

21.5.3 PRESSION SUPERFICIELLE EN SERVICE

La pression superficielle en service fait intervenir les divers facteurs extérieur et intérieurs provenant des conditions de transmission des couples et des erreurs de denture. Elle se trouve par l'expression :

$$p_{Hw} = p_{H0} \sqrt{K_A K_v K_{H\alpha} K_{H\beta}} \quad (21.18.1)$$

avec :

K_A facteur d'application de la charge, voir 21.3.1 ,

K_v facteur de charge dynamique, voir 21.3.3 ,

$K_{H\alpha} = K_{F\alpha}$ facteur de répartition transversale, voir 21.4.3.1 ,

$K_{H\beta} = K_{F\beta}$ facteur de répartition longitudinale, voir 21.4.3.2 .

Cette expression permet de trouver la pression superficielle maximale sur les flancs de la denture compte tenu des hypothèses simplificatrices introduites dans l'exposé.

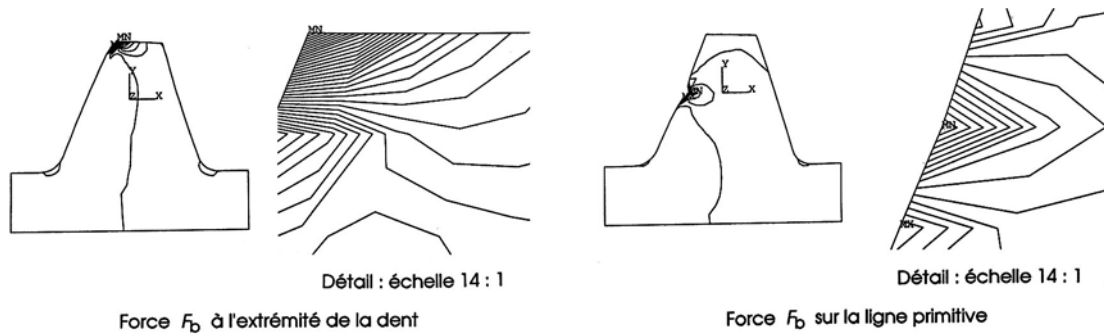


Figure 21.20 Répartition de la contrainte σ_x dans une dent de crémaillère sollicitée par la force F_b
 Angle de référence 20° Isocontraintes à 5 N/mm^2

21.5.4 PRESSION SUPERFICIELLE ADMISSIBLE

La pression superficielle admissible tient compte des caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés pour les roues dentées, de la pression superficielle limite relevée lors des essais de durée, de la vitesse circonférentielle, de l'état de surface, de la nature du lubrifiant et de la grandeur de la denture. Elle se trouve par la relation :

$$p_{HP} = \frac{p_{H \text{ lim}} Z_{NT}}{S_{H \text{ min}}} Z_L Z_v Z_R Z_W Z_X, \quad (21.18.2)$$

avec :

- $p_{H \text{ lim}}$ pression superficielle limite trouvée expérimentalement,
- Z_{NT} facteur de durée de vie,
- Z_L facteur de lubrifiant,
- Z_v facteur de vitesse circonférentielle,
- Z_R facteur de rugosité,
- Z_W facteur de dureté de flanc,
- Z_X facteur d'échelle,
- $S_{H \text{ min}}$ coefficient de sécurité minimum à la pression superficielle.

21.5.4.1 PRESSION SUPERFICIELLE LIMITE

La pression superficielle limite sur les flancs de denture se détermine dans des essais de durée sur des roues réelles dans des conditions d'essai strictes : nature des roues dentées, géométrie de la dent, vitesse circonférentielle, nature du lubrifiant, etc. La destruction des flancs des dentures est due aux pressions locales très élevées engendrant des contraintes de cisaillement intérieures et variables disloquant progressivement la structure du matériau, se propageant vers l'extérieur et finissant par former des piqûres et des cavités incompatibles avec une transmission durable des efforts. Le glissement négatif est la zone critique située à l'intérieur des cercles primitifs de fonctionnement.

La valeur de la pression limite est déterminée donc par des essais de durée et correspond à la valeur nominale obtenue sur des roues dentées après au moins $5 \cdot 10^7$ charges et avant l'apparition des piqûres destructrices. Ces essais s'effectuent sur des bancs d'essai avec couple de torsion contrôlable, sur de la denture droite, exceptionnellement sur de la denture hélicoïdale. Les valeurs moyennes de la pression hertzienne limite, données ci-après, sont des moyennes provenant de sources diverses. Les valeurs proposées par ISO sont légèrement inférieures aux grandeurs admises jusqu'à ce jour. Le tableau 21.4 donne les expressions de la pression limite en fonction de la nuance d'acier et de la dureté superficielle. Les valeurs limites chiffrées de cette pression figurent également dans le tableau 20.2.

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

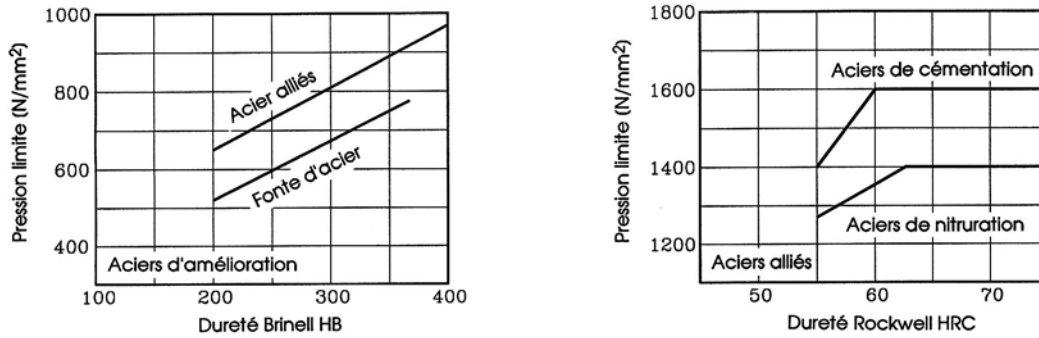


Figure 21.21 Valeur de la pression hertzienne limite sur les flancs pour les aciers alliés

Cette figure donne une représentation graphique des valeurs de calcul en fonction du type d'acier allié utilisé dans la conception des engrenages industriels.

Tableau 21.4
Expression de la pression limite $p_{H\lim}$ et du facteur de durée de vie Z_{NT} en fonction de la nuance d'acier utilisée

Nuance de l'acier allié	Valeur indicative de la pression limite $p_{H\lim}$ en N/mm^2				
Acier de cémentation	$1400 + 40(HRC-55)$; pour $HRC > 60$, $p_{H\lim} = 1600$				
Acier de nitruration	$1270 + 16(HRC-55)$; pour $HRC > 63$, $p_{H\lim} = 1400$				
Acier d'amélioration	$650 + 1,6(HB-200)$				
Acier moulé	$520 + 1,5(HB-200)$				
Sources : MAAG-Taschenbuch [5.4]. Valeurs numériques : voir tableau 21.2					
Nuance de l'acier pour roue	Position de l'horizontale	Valeur Z_{NT}	Domaine N_{Lmin}	Variable N_{Lmax}	Exposant exp
de moulage d'amélioration de cémentation	$N_L \leq 10^5$	1,6	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	0,0756
de nitruration	$N_L \leq 10^5$	1,3	$5 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^6$	0,0875
Dans le domaine variable : Facteur de durée de vie : $Z_{NT} = (N_{Lmax}/N_L)^{exp}$ N_L est le nombre de charges sur la dent					

21.5.4.2 FACTEUR DE DURÉE DE VIE Z_{NT}

Si le nombre de charges appliquées sur chaque flanc de la denture est inférieure à $5 \cdot 10^7$ charges, la pression limite supportable est augmentée. Cette nouvelle valeur est obtenue en multipliant la pression limite définie précédemment par le facteur de durée de vie. Ce facteur dépend évidemment du nombre de charges maximal et de la nuance d'acier utilisée dans la fabrication de la roue dentée. Il peut se lire sur la figure 21.22 à gauche ou se calculer au moyen des relations proposées dans le tableau 21.4. Si la charge est variable pendant le service, il est nécessaire d'estimer statistiquement la charge équivalente à partir de l'allure de cette charge en fonction de l'angle de rotation des roues.

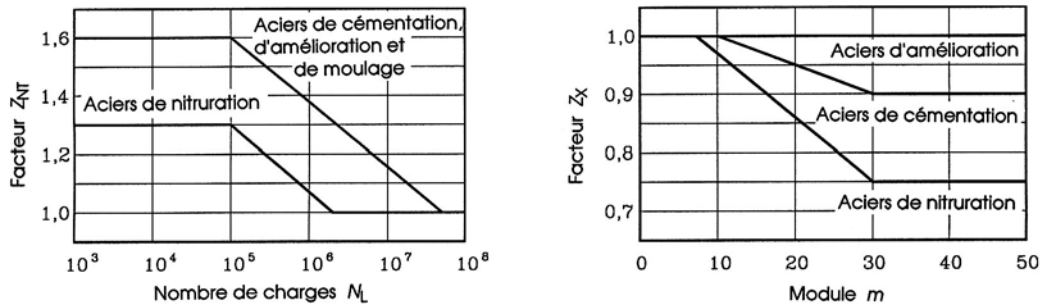


Figure 21.22 Facteur de durée de vie Z_{NT} et facteur d'échelle Z_X

21.5.4.3 FACTEUR D'ÉCHELLE Z_X

Le facteur d'échelle tient compte de la diminution de la durée de vie des flancs avec l'augmentation de la grandeur de la denture. L'influence exacte du module sur la résistance à la pression n'est pas parfaitement connu actuellement. Ce facteur est donné sur la figure 21.22 à droite en fonction du module adopté. Il peut aussi se trouver par les expressions numériques ci-dessous.

1. *Aciers de moulage et d'amélioration*
pour tous les modules $Z_X = 1,0$.
2. *Aciers de cémentation*
pour les modules $m \leq 10$ mm $Z_X = 1,0$
pour les modules $10 \text{ mm} < m < 30$ mm $Z_X = 1,05 - 0,005 m$
pour les modules $m \geq 30$ mm $Z_X = 0,9$.
3. *Aciers de nituration*
pour les modules $m \leq 7,3$ mm $Z_X = 1,0$
pour les modules $7,3 \text{ mm} < m < 30$ mm $Z_X = 1,08 - 0,011 m$
pour les modules $m \geq 30$ mm $Z_X = 0,75$.

21.5.4.4 FACTEUR DE PORTANCE DU LUBRIFIANT Z_L

La transmission de l'efforts normal entre les flancs porteurs lubrifiés des deux roues s'effectue avec déformation locale des surfaces accompagnée d'un mode de lubrification élasto-hydrodynamique. Les facteurs physiques intervenant dans le calcul des facteurs de portance sont :

v_u' la vitesse circonférentielle de la denture sur les diamètres primitifs de fonctionnement, soit :

$$v_u' = \omega_1 \cdot 1/2 d_1' = \omega_2 \cdot 1/2 d_2'$$

R_a la rugosité moyenne arithmétique des flancs de la denture exprimée en mm CLA .

ν_{40} la viscosité cinématique du lubrifiant en mm^2/s à la température de référence 40°C selon ISO .

$p_{H \text{ lim}}$ la résistance dynamique à la pression hertzienne du matériaux constituant les flancs, exprimée habituellement en N/mm^2 :

Pour $p_{H \text{ lim}} < 850 \text{ N}/\text{mm}^2$: introduire dans les calculs $p_{H \text{ lim}} = 850 \text{ N}/\text{mm}^2$,
 Pour $p_{H \text{ lim}} > 1200 \text{ N}/\text{mm}^2$: introduire dans les calculs $p_{H \text{ lim}} = 1200 \text{ N}/\text{mm}^2$.

Valeur de calcul, voir sous 21.5.4.1 et formules du tableau 21.4.

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

Le facteur de lubrifiant Z_L tient compte de l'influence de la viscosité du lubrifiant utilisé réellement par rapport au lubrifiant de base employé dans les essais de durée en pression superficielle. Il se calcule au moyen des relations suivantes :

$$C_{ZL} = \frac{p_{Hlim} - 850}{350} \cdot 0,08 + 0,83,$$

et :

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4(1 - C_{ZL})}{(1,2 + 134/v_{40})^2}. \quad (21.18.3)$$

Dans ces expressions, la pression limite est introduite selon valeur donnée sous 21.5.4.4 et la viscosité cinématique est à exprimer en mm^2/s .

21.5.4.5 FACTEUR DE VITESSE Z_v

Le facteur de vitesse tient compte de la vitesse circonférentielle réelle de l'engrenage et corrige en conséquence la valeur de base obtenue par essais. Il se trouve par :

$$C_{Zv} = \frac{p_{Hlim} - 850}{350} \cdot 0,08 + 0,85,$$

et :

$$Z_v = C_{Zv} + \frac{2(1 - C_{Zv})}{\sqrt{0,8 + 32/v'_u}}. \quad (21.18.4)$$

21.5.4.6 FACTEUR DE RUGOSITÉ Z_R

Le facteur de rugosité fait intervenir l'influence de la rugosité propre des flancs porteurs sur le calcul de la pression superficielle. Il se détermine par :

$$C_{ZR} = \frac{1000 - p_{Hlim}}{5000} + 0,12,$$

$$R_{Z100} = 3(R_{a1} + R_{a2})^3 \sqrt{\frac{100}{a}},$$

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{Z100}} \right)^{C_{ZR}}. \quad (21.18.4)$$

Avec :

R_{a1} rugosité moyenne arithmétique en μm pour le flanc porteur du pignon 1,

R_{a2} rugosité moyenne arithmétique en μm pour le flanc porteur de la roue 2.

21.5.4.7 FACTEUR DE DURETÉ DES FLANCS Z_W

Dans les engrenages composés d'une roue en acier avec denture non durcie superficiellement et d'une roue avec flancs durcis superficiellement, une rugosité inférieure ou égale à 0,001 mm, la portance de la roue à flancs non durcis s'améliore avec le temps par suite d'un écrouissage progressif du matériau. Le facteur de correction se trouve par :

$$Z_W = 1,2 - \frac{HB - 130}{1700}, \quad (21.18.5)$$

avec :

HB la dureté Brinell du flanc non durci.

Pour des duretés de flancs à l'extérieur du domaine : $130 \leq HB \leq 470$, introduire :

$$Z_W = 1,0 \quad \text{dans les calculs.}$$

21.5.4.8 COEFFICIENT DE SÉCURITÉ $S_{H \min}$

Le contrôle de la pression superficielle au moyen de la relation de Hertz introduit un certain nombre d'hypothèses simplificatrices dans la recherche de la valeur maximale. Dans la zone de simple contact, généralement aux environs du point primitif C , un contrôle rigoureux devrait tenir compte du rayon de courbure réduit minimal, soit au point B de la ligne de conduite, voir figure 21.13. Dans la zone de double contact, la pression superficielle dépend aussi du rayon réduit et de la répartition de la charge entre les deux ou plusieurs paires de dents en contact. Si la répartition de la pression s'effectue par palier, la pression superficielle peut prendre des valeurs nettement supérieures aux environs du point N_1 à celles existant vers le point C . Il est recommandé d'éviter un contact dans cette zone près du cercle de base du pignon. Le coefficient de sécurité total S_H en pression superficielle s'exprime par :

$$S_H = \frac{P_{HP}}{P_{Hw}} S_{H \min}, \quad (21.18.6)$$

avec pour rappel :

P_{HP} pression superficielle admissible,

P_{Hw} pression superficielle en service,

$S_{H \min}$ coefficient de sécurité minimal en pression superficielle. En principe, le choix de ce coefficient de sécurité s'effectue comme pour le coefficient de sécurité en flexion, c'est-à-dire en fonction des incertitudes dans le calcul de la pression superficielle. Comme les efforts apparaissent sous la racine carrée, le coefficient de sécurité en pression est à peu près égal à la racine carrée de $S_{F \min}$, soit :

Réducteurs industriels et de petites turbomachines : $S_{H \min} = 1,1$ à $1,4$.

Grands réducteurs de turbo-machines, réducteurs pour navires et engrenages dans l'aéronautique : $S_{H \min} = 1,3$ à $2,0$.

Dans des conditions particulières d'utilisation, excessivement rare, sous la charge nominale de calcul, il est possible d'admettre un coefficient voisin de 1,0 donc aussi légèrement inférieur à cette valeur limite !

21.5.5 RECOMMANDATIONS POUR LE CHOIX DU LUBRIFIANT

Le choix du lubrifiant est essentiel au fonctionnement impeccable d'un engrenage et la méthode utilisée pour accéder aux points à lubrifier est primordiale afin d'assurer une durée de vie suffisante au réducteur ou au multiplicateur de vitesse. Le lubrifiant remplit principalement deux fonctions :

1. la formation d'un film lubrifiant porteur dans les paliers lisses ou à roulements et entre les flancs des dentures afin d'éviter tout contact métal sur métal, de diminuer les pertes.
2. la fonction de fluide caloporteur afin de maintenir la température des mécanismes dans des limites supportables par le lubrifiant.

Le lubrifiant est amené et réparti sur toute la largeur des dentures dans la zone d'engrènement par des buses. Le choix de la viscosité de service est un compromis entre une grande viscosité pour supporter de fortes pressions superficielles et une faible viscosité pour éviter les pertes par cisaillement. Le tableau 21.5 donne des indications pour le choix des viscosités des huiles. Il est complété par la valeur des rugosités moyennes en fonction du mode de taillage et de finition.

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

Tableau 21.5

Recommandations pour le choix de la viscosité des lubrifiants Selon MAAG-Taschenbuch 1985 [3.4] Rugosité des flancs de denture en fonction du mode de fabrication

Type de réducteurs ou multiplicateurs Les viscosités sont données à 40° C	Viscosité ISO-VG Selon norme ISO						
<i>Réducteurs pour turbomachines</i> Axes parallèles et planétaires Vitesses circonférentielles moyennes : Vitesses circonférentielles grandes :	VG-46 et VG-68 VG-32 et VG-46						
Réducteurs marins Réducteurs pour moteur Diesel : Réducteurs de turbines :	VG-100 VG-68 , VG-78 et VG-100						
Réducteurs pour service sévère Réducteurs planétaires : Réducteurs pour laminoirs :	VG-220 VG-220 et VG 320						
RUGOSITE DE LA DENTURE							
Le facteur de rugosité est fonction de l'état de surface du flanc							
Procédé de fabrication de la denture par enlèvement de matière	Rugosités usuelles max min						
Mortaisage	N9	N8	N7				
Fraisage	N9	N8	N7				
Brochage	N8	N7	N6				
Rectifiage	N7	N6	N5				
Polissage	N5	N4	N3				
Rodage	N4	N3	N2				
Classes de rugosité	N9	N8	N7	N6	N5	N4	N3
R _a en 0,001 mm	6,3	3,2	1,6	0,8	0,4	0,2	0,1
Remarque : La rugosité à introduire dans le calcul est fonction du procédé d'usinage. Elle peut varier suivant la méthode introduite dans la fabrication des Flancs. Les valeurs proposées sont celles des normes VSM.							

21.5.6 EXEMPLE DE CONTRÔLE D'UN ENGRENAGE PARALLÈLE

Soit à trouver les efforts et contrôler la contrainte de flexion et la pression superficielle dans un engrenage parallèle dont les dimensions correspondent à celles de l'exemple cité sous 19.3.9. Les conditions mécaniques extérieures sont :

- puissance à transmettre : 50 kW,
- fréquence de rotation de l'arbre moteur : 30 t/s,
- facteur d'application de la charge : 1,25.
- roues en acier de cémentation.

1. PREMIERS CALCULS MANUELS

Les coefficients de déport adoptés définitivement, figurant dans le tableau des dimensions géométriques, ont été modifiés, après application des formules proposées pour la répartition entre les deux roues hélicoïdales, de telle manière que le point figuratif sur la figure, pour $u = 4$, se trouve dans la zone d'engrènement favorable. La recherche manuelle des conditions d'utilisation de l'engrenage sont décrites dans les points cités ci-après.

Organes de transmission indirecte

Vitesse angulaire de l'arbre moteur :	$\omega_1 = 2 \pi n_1 = 2 \pi 30 \text{ s}^{-1} = 60 \pi \text{ s}^{-1}$.
Couple sur l'arbre moteur :	$M_1 = 50\,000 \text{ W} / 60 \pi \text{ s}^{-1} = 265,258 \text{ mN}$.
Force tangentielle sur la dent :	$F_t' = 2 M_1 / d_1' = 2 \cdot 265,258 \text{ mN} / 0,079167 \text{ m} = 6\,701,2 \text{ N}$.
Charge linéique :	$w' = 6701,2 \text{ N} / 55 \text{ mm} = 121,8 \text{ N/mm} \rightarrow w' > 100 \text{ N/mm}$.
Fréquence d'excitation :	$n_g = 19 \cdot 30 \text{ s}^{-1} = 570 \text{ Hz}$.
Masse approximative des roues : (simplification des diamètres)	$m_1 = 0,5 \cdot 7,85 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mm}^3 \cdot \pi \cdot 79,1672 \text{ mm}^2 / 4 = 0,01932 \text{ kg/mm}$. $m_2 = m_1 u^2 = 0,01932 \text{ kg/mm} \cdot 16,427 = 0,3174 \text{ kg/mm}$.
Masse réduite :	$m_{\text{red}} = 0,01932 \cdot 0,3174 / (0,01932 + 0,3174) = 0,0182 \text{ kg/mm}$.
Rigidité des dentures :	$c' = 14 \text{ N/mm } \mu\text{m}$ et $c_g = 20 \text{ N/mm } \mu\text{m}$ admis selon [3.7].
Fréquence propre :	$n_{\text{pr}} = (1/2 \pi) (20\,106 / 0,0182)^{0,5} = 5\,276 \text{ Hz}$.
Calcul dans le domaine hypocritique :	$N = 570 \text{ Hz} / 5276 \text{ Hz} = 0,108$.
Erreur de pas de base :	$f_{\text{pb}2} = [0,40 (4 + 0,25 (77,4 / \cos 14^\circ)^{0,5} + 5)] 1,6 = 13 \text{ mm}$
Qualité de la denture	ISO 6.
Facteur d'application de la charge :	$K_A = 1,25$ selon données du problème.
Facteur de charge dynamique	$K_v = 1 + 0,108 \cdot 14 / (1,25 \cdot 121,8) [0,32 + 0,57 / (2,5 - 0,3)] 13$ $K_v = 1,08$.

Ces divers résultats confirment approximativement les valeurs citées dans le tableau ci-après.

2. RÉSULTATS DU CONTRÔLE

Le tableau suivant donne tous les résultats obtenus par l'application des diverses relations proposées dans les divers sous chapitres sur :

- le contrôle de la contrainte de flexion au pied de dent,
- la pression superficielle sur la ligne des centres.

Les caractéristiques mécaniques introduites pour les deux roues sont :

1. Contrainte de flexion limite : pignon 1 : $\sigma_{F \text{ lim}} = 470 \text{ N/mm}^2$ roue 2 : $\sigma_{F \text{ lim}} = 460 \text{ N/mm}^2$.
2. Pression superficielle limite : pignon 1 : $p_{H \text{ lim}} = 1\,480 \text{ N/mm}^2$ roue 2 : $p_{H \text{ lim}} = 1\,460 \text{ N/mm}^2$.

Tableau 21.6

Résultat du contrôle de l'engrenage parallèle à denture hélicoïdale

Les dimensions géométriques sont données au sous-chapitre 19.3

1. EFFORTS APPLIQUÉS SUR L'ENGRENAGE		
Grandeurs	Pignon 1	Roue 2
<i>Grandeurs fondamentales</i>		
Puissance transmise en kW	$P =$	50.000
Rapport d'engrenage	$u =$	4.053
Fréquence de rotation en t/s	$n_1 =$ 30.000	$n_2 =$ 7.403
Couple de torsion en m*N	$M_1 =$ 265.258	$M_2 =$ 1074.994
Vitesse circonférentielle en m/s	$v_{u1} =$	7.461
<i>Composantes de la force totale</i>		
Composante tangentielle en N	$F_t' =$	6701.3
Composante radiale en N	$F_r' =$	2724.6
Composante axiale en N	$F_x' =$	1688.7
Composante normale réelle en N	$F_b =$	7234.0
Largeur de dent de calcul	$b' =$	55.0
Charge linéique	$w' =$	121.8
<i>Force résultante spatiale</i>		
Force totale normale au flanc en N	$F_{bn} =$	7428.5
Couple de basculement sur la roue en m*N	$M_{b1} =$ 66.85	$M_{b2} =$ 270.90
Qualité de la denture selon ISO	ISO :	6

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

Résultat du contrôle de l'engrenage parallèle à denture hélicoïdale
(suite du Tableau 21.6)

Grandeurs	Pignon 1	Roue 2
<i>Caractéristiques dynamiques</i>		
Fréquence d'excitation sur la dent	$n_g = 570.0$	
Fréquence propre de l'engrenage	$n_{pr} = 4755.4$	
Rigidité de la denture	$c' = 14.14$	
Rigidité de l'engrenage	$c_\gamma = 18.95$	
Durée de vie de l'engrenage en heures	$N_h = 20\ 000$ heures	
Erreur maximale sur le pas de base	$f_{pb} = 13\ \mu\text{m}$	
Facteur d'application de la charge	$K_A = 1.25$	
Facteur de charge dynamique	$K_V = 1.09$	
<i>Choix des matières pour les roues</i>		
Acier choisi selon entrée	cémentation	cémentation
Module d'élasticité en N/mm ²	$E_1 = 206\ 000$	$E_2 = 206\ 000$
Coefficient de Poisson	$\nu_1 = 0.30$	$\nu_2 = 0.30$
<i>Condition de fabrication des dentures</i>		
Denture cimentée, trempée et rectifiée		
Rugosité des flancs porteurs	$R_{a1} = 0.0008$	$R_{a2} = 0.0012$
2. CONTROLE DE LA CONTRAINTE DE FLEXION DANS LE PIED DE DENT		
Grandeurs	Pignon 1	Roue 2
<i>Géométrie du facteur de forme de dent</i>		
Hauteur partielle de tête	$h_{xa1} = 0.666$	$h_{xa2} = 1.288$
Hauteur partielle de pied	$h_{xf1} = 3.379$	$h_{xf2} = 3.519$
Bras de levier en flexion	$l_{F1} = 4.044$	$l_{F2} = 4.806$
Hauteur de la section de pied	$s_{Fn1} = 8.479$	$s_{Fn2} = 9.179$
Angle de pression de calcul	$\alpha_{Fn1} = 22.364$	$\alpha_{Fn2} = 21.169$
Facteur de forme de la dent	$Y_{F1} = 1.329$	$Y_{F2} = 1.359$
Facteur de correction de contrainte	$Y_{S1} = 2.215$	$Y_{S2} = 2.315$
Facteur de durée de vie de la matière	$Y_{NT1} = 1.000$	$Y_{NT2} = 1.000$
Facteur d'échelle	$Y_{X1} = 1.000$	$Y_{X2} = 1.000$
Facteur de répartition transversale	$K_{F\alpha} = 1.388$	
Facteur de répartition longitudinale	$K_{F\beta} = 1.381$	
Facteur d'angle d'hélice	$Y_\beta = 0.883$	
Contrainte limite en N/mm ²	$\sigma_{Flim1} = 470$	$\sigma_{Flim2} = 460$
Contrainte de flexion nominale	$\sigma_{F01} = 80.0$	$\sigma_{F02} = 85.5$
Contrainte de flexion de service	$\sigma_{Fw1} = 208.3$	$\sigma_{Fw2} = 222.6$
Contrainte admissible	$\sigma_{FP1} = 940.0$	$\sigma_{FP2} = 920.0$
Coefficient de sécurité	$S_{F1} = 4.51$	$S_{F2} = 4.13$

Résultat du contrôle de l'engrenage parallèle à denture hélicoïdale
(suite du Tableau 21.6 et fin)

3. CONTROLE DE LA PRESSION SUPERFICIELLE SELON HERTZ		
Grandeurs	Pignon 1	Roue 2
<i>Facteurs de correction</i>		
Facteur géométrique	$Z_H = 2.363$	
Facteur de conduite	$Z_\epsilon = 0.829$	
Facteur d'angle d'hélice	$Z_\beta = 0.985$	
Elasticité des matériaux	$Z_E = 189.8$	
Viscosité du lubrifiant en mm ² /s	$\nu_V = 68.0$	
Facteur d'influence du lubrifiant	$Z_{L1} = 0.946$	$Z_{L2} = 0.946$
Facteur de vitesse	$Z_{V1} = 0.992$	$Z_{V2} = 0.992$
Facteur de rugosité	$Z_{R1} = 0.963$	$Z_{R2} = 0.963$
Facteur de durée de vie	$Z_{NT1} = 1.000$	$Z_{NT2} = 1.000$
Facteur d'échelle	$Z_{X1} = 1.000$	$Z_{X2} = 1.000$
Pression limite des matériaux	$P_{Hlim1} = 1480$	$P_{Hlim2} = 1460$
Pression nominale sur la dent	$P_{H0} = 510.3$	
Pression superficielle en service	$P_{Hw} = 823.1$	
Pression admissible ($S_{hmin}=1$)	$P_{HP1} = 1338$	$P_{HP2} = 1320$
Coefficient de sécurité	$S_{H1} = 1.63$	$S_{H2} = 1.60$
FIN DU CONTROLE DE L'ENGRENAGE CYLINDRIQUE		

21.6 CONTRÔLE DES ENGRENAGES CONCOURANTS

Le contrôle des engrenages à axes concourants, à denture droite, inclinée ou spirale conique suit la même méthode que celle adoptée pour les engrenages parallèles à roues cylindriques :

1. contrôle de la contrainte de flexion dans le pied de dent,
2. contrôle de la pression superficielle entre flancs.

Les divers facteurs de correction sont adaptés aux particularités des engrenages à axes concourants. La méthode proposée ici suit approximativement celle développée dans [3.8].

21.6.1 CONTRÔLE DE LA CONTRAINTE DE FLEXION DANS LA DENT

21.6.1.1 CHARGE LINÉIQUE

Les composantes de la force normale totale entre les dents du pignon 1 et de la roue 2 ont été trouvées dans les sous chapitres 21.1.4 et 21.1.5 . Le calcul de ces forces s'effectue sur le diamètre moyen d_{m1} de la denture du pignon, soit au milieu de la largeur b . La charge linéique se définit par :

$$w' = F_{t1}/b_{\text{eff}} = F_{t2}/b_{\text{eff}}, \quad (21.19.1)$$

avec :

F_{t1} selon les relations pour la denture droite et pour la denture hélicoïdale.

b_{eff} largeur effective de calcul : en général : $b_{\text{eff}} = 0,85 b$ pour la denture avec bombé longitudinal, sinon introduire la longueur portante.

21.6.1.2 CONTRAINTE NOMINALE DE FLEXION

La contrainte nominale de flexion dans le pied de dent peut se trouver par la relation générale des roues cylindriques, soit :

$$\sigma_{F0} = \frac{w'}{m} \frac{\cos\alpha_{mt}}{\cos\alpha_{mt}'} Y_F Y_S Y_\beta. \quad (21.19.2)$$

avec :

- w' charge linéique selon relation (21.19.1) ,
- m_{mn} module moyen au milieu de la largeur,
- Y_F facteur de forme de dent calculé dans la section virtuelle avec :
 z_v le nombre de dents virtuel de définition de la dent selon tableau,
- Y_S facteur de correction de contrainte,
- Y_β facteur d'angle d'hélice moyenne.

21.6.1.3 CONTRAINTE DE FLEXION EN SERVICE

La contrainte de flexion en service fait intervenir tous les facteurs extérieurs et intérieurs à la denture :

$$\sigma_{Fw} = \sigma_{F0} K_A K_v K_{F\alpha} K_{F\beta}, \quad (21.19.3)$$

avec :

- K_A facteur d'application de la charge,
- K_v facteur de charge dynamique, voir ci-après,
- $K_{F\alpha}$ facteur de répartition transversale de la charge sur le profil, voir ci-après,
- $K_{F\beta}$ facteur de répartition longitudinale de la charge sur la dent, voir ci-après.

Remarques concernant les facteurs K pour la denture des roues coniques :

1. Facteur de charge dynamique K_v :

Le facteur de charge dynamique tient compte de la fréquence propre de l'engrenage, c'est-à-dire de la rigidité des dentures et de l'inertie des masses. Comme la rigidité de la denture sur roue conique n'est pas constante sur toute la largeur de la dent, il est possible d'admettre les valeurs moyennes suivantes pour $K_A w' \geq 100$ N/mm :

- raideur de la denture : $c_e' = 14$ N/mm μm ,
- raideur de l'engrenage : $c_\gamma = 20$ N/mm μm .

Pour une charge linéique inférieure à 100 N/mm, la raideur est :

$$c_{se}' = c_e' K_A w' / 100.$$

Réduction des masses : les moments d'inertie de masse J_{a1} et J_{a2} sont à déterminer sur les roues réelles et non sur les roues virtuelles. La réduction des masses s'effectue sur le diamètre de base défini dans la section moyenne.

2. Facteur de répartition transversale $K_{F\alpha}$:

Pour simplifier la détermination de ce facteur, il est admis que les relations proposées pour les roues cylindriques sont aussi applicables aux roues coniques. Les classes de qualité des dentures pour roues coniques ne sont pas normées selon ISO. La précision atteinte est habituellement inférieure à celle des roues cylindriques.

Tableau 21.7

Facteur d'appui $K_{H\beta \beta e}$ pour engrenages concourants et hypoïdes

Mode de support de l'arbre des deux roues			
Utilisation de l'engrenage	Des deux Côtés	un des 2 côtés l'autre en porte-à-faux	les deux roues en porte-à-faux
Aviation et haute Technologie	1,00	1,10	1,25
Véhicules Routiers	1,00	1,10	1,25
Industrie Navires	1,00	1,25	1,50

3. Facteur de répartition longitudinale $K_{F\beta}$:

Pour les flancs bombés de la denture, le contact entre les flancs se concentre dans la partie centrale de la denture. L'effet de la déformation dépend en grande partie du mode de support des arbres. Cette caractéristique est introduite dans le calcul au moyen du facteur d'appui $K_{H\beta \beta e}$ donné dans le tableau ci-dessus. Il est ainsi possible d'admettre un facteur de répartition longitudinale valant 1,5 fois ce facteur d'appui :

$$K_{F\beta} = K_{H\beta} = 1,5 K_{H\beta \beta e}.$$

Cette valeur est aussi introduite dans le contrôle de la contrainte de flexion dans le pied de dent de telle sorte que :

$$K_{F\beta} = K_{H\beta} = 1,5 K_{H\beta \beta e}.$$

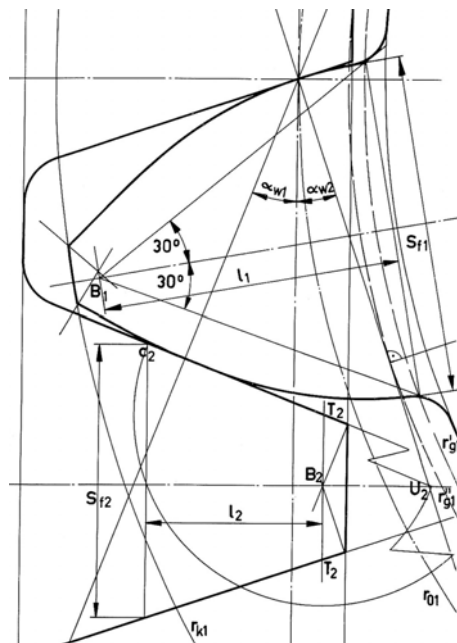


Figure 21.23 Profils de la denture de la crémaillère et de la dent selon Oerlikon

4. Cas particulier de la denture spiro-conique Eloïde, type EN

Le contrôle de la contrainte de flexion dans le pied de dent devrait tenir compte de l'angle de pression réel, très souvent différent de 20° par suite de l'inclinaison de la broche d'usinage de 1,5° ou 3,0°. La figure 21.23 montre le dessin du profil de cette denture selon document

Oerlikon, la recherche des sections de contrôle au moyen des tangentes inclinées de 30°, profil taillé avec deux angles d'outil différents..

5. *Remarque concernant le facteur de forme de dent Y_F*

Les diverses méthodes de calcul du facteur de forme de dent supposent des flancs de denture de forme géométrique constante. La denture droite ou inclinée sur roues coniques possède un profil taillé avec un profil avec arrondi constant le long de la dent qui diminue en hauteur vers le sommet des cônes. Le profil n'est donc plus constant et un calcul exact du coefficient de forme de dent est illusoire. La procédure de calcul simplifiée et proposée précédemment suffit dans la plupart des applications courantes.

21.6.1.4 CONTRAINTE DE FLEXION ADMISSIBLE

La contrainte de flexion admissible doit tenir compte des caractéristiques mécaniques des matériaux et de divers facteurs de correction selon la relation générale :

$$\sigma_{FP} = \sigma_{F \text{ lim}} Y_{NT} Y_{ST} Y_X Y_K / S_{F \text{ min}}, \quad (21.19.4)$$

avec :

$\sigma_{F \text{ lim}}$ contrainte de flexion limite en durée du matériau,

Y_{NT} facteur de durée de vie selon tableau,

Y_{ST} facteur de concentration de contrainte : $Y_{ST} = 2,0$,

Y_X facteur d'échelle selon valeurs proposées pour m_{mn} ,

Y_K facteur pour denture sur roues coniques.

Ce facteur tient compte de la forme de la dent, de sa hauteur et de sa rigidité en fonction de la largeur b . À l'état actuel des connaissances, ce facteur vaut : $Y_K = 1,0$.

$S_{F \text{ min}}$ coefficient de sécurité minimum selon exposé.

21.6.1.5 COEFFICIENT DE SÉCURITÉ EN FLEXION

La valeur du coefficient de sécurité total en flexion dans les engrenages à axes concourants peut se trouver par :

$$S_F = \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_{Fw}} S_{F \text{ min}}. \quad (21.19.5)$$

avec :

σ_{FP} contrainte de flexion admissible selon relation (21.19.4),

σ_{Fw} contrainte de flexion en service selon relation (21.19.3),

$S_{F \text{ min}}$ coefficient de sécurité minimum.

21.6.2 CONTRÔLE DE LA PRESSION SUPERFICIELLE

Le contrôle de la pression superficielle s'effectue sur la ligne des centres dans la section virtuelle moyenne, en introduisant le module moyen calculé au milieu de la largeur de la denture b .

21.6.2.1 PRESSION SUPERFICIELLE NOMINALE

La pression superficielle nominale ou de base se trouve par :

$$p_{H0} = \sqrt{\frac{w' (u_v + 1)^2}{2 a_v u_v}} Z_{H'} Z_E Z_\varepsilon Z_\beta, \quad (21.20.1)$$

avec :

- p_{H0} pression superficielle de base,
- Z_H facteur géométrique de charge linéique selon relation proposée,
- Z_E facteur d'élasticité des matériaux de l'engrenage selon relation proposée,
- Z_ϵ facteur de conduite selon relation proposée,
- Z_β facteur d'inclinaison de l'hélice moyenne β_m : $Z_\beta = \{\cos\beta_m\}^{0,5}$.

21.6.2.2 PRESSION SUPERFICIELLE EN SERVICE

La pression superficielle en service fait intervenir la pression de base multipliée par la racine carrée des divers facteurs de correction :

$$p_{Hw} = p_{H0} \{ K_A K_v K_{H\alpha} K_{H\beta} \}^{0,5} \quad (21.20.2)$$

avec :

- K_A facteur d'application de la charge,
- K_v facteur de charge dynamique,
- $K_{H\alpha} = K_{F\alpha}$ facteur de répartition transversale,
- $K_{H\beta} = K_{F\beta}$ facteur de répartition longitudinale.

21.6.2.3 PRESSION SUPERFICIELLE ADMISSIBLE

La pression superficielle admissible fait intervenir les caractéristiques mécaniques de matériaux et divers facteurs de correction ainsi que le coefficient minimal de sécurité à la pression :

$$p_{HP} = \frac{p_{H \lim} Z_{NT}}{S_{H \lim}} Z_L Z_v Z_R Z_W Z_X Z_K, \quad (21.20.3)$$

avec :

- $p_{H \lim}$ pression superficielle limite trouvée expérimentalement,
- Z_{NT} facteur de durée de vie,
- Z_L facteur de lubrifiant,
- Z_v facteur de vitesse circonférentielle,
- Z_R facteur de rugosité,
- Z_W facteur de dureté de flanc,
- Z_X facteur d'échelle,
- Z_K facteur pour roues coniques : $Z_K = 0,85$ à l'état actuel des connaissances,
- $S_{H \min}$ coefficient de sécurité minimum à la pression superficielle selon 21.5.4.9.

21.6.2.4 COEFFICIENT DE SÉCURITÉ EN PRESSION

Le contrôle du coefficient de sécurité à la pression superficielle s'effectue en calculant le rapport des pressions admissible et en service multiplié par le coefficient de sécurité minimal utilisé précédemment :

$$S_H = \frac{p_{HP}}{p_{Hw}} S_{H \min}. \quad (21.20.4)$$

avec :

- p_{HP} pression superficielle admissible selon relation (21.20.3),
- p_{Hw} pression superficielle en service selon relation (21.20.2),
- $S_{H \min}$ coefficient de sécurité minimum selon 21.6.2.3 ou 21.5.4.9.

21.7 DÉFORMATIONS, CORRECTIONS ET ÉCHAUFFEMENT

Sous l'effet des charges appliquées sur l'engrenage, toutes les pièces constituant ce type de mécanisme tels les roues dentées, les paliers et les arbres se déforment et modifient inmanquablement la géométrie des dentures discutée jusqu'ici. Une répartition non uniforme des températures dans les corps de roue et l'effet centrifuge dans les transmissions à haute vitesse influencent également la géométrie fondamentale.

21.7.1 DÉFORMATIONS DES DENTURES ET DES ARBRES

Pour assurer une durée de vie suffisante de l'engrenage, il est nécessaire d'atteindre une portée de haute qualité sur les flancs actifs des deux roues tant dans le sens transversal que dans le sens longitudinal. Cette condition à satisfaire absolument dans les engrenages de grande précision impose une détermination correcte des déformations mécaniques des dentures sous charge.

21.7.1.1 DÉFORMATION DES DENTS

Considérons un engrenage parallèle droit réel constitué d'un pignon 1 et d'une roue 2 en prise sur la longueur de conduite g . Sous l'effet de la charge entre flancs, les dents de ces deux roues fléchissent et le pas de base, compris entre deux flancs déformés ou non, subit une modification. La figure 21.24 à gauche montre l'engrènement et la charge sur les dents du pignon en fonction de la position du point de contact sur la longueur de conduite.

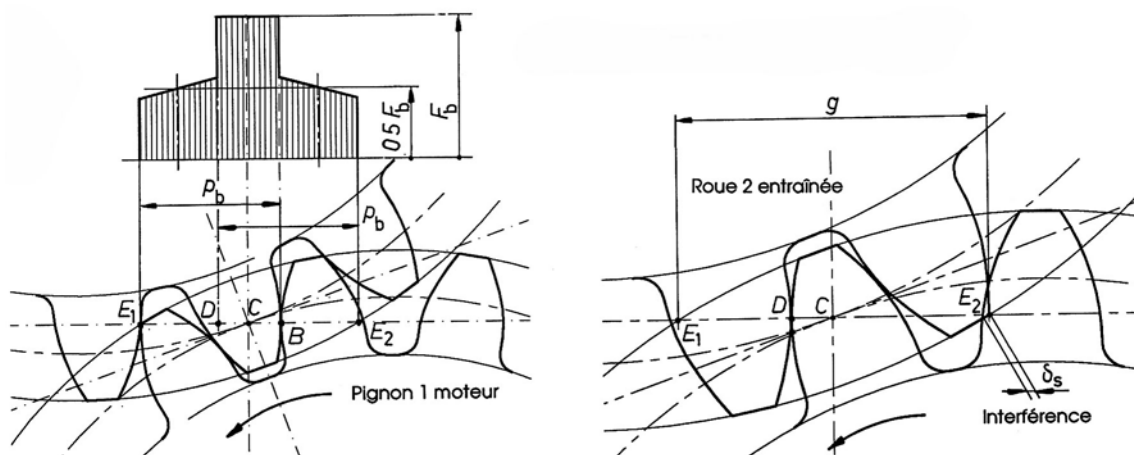


Figure 21.24 Variation de la charge sur la denture droite du pignon d'un engrenage parallèle
Déformation subie par la denture du pignon et interférence des dents

Les mesures effectuées sur des dentures droites réelles à faible vitesse et sous charge ont montré une variation approximativement linéaire dans la zone de double contact, la valeur moyenne de la force normale étant $1/2 F_b$, la force normale variant d'environ 40% à 60% de F_b , et une variation brusque aux deux extrémités de cette zone.

Pour les dentures droites sollicitées normalement et fléchies, la déformation de la paire de dents en prise provoque :

- sur la denture de la roue motrice un raccourcissement du pas de base,
- sur la denture de la roue menée, un allongement du pas de base.

Il en résulte une erreur du pas de base dans l'engrènement et un à-coup au point E_2 . La figure 21.24 à droite montre la position de l'extrémité de la denture de la roue interférant avec le

profil de pied du pignon 1. L'interférence des dents peut se trouver approximativement en fonction de la charge linéique et l'élasticité des dents par :

$$\delta_s = w' / c_\gamma, \quad (21.21.1)$$

avec :

w' charge linéique sur le denture,

c_γ raideur totale de l'engrenage..

21.7.1.2 DÉFORMATION DES ROUES ET DES ARBRES

La transmission de la puissance entre les deux roues formant l'engrenage parallèle simple provoque des déformations complémentaires :

- en flexion engendrée par les charges réparties sur la largeur des dentures,
- en torsion par les couples sur le pignon menant et la roue menée.

Les conditions idéales sont atteintes lorsque les roues sont centrées entre appuis de telle manière que la déformation de flexion prenne une allure symétrique par rapport aux paliers et le couple moteur engendre une charge linéique w' répartie uniformément sur toute la largeur des roues. Les méthodes de recherche des déformations présentées au chapitre 5 sont applicables dans ce genre de transmission.

21.7.2 CORRECTIONS DE DENTURE

Le but des corrections de denture est d'obtenir une transmission progressive de l'effort normal sur les flancs dans la zone de double contact et une charge linéique répartie uniformément dans la direction axiale. Ces corrections s'appliquent aux engrenages de très bonne qualité, pratiquement à partir de la qualité 6 et meilleure. Pour les dentures de moins bonne qualité, il est possible de prévoir une correction par dépouille de tête, de pied, avant et arrière de manière à éviter un contact ponctuel à l'extrémité des dents, figure 21.25 à gauche. Cette méthode approximative est d'usage général dans les engrenages concourants.

21.7.2.1 CORRECTION DU PROFIL DE LA DENT

La correction du profil a pour but d'obtenir une variation linéaire de la charge normale sur les flancs de $\vec{F}_n = 0$ à $\vec{F}_n = \vec{F}_{bt}$ dans la zone de double contact et non des sauts brusques de charge comme représenté sur la figure 21.24. Pour éviter ce défaut de transmission, la méthode la plus simple consiste à corriger les profils de tête de la denture des roues menante et menée. Des sauts brusques de charge sont des sources de vibrations et de bruit dans la transmission. L'interférence des profils due à la déformation mécanique des dentures vaut approximativement la valeur donnée par l'expression (21.21.1) ci-dessus. La correction à apporter aux deux profils doit être choisie de telle manière que la répartition trapézoïdale soit si possible atteinte pendant l'engrènement.

La correction maximale sur le diamètre de tête de la roue et le pignon vaut ainsi :

$$C_a = \delta_s = w' / c_\gamma. \quad (21.21.2)$$

Cette correction est représentée sur le diagramme de la forme du profil.

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

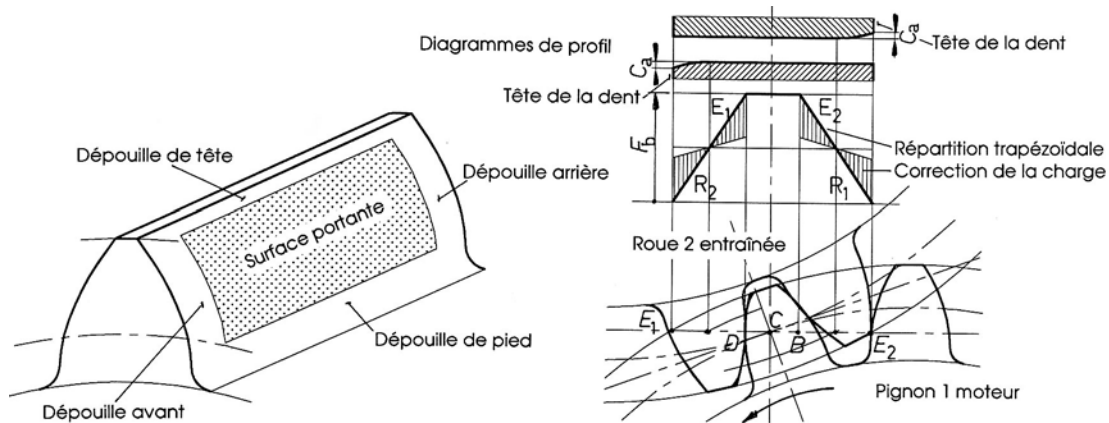


Figure 21.25 Correction approximative du flanc porteur sur une denture de qualité moyenne (bombé)
Correction du profil de tête de manière à obtenir une répartition trapézoïdale de la charge

Le premier point de contact se situe en E_2 entre la tête de la roue menée et le pied du pignon menant. Une seconde paire de dents est déjà en contact au point D . Juste avant cette position, une seule paire de dents transmet entièrement la puissance entre les deux arbres. Par suite de l'élasticité des pièces, la dent de la roue menante se déplace de la quantité δ_s le long de la ligne de conduite. Pour éviter une application brusque de la charge sur la paire de dents suivante, le profil de tête de la roue est corrigé de la quantité $C_a = \delta_s$, cette correction étant progressive le long de la dent. La surface triangulaire R_1 représente la décharge à l'engrènement tandis que la surface triangulaire E_1 donne la charge supplémentaire sur l'autre paire de dents. Par correction sur le profil de tête de la roue menante, la charge sur la paire sortant du contact diminue progressivement, surface R_2 , tandis que la charge augmente progressivement sur la paire suivante, surface E_2 . La correction des profils est représentée fortement agrandie sur les diagrammes de profil pour le pignon et la roue. Il est également possible de procéder à une correction de tête et de pied sur une seule roue.

Les dentures hélicoïdales présentent des conditions d'engrènement semblables à celles des dentures droites et la rigidité c_γ des dentures tient compte de l'angle d'hélice β . La méthode de correction applicable dans ce genre d'engrenage parallèle est donc identique.

21.7.2.2 CORRECTIONS LONGITUDINALES

Les corrections longitudinales apportées aux flancs des dentures ont pour but d'atteindre une charge linéique constante sur toute la largeur des deux roues, compte tenu des déformations en flexion et torsion des arbres et des roues.

1. Déformations en flexion

Pour une pièce fléchie symétrique, composée de trois tronçons à rigidité flexionnelle constante par tronçon, sollicitée par une charge répartie uniformément sur le tronçon central, les méthodes de la résistance des matériaux permettent de trouver les déformations angulaire et linéaire en flexion en tout point placé entre les deux appuis articulés. Les caractéristiques géométriques et mécaniques de la pièce très simplifiée sont, figure 21.26 à gauche :

- longueur entre appuis : L ,
- charge linéique : $w_b = w'/\cos\alpha_t'$ (située dans le plan d'action),
- répartition de la charge sur la largeur : b ,
- moments quadratiques des sections $I_{z1}, I_{z2}, I_{z3} = I_{z1}$,
- module d'élasticité : E .

La construction du diagramme des moments fléchissants et de la poutre conjuguée, chargée par M_{fx}/I_{zx} permet de trouver la déformation en flexion. Le tronçon intervenant dans la correction longitudinale est limité à la largeur b de la denture. La variation maximale du moment fléchissant sur ce tronçon est parabolique. Cette variation vaut :

$$\Delta M_{f \max} = 0,125 b^2 w' / \cos \alpha_t'$$

Le problème réel présente quelques particularités, figure 21.26 à droite. La distance entre appuis étant désignée par L , cette distance est définie au tiers de la largeur des paliers radiaux supportant l'arbre. Le moment quadratique de la roue dentée est calculé sur le diamètre primitif de fonctionnement d_1' : $I_{z2} = \pi d_1'^4 / 64$. La roue dentée est en contact avec une seule roue conjuguée et le couple de torsion est transmis sur l'accouplement placé à gauche. Le système de coordonnées $O x y$ est choisi comme suit : origine O au début de la largeur de dent, axe $O x$ sur l'axe de l'arbre, axe $O y$ perpendiculaire dans le sens positif.

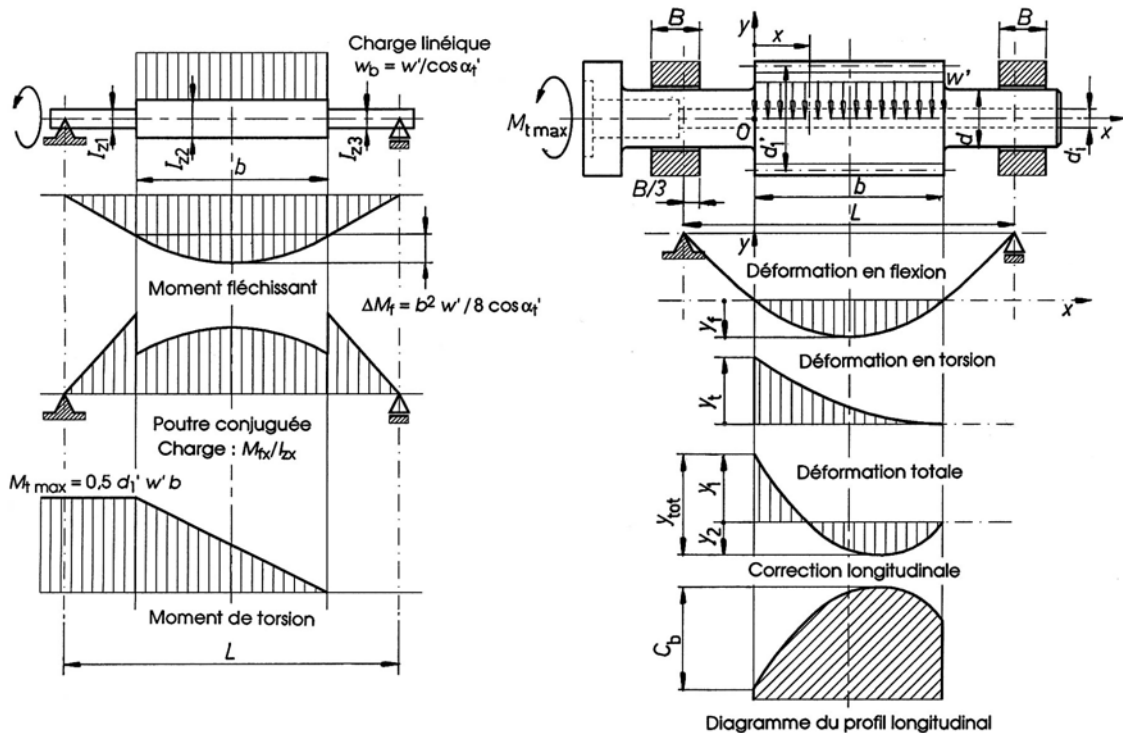


Figure 21.26 Modèle de calcul des déformations en flexion et torsion
Arbre avec roue dentées et représentation des déformations

La déformation en flexion, supposée variant quadratiquement sur la largeur b de la roue dentée, peut s'exprimer par :

$$y_{fx} = -\frac{2 w' (\eta - 7/12) \chi^4}{\pi E \cos \alpha_t'} \left[1 - \left(1 - 2 \frac{x}{b} \right)^2 \right] \quad (21.22.3)$$

avec :

- w' charge linéique uniforme par hypothèse,
- E même module d'élasticité de l'arbre plein et de la roue ,
- x abscisse du point de définition,
- χ rapport géométrique : $\chi = b/d_1'$,
- η rapport de distance d'appui : $\eta = L/b$.

Si le contact a lieu entre la roue 1 et deux ou plusieurs autres roues de telle sorte que la poussée résultante engendrée par les diverses charges linéiques soit nulle, il n'y a pas de

déformation en flexion. Si l'arbre est foré par un alésage de diamètre constant d_i , cette déformation y_{fx} est à multiplier par le facteur :

$$1 / [1 - (d_i/d_1')^4].$$

2. Déformations en torsion

La même pièce est sollicitée du côté moteur par un couple de torsion $M_{t \max}$ constant sur le premier tronçon, diminuant linéairement sur la largeur b de la roue pour atteindre la valeur nulle au début du troisième tronçon. L'expression du couple de torsion en fonction de l'abscisse x peut se donner par l'expression :

$$M_{tx} = M_{t \max} [1 - (x/b)] = \frac{1}{2} d_1' w' b [1 - (x/b)].$$

En appliquant la relation générale de la déformation en torsion : $d\varphi/dx = M_{tx}/(G Ip)$, l'angle de déformation se trouve par :

$$\varphi_x = \frac{8 d_1' w' b^2}{\pi G d_i^4} \left[1 - 2 \frac{x}{b} + \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right].$$

et le déplacement du flanc à l'abscisse x par :

$$y_{tx} = \varphi_x \frac{d_1'}{2} = \frac{4 w' \chi^2}{\pi G} \left[1 - 2 \frac{x}{b} + \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right]. \quad (21.22.4)$$

Si l'arbre supportant la roue est muni d'un forage au diamètre d_i , le déplacement du flanc y_{tx} est à multiplier par le facteur :

$$1 / [1 - (d_i/d_1')^4].$$

3. Déformation totale du flanc

La déformation totale du flanc est égale à la somme algébrique des déformations en flexion et en torsion, soit :

$$y_x = y_{fx} + y_{tx}. \quad (21.22.5)$$

Cette déformation peut se représenter par une courbe continue en fonction des deux composantes des déformations et de l'abscisse x , figure 21.26 à droite.

4. Correction longitudinale

La correction à apporter aux flancs porteurs de la denture doit compenser la déformation totale trouvée au moyen des expressions (21.21.3) à (21.21.5). La figure 21.26 à droite montre le diagramme du profil longitudinal dans lequel la correction maximale vaut :

$$C_b = |y_{tot}| = |y_1| + |y_2|. \quad (21.22.6)$$

Les corrections transversale et longitudinale sont apportées au pignon, les roues conjuguées étant ajustées de telle sorte que la direction des flancs corresponde exactement à celle des axes non déformés. Toutes ces corrections sont affectées d'écarts dépendant de la qualité ISO adoptée.

21.7.3 RENDEMENT ET ÉCHAUFFEMENT

Bien que les transmissions par engrenages parallèles ou concourants soient des mécanismes à haut rendement, les pertes engendrées par le glissement des profils peuvent provoquer des usures ou des températures de fonctionnement mettant en danger la sécurité de l'ensemble.

21.7.3.1 RENDEMENT MÉCANIQUE D'UN ENGRENAGE PARALLÈLE

Le rendement mécanique de l'engrènement va dépendre essentiellement du glissement des flancs : coefficient de frottement réel, vitesse de glissement en particulier sa valeur le long de la conduite, caractéristiques du lubrifiant. Les hypothèses simplificatrices suivantes sont introduites dans le calcul :

1. le coefficient de frottement obéit à la loi de Coulomb,
2. le coefficient de frottement est indépendant de la vitesse de glissement,
3. la force normale diminue de moitié dans la zone de double contact,
4. il n'y a pas d'accumulation d'énergie mécanique dans la transmission.

La recherche du rendement mécanique fait intervenir le rapport des puissances : puissance introduite sur l'arbre moteur, puissance à disposition sur l'arbre de sortie. L'expérience a démontré que la puissance perdue était proportionnelle à la charge, variait peu avec la viscosité du lubrifiant mais dépendait de la vitesse des roues. Le rendement de l'engrènement a été recherché pour un engrenage parallèle droit. Pour l'engrenage parallèle à roues à dentures hélicoïdales, en supposant la force normale variant par palier, le rendement de l'engrènement s'exprime par :

$$\eta_{z\text{méc}} = 1 - \mu \frac{u \pm 1}{u} \frac{\pi}{z_1 \cos \beta_b} (1 - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_{\alpha 1} + \varepsilon_{\alpha 2}). \quad (21.23.1)$$

Le coefficient de frottement moyen peut se déterminer en première approximation au moyen de la relation expérimentale proposée dans [3.7] :

$$\mu_m = 0,045 \left(\frac{K_A w_b}{v_{\Sigma m} \rho_{\text{red}}} \right)^{0,2} \eta_M^{-0,05} X_R \leq 0,2. \quad (21.23.2)$$

Avec :

- w_b charge linéique normale : $w_b = F_{bt}/b = w'/\cos\alpha_t'$ (au minimum 150 N/mm),
- $v_{\Sigma m}$ somme moyenne des vitesses relatives sur la conduite, au point C $v_{\Sigma C} = 2 v_u' \sin\alpha_t'$, pour $v_u' > 50$ m/s, introduire la valeur pour 50 m/s,
- ρ_{red} rayon réduit moyen : $1/\rho_{\text{red}} = 1/r_1 + 1/r_2$ au point de calcul,
- η_M viscosité dynamique du lubrifiant à la température moyenne en surface des flancs, en mPas.s,
- X_R facteur de rugosité dans la détermination de mm : $X_R = 3,8 (R_a/d_1')^{0,25}$ avec :
 $R_a = (R_{a1} + R_{a2})/2$ moyenne des rugosités moyennes arithmétiques des flancs.

Les pertes de puissance dans un réducteur ou un multiplicateur à engrenage sont égales à la somme des pertes partielles [3.7] :

$$P_V = P_{Vz} + P_{Vz0} + P_{VB} + P_{VB0} + P_{VD} + P_{VX}, \quad (21.23.3)$$

avec :

- P_{Vz} pertes par le glissement et le roulement des flancs,
- P_{Vz0} pertes par la transmission à vide de l'engrenage (brassage de l'air et du lubrifiant),
- P_{VB} pertes dans les paliers sous charge,
- P_{VB0} pertes dans les paliers à vide,
- P_{VD} pertes dans les joints et garnitures d'étanchéité,
- P_{VX} autres pertes dans la transmission.

Finalement, le rendement total de la transmission par engrenage vaut :

$$\eta_{\text{tot}} = 1 - P_V/P_e, \quad (21.23.4)$$

avec : P_e puissance à l'entrée du mécanisme.

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

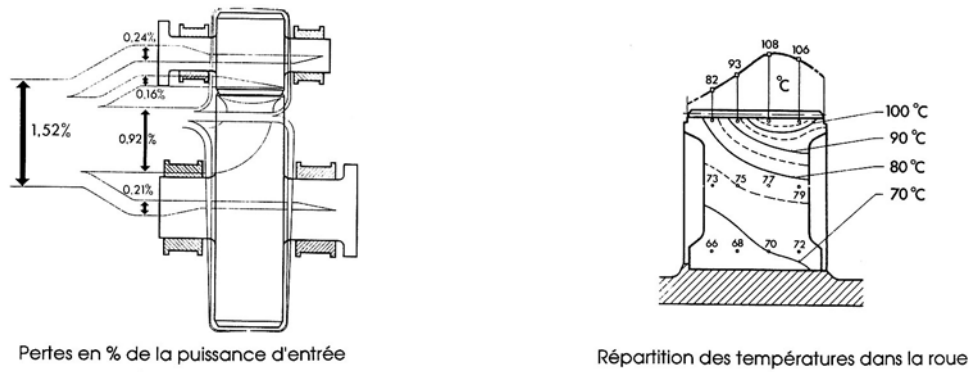


Figure 21.27 Répartition des pertes dans un réducteur de 35 MW, $v_u' = 117$ m/s (selon MAAG)
Répartition des températures dans la roue d'un engrenage de 50 MW (selon MAAG)

21.7.3.2 RÉPARTITION DES PERTES DANS LE MÉCANISME

La figure 21.27 à gauche représente les pertes en pour cents dans un engrenage prévu pour une transmission de 35 MW avec une vitesse circonférentielle $v_u' = 117$ m/s . La figure à droite montre la répartition de la température dans un engrenage prévu pour 50 MW avec une vitesse circonférentielle $v_u' = 137$ m/s. La répartition non uniforme de la température dans la roue modifie les dimensions géométriques et nécessite également une correction.

21.7.4 GRIPPAGE À FAIBLE VITESSE ET FORTE PRESSION

Ce genre de grippage, relativement rare, intervient à faible vitesse, $v_u' < 4$ m/s, principalement sur des flancs en acier amélioré de qualité grossière. L'effet thermique n'intervient pas. Il n'existe pas pour l'instant de critère sûr de contrôle, la théorie élastohydrodynamique pouvant être introduite dans ce cas. Les moyens d'éviter cette destruction des flancs est d'augmenter la viscosité du lubrifiant, de procéder à une correction du profil afin d'éviter les à-coups, d'améliorer la qualité de la fabrication et de diminuer la rugosité des surfaces.

21.7.5 MÉTHODE ÉLÉMENTAIRE DE CONTRÔLE DU GRIPPAGE

Cette méthode élémentaire, basée sur le MAAG Taschenbuch 1963, permet de contrôler manuellement si les flancs actifs risquent de gripper sous l'effet de la charge. À partir des valeurs de la charge linéique, de la vitesse circonférentielle et de la viscosité du lubrifiant sans additif, cette méthode détermine un facteur de charge :

$$F_{\text{Charge}} = w' v_u'^{0,25} (46/v_{40})^{1/6} = F_{\text{geom}}, \quad (21.24.1)$$

avec :

- w' charge linéique selon relation générale précédente,
- v_u' vitesse circonférentielle sur les cercles primitifs de fonctionnement,
- v_{40} viscosité cinématique du lubrifiant en mm^2/s .

Le facteur géométrique dépend de l'angle de pression; pour un angle de génération $\alpha = 20^\circ$, ce facteur se trouve par :

$$F_{\text{geom}} = \frac{(50 + z_1 + z_2) \sqrt{a}}{300} C_u. \quad (21.24.2)$$

- avec : pour $1 \leq u < 3$: $C_u = 100 + 33,3 (3 - u)$,
- pour $3 \leq u \leq 10$: $C_u = 130 - 10 \{109 - (13 - u)^2\}^{0,5}$.

Cette méthode de calcul s'applique aux dents déportées utilisées par exemple dans les engrenages de turbomachines ou des réducteurs industriels de type semblable. Elle ne permet pas de trouver la grandeur du coefficient de sécurité au grippage.

21.7.6 GRIPPAGE ET TEMPÉRATURE ÉCLAIR

Le principe du contrôle, basé sur la théorie élaborée par le professeur Blok, consiste à vérifier qu'en tout point de l'engrènement la température instantanée, appelée température éclair, ne doit en aucun cas dépasser la température admissible.

21.7.6.1 FORMULE ORIGINALE SELON H. BLOK

Comme les surfaces des flancs se déforment sous l'effet de la pression et s'échauffent par suite du glissement, l'énergie produite se transforme en énergie thermique et provoque une augmentation importante et très localisée de température que nous voulons appeler température éclair ou flash (Blitztemperatur). Pour les roues en acier à mêmes caractéristiques mécaniques et physiques, la température éclair se trouve par la relation développée par H. Blok :

$$\vartheta_{\text{fla}} = 0,62 \mu_{\text{inst}} w_{\text{bn}}^{0,75} \left[\frac{E_{\text{red}}}{(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \right]^{0,25} \frac{\sqrt{v_{r1}} - \sqrt{v_{r2}}}{B_M}, \quad (21.25.1)$$

avec :

- ϑ_{fla} température éclair en °C,
- μ_{inst} coefficient de frottement local au commencement du grippage,
- w_{bn} charge linéique locale normale aux flancs en N/mm,
- E_{red} module d'élasticité résultant ou réduit :
 $E_{\text{red}} = 2 E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$ en N/mm²,
- ν coefficient de Poisson des matériaux : $\nu = 0,3$,
- r_1, r_2 rayon de courbure des flancs du pignon et de la roue en mm,
- v_{r1}, v_{r2} vitesses relatives du point sur les flancs du pignon et de la roue, perpendiculaires à la ligne d'action en mm/s,
- B_M coefficient thermique de contact : $B_M = \lambda \rho c$,
 Pour les aciers : $B_M = 13,6 \text{ N}/(\text{mm s}^{0,5} \text{ K})$.

D'après les propositions ISO : $\mu_{\text{inst}} = \mu_{\text{my}}$, avec μ_{my} le coefficient de frottement local.

Sous l'effet de pressions linéiques et vitesses de glissement élevées, le film lubrifiant entre les flancs porteurs peut être trop fortement sollicité et aux endroits critiques peut même se rompre et disparaître de telle sorte que les surfaces métalliques viennent en contact et commencent à gripper. Ce phénomène se reconnaît par les traces profondes partant de la tête ou du pied de dent et se dirigeant vers le cercle primitif. Cette destruction des flancs peut se poursuivre progressivement ou même se résorber sous charge très modeste appliquée par la suite. Comme la rugosité des flancs diminue avec les heures de service, la portance du film d'huile s'améliore avec le temps. Pour les roues dentées de petites dimensions utilisées dans les bancs d'essai, le grippage dépend de la température des roues et après le début du grippage, le coefficient de frottement augmente fortement et les traces de grippage s'étalent sur tous les flancs actifs. Pour les roues de grandes dimensions, après début du grippage, la température varie moins fortement et le grippage se limite aux zones à fort glissement.

Cette théorie sur la température flash, trop compliquée, ne s'est pas imposée après de longues discussions au niveau de la normalisation ISO.

21. Contrôles des engrenages parallèles et concourants

21.7.6.2 SIMPLIFICATION DANS LE CALCUL DU COEFFICIENT μ_{my}

Les conditions de frottement entre les flancs d'engrenages industriels montrent qu'il s'agit d'un mélange de frottement mécanique et hydrodynamique, influencé par la somme des vitesses $v_{\Sigma} = v_{r1} + v_{r2}$ et de la vitesse de glissement $v_{gl} = |v_{r1} - v_{r2}|$. Pour des dentures déportées et corrigées, le coefficient de frottement local peut se trouver par l'expression :

$$\mu_{my} = 0,12 \left(\frac{w_{bn} R_a}{\rho_{red} v_{\Sigma} \eta_M} \right)^{0,25}, \quad (21.25.2)$$

avec :

w_{bn} charge linéique locale normale aux flancs en N/mm,

R_a moyenne des rugosités en mm : $R_a = (R_{a1} + R_{a2})/2$,

ρ_{red} rayon réduit en mm : $1/\rho_{red} = 1/\rho_1 + 1/\rho_2$,

v_{Σ} somme des vitesses relatives : $v_{\Sigma} = v_{r1} + v_{r2}$ en m/s,

η_M viscosité dynamique à la température en surface des flancs, en mPa.s.

La relation (21.25.1) se prête mal en pratique car la viscosité de l'huile minérale pure dépend de la température sur les flancs, valeur très difficilement calculable. On admet une température de 100°C pour l'huile et une rugosité moyenne $R_a = 0,35 \mu\text{m}$ et on introduit les facteurs de :

$$\text{rugosité : } X_R = \left(\frac{R_a}{0,35} \right)^{0,25} \quad \text{viscosité : } X_{\eta} = \sqrt[6]{\frac{46}{v_{40}}}. \quad (21.25.3)$$

Le coefficient de frottement local pour le calcul de la température éclair se trouve par :

$$\mu_{my} = 0,12 \sqrt[4]{\frac{0,35}{5,54}} \left(\frac{w_{bn}}{\rho_{red} v_{\Sigma}} \right)^{0,25} X_R X_{\eta} = 0,06 \left(\frac{w_{bn}}{\rho_{red} v_{\Sigma}} \right)^{0,25} X_R X_{\eta} \quad (21.25.4)$$

21.7.6.3 PRINCIPE DU CALCUL DE LA TEMPÉRATURE ÉCLAIR

Présentons brièvement le principe du contrôle de la température selon proposition. Ce calcul consiste à découper la longueur de conduite en 100 points et à trouver les deux valeurs maximales de cette température entre les points $E_2 - C - E_1$. En admettant une répartition trapézoïdale de la charge, la température éclair est nulle en ces points, figure 21.28.

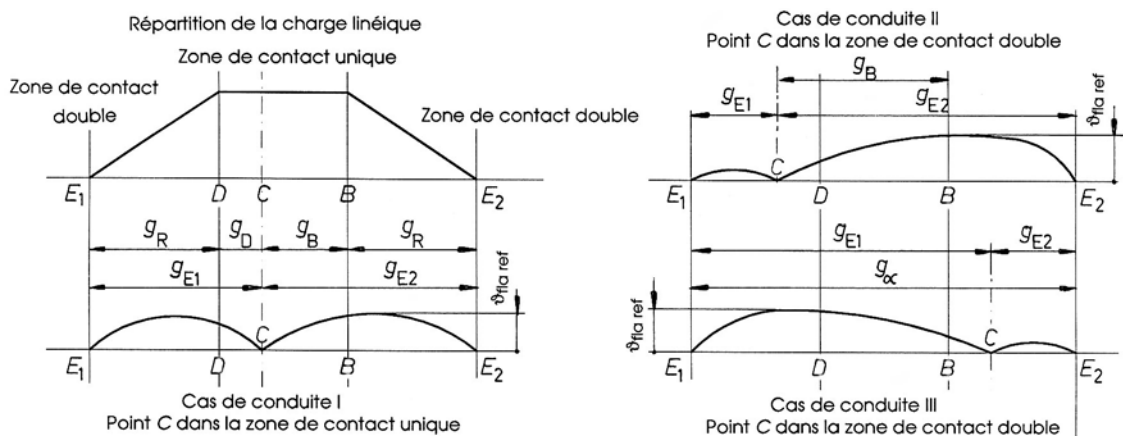


Figure 21.28 Charge sur la longueur de conduite et variation de la température éclair

Le méthode pratique suppose également une denture corrigée parfaite, à définir les valeurs de la charge, des vitesses relatives, de la température éclair locale $\vartheta_{fla y 0}$, de la température de base $\vartheta_{fla y}$ dont la valeur maximale est la température nominale $\vartheta_{fla ref}$ et finalement la température éclair de service :

1. température éclair locale : $\vartheta_{fla y 0} = C_{fla} C_G C_F T_y F_y$,
 C_{fla}, C_G, C_F des constantes,
 T_y, F_y des fonctions géométriques et de charge linéique;
2. température éclair de base : $\vartheta_{fla y} = \vartheta_{fla y 0} X_R X_\eta$,
3. température éclair en service : $\vartheta_{fla w} = \vartheta_{fla ref} K_A K_{Fa} K_{Fb}$.

Cette dernière valeur doit être comparée à la température éclair admissible $\vartheta_{fla p}$ tenant compte de tous les facteurs d'incertitude engendrés par la dispersion de la rugosité, l'échauffement des roues et les propriétés des huiles pures ou avec additifs.

21.7.6.4 PROPOSITION DU CALCUL SIMPLIFIÉ DU GRIPPAGE

La méthode proposée dans le texte précédent ne s'est pas imposée sur le plan de la normalisation ISO et ne fait pas partie de cette norme. Par contre, la norme américaine 60011 – H98 ANSI/AGMA utilise les relations proposées par M. Naegeli de MAAG Zürich.

La méthode consiste à calculer la fonction de charge définie précédemment :

$$F_{Charge} = w' v_u'^{0,25} (46/v_{40})_{1/6} = F_{geom}, \quad (21.24.1)$$

Pour un angle de génération $\alpha = 20^\circ$, la fonction de géométrie vaut :

$$F_{geom} = \frac{(50 + z_1 + z_2) \sqrt{a}}{300} C_u. \quad (21.24.2)$$

avec : pour $1 \leq u < 3$: $C_u = 100 + 33,3 (3 - u)$,
 pour $3 \leq u \leq 10$: $C_u = 130 - 10 \{109 - (13 - u)^2\}^{0,5}$.

La sécurité au grippage peut être considérée comme assurée si la fonction de charge est inférieure ou à la limite égale à la fonction de géométrie :

$$F_{charge} \leq F_{geom}.$$

CHAPITRE 22

ENGRENAGES À AXES GAUCHES

Ce chapitre traite la géométrie et le contrôle de quelques engrenages à axes gauches, soit ni parallèles, ni concourants. Il comprend les éléments suivants :

1. Engrenages à vis sans fin,
2. Engrenages à roues cylindriques à axes gauches.

22.1 GÉOMÉTRIE DES ENGRENAGES À VIS SANS FIN

Les engrenages à vis sans fin transmettent des couples de torsion entre des arbres gauches qui se croisent généralement à 90° . Ils sont utilisés pour des rapports de transmission compris entre $u = 5$ jusqu'à 100 et plus au moyen de deux composants : la vis et la roue à vis. Ils se composent seulement de deux roues dentées montées sur les arbres menants et menés. Les efforts entre la vis et la roue se répartissent habituellement sur plusieurs lignes de contact et la charge sur les flancs est limitée le plus souvent par le glissement des flancs de la vis sur ceux de la roue.

Ces engrenages comprennent trois familles de mécanismes à vis sans fin :

1. engrenage à vis sans fin à roue cylindrique : la denture de la roue est hélicoïdale et la vis est en contact ponctuel avec la roue. C'est un cas particulier d'engrenage cylindrique gauche à denture hélicoïdale.
2. engrenage à vis sans fin à roue torique : la roue épouse la forme de la vis cylindrique ce qui augmente le contact entre les deux parties. Ce chapitre traite principalement de cette famille d'engrenages.
3. engrenage à vis sans fin à vis globique : la vis épouse la forme de la roue dont la surface extérieure est torique creuse. Cette famille est assez difficile à fabriquer et à ajuster dans les carters.

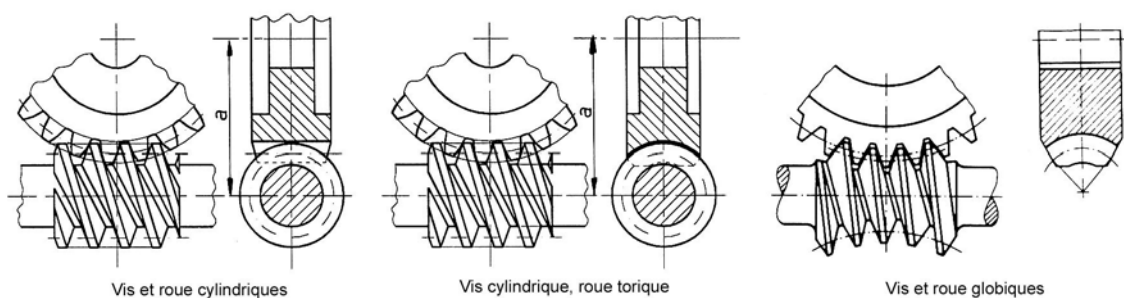


Figure 22.1 Familles des engrenages à vis sans fin

Les mécanismes à vis sans fin se distinguent des autres types d'engrenages par leur compacité et leur niveau sonore plus faible que celui des engrenages parallèles et concourants.

22.1.1 PROPRIÉTÉS ET UTILISATION

Les principales propriétés des engrenages à vis sans fin sont :

1. Glissement tangentiel important entre les flancs de la vis et de la roue avec amortissement des à-coups et du bruit par la présence du lubrifiant visqueux entre les flancs.
2. Réducteur à rapport élevé en un seul engrenage, mais également multiplicateur de vitesse pour des rapports d'engrenage jusqu'à 10.
3. Possibilité de prévoir plusieurs vis sur le même arbre en contact avec plusieurs roues à axes perpendiculaires, montées en série.
4. Capacité de charge plus élevée que dans les engrenages gauches à axes perpendiculaires grâce à plusieurs lignes de contact.
5. Possibilité d'atteindre l'irréversibilité du mécanisme lorsque la roue est motrice, le rapport d'engrenage étant assez grand et le coefficient de frottement suffisant (surtout au repos et en l'absence de vibrations).
6. Rendement global plus faible que celui des engrenages parallèles et concourants, d'où dégagement de chaleur important à puissance égale.
7. Pour la plupart des profils utilisés pour les vis, l'outil nécessaire à la fabrication de la roue dépend de la définition du profil de la vis, d'où un outillage relativement cher et une interchangeabilité difficile à assurer.
8. Afin d'éviter le grippage des flancs, la conception classique de cet engrenage prévoit la vis en acier durci en surface, la roue en bronze sous forme d'une couronne, d'où un prix de revient élevé.
9. Pour les utilisateurs ne désirant pas fabriquer eux-mêmes la vis et la roue, il est possible de se procurer le couple : vis avec extrémités ébauchées, couronne ou roue à vis appariée.
10. Limites actuelles (non cumulatives) des engrenages à vis sans fin :
Fréquence de rotation maximale sur l'arbre d'entrée : 50 t/s .
Puissance maximale : 1 000 kW ,
Couple de sortie : 1 000 m.kN ,
Entraxe : 1 000 mm pour réducteur de puissance,
Lubrifiant : Huiles synthétiques.

22.1.2 DÉFINITION DES TYPES DE VIS

La forme de la denture d'un engrenage composé d'une vis cylindrique et d'une roue torique est imposée par le profil adopté sur la vis. Ce profil peut se définir soit dans la section axiale de la vis, soit dans la section normale. La forme de la dent sur la vis est normée selon DIN et la désignation de la vis commence par la lettre Z suivie d'une lettre fixant le mode de définition. Les formes normées sont :

Vis de type ZA : Flancs définis en profil axial

La définition s'effectue dans la section axiale de la vis : section du filet par un plan passant par l'axe de la vis. Le profil de la vis est un profil trapézoïdal incliné et symétrique. La fabrication de la vis s'effectue par un burin placé exactement dans le plan axial ou par fraise profilée.

Vis de type ZN : Flancs définis en profil normal

La définition s'effectue dans la section normale, perpendiculaire à l'hélice moyenne de la vis. Le profil de la vis est trapézoïdal dans cette section, la droite génératrice étant dans un plan perpendiculaire au filet moyen d'angle γ_m . La fabrication de la vis se réalise par un burin placé dans le plan normal ou approximativement : par une fraise conique en bout ou une fraise disque de petite dimension à profil trapézoïdal.

Vis de type ZK : Flancs engendrés par outil disque

La forme du profil de la vis est obtenue par une fraise disque de grande dimension, de profil trapézoïdal, dont l'axe de rotation est perpendiculaire au filet moyen d'angle γ_m . La finition de la vis peut se faire par une meule profilée. Le bombé de la dent dépend du diamètre de l'outil générateur.

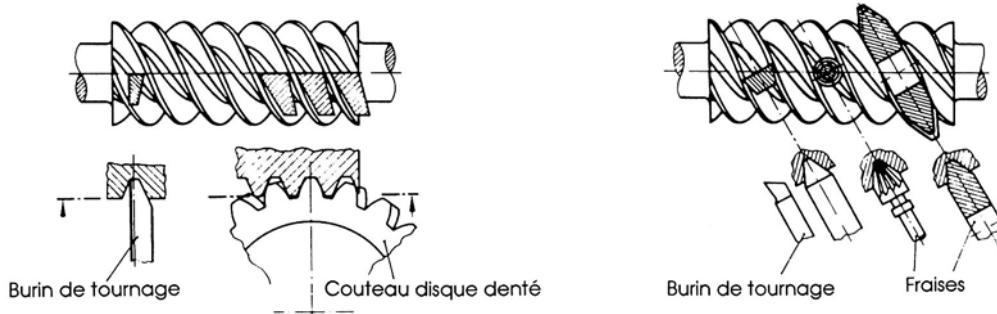


Figure 22.2 Définition et fabrication des flancs de la vis : vis de type ZA et ZN

Vis de type ZI : Flancs en hélicoïde développable

La forme du profil de la vis correspond à celui d'une roue hélicoïdale à développante de cercle ($I = involute$). Les flancs sont en hélicoïde développable ce qui autorise, en principe, l'emploi de tous les outils usuels de fabrication des roues dentées hélicoïdales. Le profil peut aussi se créer par tournage au moyen d'un burin, la droite de génération devant être tangente au cercle de base de la vis.

Vis de type ZH : Flancs engendrés par outil disque convexe (non normé par DIN)

La forme des flancs de la vis est concave dans la section axiale. La fabrication s'effectue par fraise disque à profil convexe et la rectification utilise des meules de même profil. La forme du profil de l'outil est habituellement en arc de cercle.

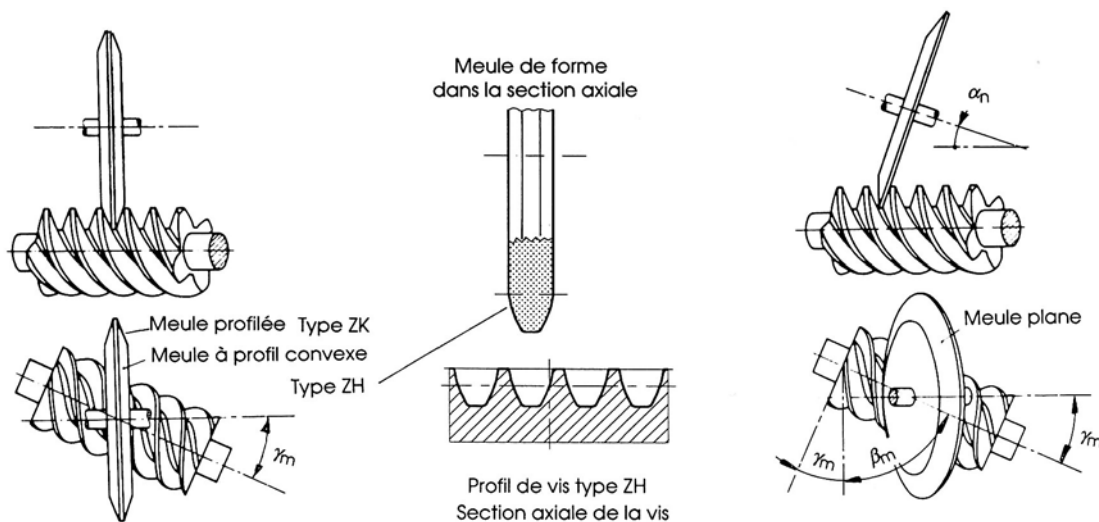


Figure 22.3 Définition et fabrication des flancs de la vis : vis de types ZK, ZH et ZI

Le comportement des vis des types ZA, ZN, ZK et ZI est assez semblable de telle sorte que le calcul mécanique des vis à hélicoïde développable comme la capacité de charge, la formation du film lubrifiant, le rendement, peut être étendu aux autres types. La forme du profil des meules pour les vis des types ZA et ZN est très difficile à réaliser et à contrôler, ce

qui n'est pas le cas pour le type ZK. Le type ZI possède un énorme avantage car il permet de fabriquer des couples avec une géométrie à haute précision, de mesurer les flancs et d'entretenir facilement l'outillage. Le type ZH avec une denture de vis concave permet d'atteindre des conditions très favorable de portance et de glissement grâce à la forme et la position des lignes de contact obtenues par déport de denture.

22.1.3 DÉFINITION DE LA GÉOMÉTRIE DES VIS

La recherche des diverses dimensions géométriques de l'engrenage part des grandeurs suivantes : entraxe de l'engrenage, choix du nombre de dents de la vis z_1 et de la roue z_2 , du module axial sur la vis m_{x1} et type de vis. Dans la section axiale de la vis, la rotation de ce composant provoque un déplacement axial d'une crémaillère engrenant avec la denture de la roue. Comme dans l'engrenage cylindrique à crémaillère, le cercle primitif de la roue roule sur la ligne primitive de la crémaillère définie par le profil de la vis, ligne correspondant à la ligne de référence de la vis. Si le déport est introduit dans la conception de l'engrenage, ce déport concerne seulement la roue et le cercle primitif de celle-ci roule sur une ligne parallèle à la ligne primitive de la vis distante de $x m$. Comme le profil de la crémaillère n'est pas modifié par ce déport, le déport de l'engrenage se désigne simplement par $x = x_2$. Les nombres de dents des deux roues doivent être premiers entre eux, excepté si $z_1 = 1$.

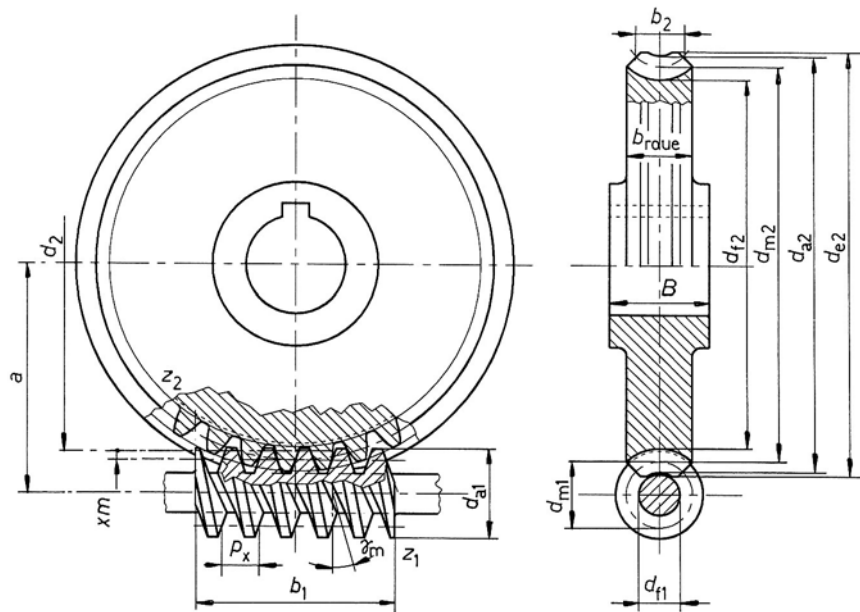


Figure 22.4 Dimensions générales de l'engrenage à vis sans fin

22.1.3.1 RAPPORT D'ENGRENAGE ET ENTRAXE

Le rapport de transmission se définit comme pour les autres types d'engrenages par :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} \neq \frac{d_{m2}}{d_{m1}},$$

et le rapport d'engrenage par : $u = \frac{\text{grand nombre de dents}}{\text{petit nombre de dents}} = \frac{z_2}{z_1}$. (22.1.1)

22. Engrenages à axes gauches

L'entraxe de l'engrenage est égal à la demi somme des diamètres de référence de la vis d_{m1} et de fonctionnement de la roue d_{m2} :

$$a = (d_{m1} + d_{m2}) / 2. \quad (22.1.2)$$

22.1.3.2 PAS AXIAL ET PAS HÉLICOÏDAL

La vis possède une ou plusieurs dents. Le pas axial est la distance p_{x1} , dans la section axiale, entre deux flancs homologues consécutifs. Cette grandeur est égale au pas circonférentiel sur la roue p_{t2} pour un angle des axes $\Sigma = 90^\circ$. Le pas axial est relié au module axial, symbole $m_{x1} = m$, par la relation usuelle des roues dentées :

$$p_{x1} = p_{t2} = \pi m_{x1} = \pi m. \quad (22.2.1)$$

Le pas hélicoïdal est la distance, dans la section axiale, entre deux flancs gauche ou droit appartenant à la même surface hélicoïdale. Il est égal à :

$$p_{z1} = z_1 p_{x1} = \pi m z_1. \quad (22.2.2)$$

Le diamètre de référence de la vis n'est pas égal au produit du nombre de dents par le module axial mais peut s'exprimer en fonction du module et du quotient diamétral q par :

$$d_{m1} = q m. \quad (22.2.3)$$

La longueur de la circonférence primitive de la roue est égale à :

$$C_2 = \pi d_2 = z_2 p_{t2} = z_2 p_{x1},$$

et le diamètre primitif à :

$$d_2 = z_2 m. \quad (22.2.4)$$

Le diamètre de fonctionnement de la roue devient ainsi :

$$d_{m2} = d_2 + 2 x m = (z_2 + 2 x) m. \quad (22.2.5)$$

Finalement, l'entraxe de l'engrenage peut aussi s'exprimer par :

$$a = (d_{m1} + d_2 + 2 x m) / 2 = 1/2 (q + z_2 + 2 x) m .$$

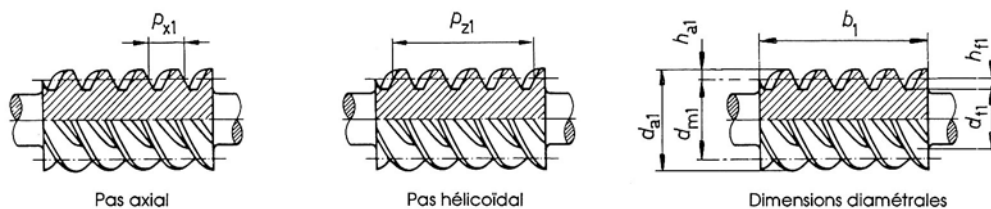


Figure 22.5 Définition du pas axial, du pas hélicoïdal sur la vis et des diamètres

22.1.3.3 ANGLES DE FILET ET D'HÉLICE

L'hélice de référence de diamètre d_{m1} possède un pas axial p_{z1} et l'angle de filet de référence se trouve comme pour toutes les vis par :

$$\tan \gamma_m = \frac{p_{z1}}{\pi d_{m1}} = \frac{m z_1}{d_{m1}}. \quad (22.3.1)$$

L'angle d'hélice défini sur le cylindre de référence, applicable surtout aux vis de type ZI, est l'angle complémentaire de l'angle de filet, soit :

$$\gamma_m + \beta_m = \pi/2 = 90^\circ. \quad (22.3.2)$$

Comme pour la denture hélicoïdale, ces deux angles permettent de définir l'angle de pression du profil de la vis dans la section normale (ou section réelle selon la terminologie des roues cylindriques à denture hélicoïdale) en fonction de l'angle de pression dans la section axiale pour les vis de type ZI :

$$\tan\alpha_n = \tan\alpha \cos\gamma_m. \quad (22.3.3)$$

Le pas de base pour le type ZI devient :

$$p_b = p m \cos\gamma_b.$$

Comme pour la denture hélicoïdale, il est possible de définir un module normal de taillage :

$$m_n = m \cos\gamma_m. \quad (22.3.4)$$

22.1.3.4 SAILLIE , CREUX ET DIAMÈTRES

La saillie et le creux se définissent à partir de la ligne de référence et s'expriment en fonction du module axial. Pour les engrenages avec une hauteur commune de dent $h' = 2 m$, les valeurs usuelles sont :

- saillie : $h_{a1} = m,$
- creux : $h_{f1} = m + c_1,$
- vide à fond de dent : $c_1 \approx 0,2 m.$

Les diamètres de la vis se trouvent alors par :

- diamètre de référence : $d_{m1} = q m = 2 a - d_{m2},$
- diamètre de tête : $d_{a1} = d_{m1} + 2 h_{a1} = d_{m1} + 2 m,$ (22.4.1)

- diamètre de pied : $d_{f1} = d_{m1} - 2 h_{f1} = d_{m1} - 2(m + c_1).$ (22.4.2)

Pour les vis de type ZI, le cercle de base de la développante ne doit pas interférer avec la partie du flanc actif de la dent. Le diamètre de base se calcule par :

$$d_{b1} = d_{m1} \tan\gamma_m / \tan\gamma_b,$$

avec : $\cos\gamma_b = \cos\gamma_m \cos\alpha_p.$

Finalement, la largeur de la denture de la vis peut se trouver par la relation pratique :

$$b_1 \approx 2,5 m \{1 + z_2\}^{0,5}. \quad (22.4.3)$$

22.1.4 DÉFINITION DE LA GÉOMÉTRIE DES ROUES À VIS

Le profil de la roue torique creuse est le profil conjugué à celui de la vis dans la zone d'engrènement. La construction du profil conjugué sur la roue dans la section axiale de la vis se trace à partir du profil de la dent dans ce plan. Dans cette section particulière, l'engrènement correspond à celui d'une crémaillère à flanc généralement non rectiligne avec une roue cylindrique et la forme du flanc conjugué obéit à la première loi des engrenages.

22.1.4.1 DIMENSIONS DIAMÉTRALES DE LA ROUE

Le nombre de dents de la roue étant z_2 et le module axial de la vis m , le diamètre de référence d_2 de la roue se définit par le produit :

$$d_2 = z_2 m \quad (= d_{m2} \text{ si } x = 0).$$

Si la denture n'est pas déportée, le diamètre de référence correspond au diamètre de fonctionnement. Par contre, si l'engrenage est prévu avec un déport $x m$, le diamètre de fonctionnement devient :

22. Engrenages à axes gauches

$$d_{m2} = d_2 + 2 x m = (z_2 + 2 x) m.$$

Pour une denture avec une hauteur commune de dent $h' = 2 m$, la saillie et le creux définis dans la section axiale de la vis sont aussi donnés par :

- saillie : $h_{a2} = m$, - creux : $h_{f2} = m + c_2$, vide à fond de dent : $c_2 \approx 0,2 m$.

Les diamètre de tête et de pied sont définis dans la section axiale de la vis par le rayon de gorge et par le tore de pied de la denture. La roue est limitée extérieurement par le diamètre extérieur, différent du diamètre de tête. Les dimensions diamétrales deviennent :

- diamètre de tête : $d_{a2} = d_{m2} + 2 h_{a1} = d_{m2} + 2 m$, (22.5.1)

- diamètre de pied : $d_{f2} = d_{m2} - 2 h_{f2} = d_{m2} - 2 (m + c_2)$, (22.5.2)

- diamètre extérieur : $d_{e2} = d_{a2} + m$. (22.5.3)

La largeur de la denture de la roue peut s'estimer par la relation pratique :

$$b_2 \approx 2 m [0,5 + \{1 + q\}^{0,5}]. \quad (22.5.4)$$

Très souvent, la forme du profil de la dent est limitée par l'angle de largeur ϑ qui se concrétise extérieurement par une sorte de chanfrein sur le pourtour de la roue. Certains fabricants d'engrenages à vis sans fin définissent la saillie et le creux en fonction du module normal si l'angle de filet dépasse environ 25° et augmentent l'angle de pression de l'outil.

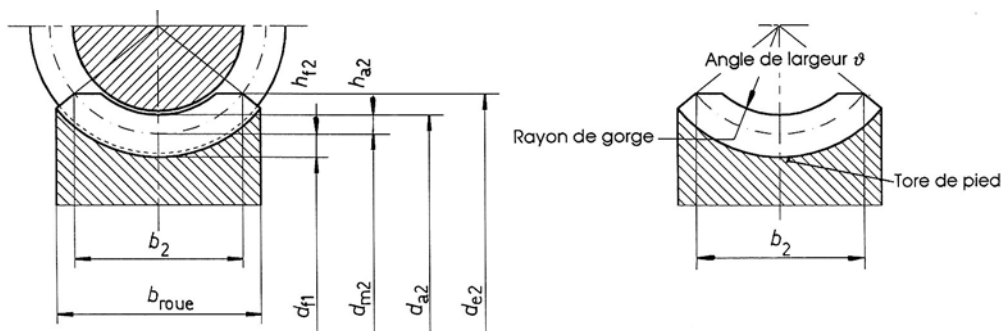


Figure 22.6 Forme et dimensions diamétrales de la roue à vis

22.1.4.2 PRINCIPE DE LA CONSTRUCTION DES LIGNES DE CONTACT

La construction manuelle ou informatisée des profils conjugués dans l'engrenage et surtout la détermination des lignes de contact entre la vis et la roue nécessitent les opérations suivantes :

1. Recherche du profil axial de la vis

La forme du profil dépend du type de vis adopté. Pour les vis du type ZA, le profil est rectiligne et facile à tracer à partir de l'inclinaison de la droite génératrice dans la section axiale. Pour les autres profils, il est nécessaire de construire la forme des flancs point par point à partir de la position de l'outil dans la section normale. Dans cette section axiale, désignée par A et numéroté 6 sur la figure 22.7, le cercle primitif de la roue roule sur la ligne primitive de la vis.

2. Recherche du profil de la vis dans des sections parallèles à la section axiale

La vis est coupée en pensée par un certain nombre de plans parallèles à la section axiale, comme par exemple par 10 sections numérotées 1 à 11 sur la figure, et le profil de la dent de la vis se construit point par point car le profil du flanc de la vis ne reste pas constant. Dans ce

but, on choisit un point située dans le nouveau plan et dans les limites géométriques de la roue, par exemple dans la section 9. On construit sa position dans la section axiale par rapport au profil donné dans la section A. La construction est continuée jusqu'à l'obtention d'un nombre de points permettant de définir le profil d'une section et répétée jusqu'au dessin des toutes les sections.

3. Recherche des lignes de contact B

La ligne primitive de la vis W_1 passe par le point central C_A situé sur la ligne des centres dans la section axiale. À partir de ce point, des normales à tous les profils sont construites afin de satisfaire la première loi des engrenages et les points de concours sont reportés dans les diverses sections parallèles. La courbe reliant ces divers points est une première ligne de contact B ($B = \text{Berührlinie}$ pour ligne de contact). Pour construire les autres lignes de contact sans devoir reconstruire les divers profils, on déplace la point C_A d'un pas axial vers la gauche et vers la droite sur la ligne primitive de la vis et on construit à nouveau les normales ce qui permet de trouver deux nouvelles lignes de contact.

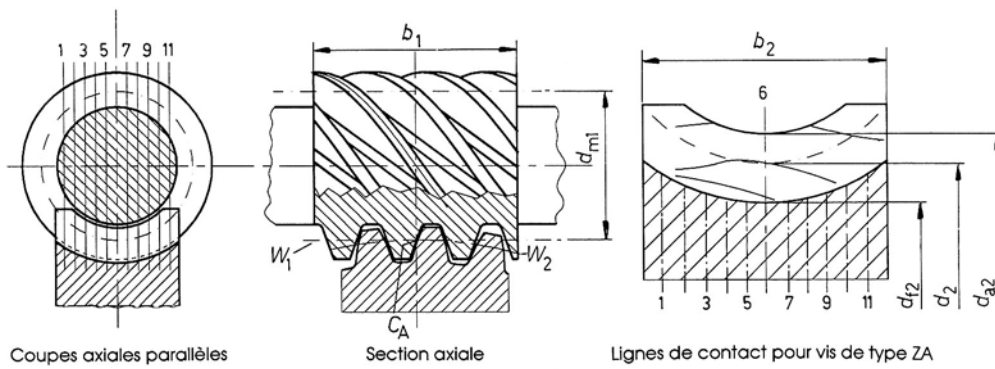


Figure 22.7 Principe de la construction des lignes de contact B (B-Linien)

La construction des lignes de contact B est souvent complétée par le dessin des lignes de contact pour un déplacement de la moitié du pas axial, ce qui permet de se faire une idée sur les conditions d'engrènement entre la vis et la roue en observant le déplacement des lignes et leur position sur la roue.

4. Détermination analytique des lignes de contact

Les flancs de la vis sont limités par des surfaces hélicoïdales obtenues par déplacement combiné en rotation du profil axial de la vis et en translation le long de son axe du pas hélicoïdal. L'équation du flanc de la vis peut se donner en coordonnées cylindriques par l'expression générale :

$$z = f(r) + (\varphi/2\pi) p_{z1},$$

avec : $z_0 = f(r)$ l'équation du flanc dans la section axiale.

Chaque type de vis présente sa propre fonction décrivant la forme du flanc dans la section axiale. En appliquant le principe de la construction manuelle, il est possible de trouver les lignes de contact B au moyen d'une méthode numérique appropriée.

5. Influence des lignes de contact sur le comportement de l'engrenage

La formation d'un film porteur entre les flancs dépend de la position de la vitesse résultante v_R somme de la vitesse de glissement v_g , dont la projection dans la section radiale est égale à la vitesse circumférentielle, et la vitesse négative de déplacement des lignes de contact B. Les conditions les plus favorables sont atteintes lorsque cette vitesse résultante est perpendiculaire aux lignes de contact car l'usure est alors faible. Par contre, des conditions

22. Engrenages à axes gauches

moins avantageuses existent si cette vitesse est dans la direction des lignes de contact. Si les lignes de contact sont rapprochées dans une zone de l'engrènement, c'est le signe de petits rayons de courbure, donc de grandes pressions entre les flancs actifs. Par contre, si ces lignes sont espacées, les rayons de courbure sont grands et la pression superficielle est diminuée.

22.1.5 CHOIX GÉNÉRAUX DES CARACTÉRISTIQUES

Les engrenages à vis sans fin de catalogue sont fabriqués pour des rapports de transmission correspondant à des nombres normaux et des entraxes millimétrique sont également choisis dans des dimensions normales. Le tableau 22.1 donne quelques indications sur le choix des nombres de dents et des dimensions générales.

Tableau 22.1
Recommandations pour le choix des grandeurs géométriques

Rapport d'engrenage $u = z_2/z_1$	Nombre de dents		Rapport
	Vis z_1	Roue à vis z_2	d_{m1}/a
2..3	16..10	20..35	0,7..0,5
3..4	12..6	20..40	0,6..0,4
4..6	8..5		
6..10	6..3	21..80	
10..20	4..2 >	ou mieux	0,5..0,3
20..40	2..1	25..40	
> 40	1		
Sens du filet sur la vis : Habituellement à droite À gauche et à droite si l'arbre comporte deux ou plusieurs vis			
Entraxe a [mm] pour engrenages normés de catalogue :			
50	56	63	71
80	90	100	112
125	140	160	180
200	225	250	280
315	360	400	500
En gras, dimensions recommandées, série R10			
Coefficients de déport :			
Type ZA :	$x = 0,0$ à $1,0$, de préférence $x = 0,0$		
Type ZI :	$x = -0,5$ à $+0,5$, de préférence $x = 0,0$		
Type ZH :	$x = 0,0$ à $1,0$, de préférence $x = 0,5$		
Vide à fond de dent :			
Généralement : $c_1 = c_2 = m/6$ à $0,3 m$, de préférence $0,2 m$			

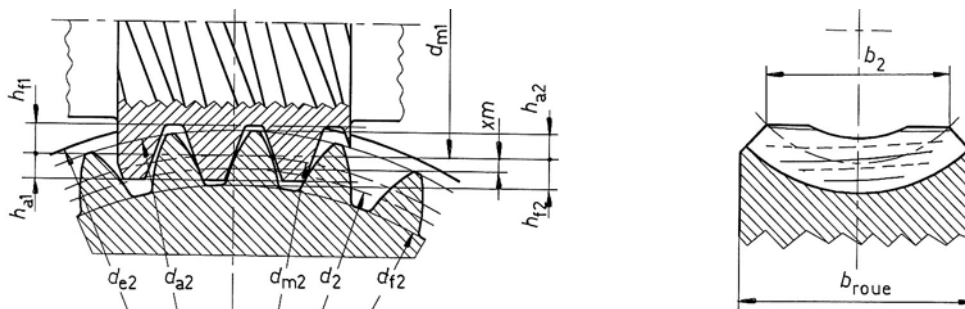


Figure 22.8 Dimensions diamétrales de la roue à vis Lignes de contact sur vis de type ZI

Le contrôle mécanique en atelier des composantes de l'engrenage consiste en :

- vis : contrôle des dimensions géométriques et de la forme des flancs;
- roue à vis : contrôle des dimensions extérieures, les flancs ne pouvant être vérifiés que dans l'engrènement avec la vis.

22.2 EFFORTS , RENDEMENT ET CONTRÔLES

Les efforts entre la vis et la roue dépendent non seulement des couples appliqués sur les axes menants et menés, mais aussi des conditions de frottement entre les flancs actifs. Le comportement de l'engrenage est semblable à celui d'un mécanisme à vis et écrou.

22.2.1 COUPLES ET FORCES SUR LES DENTS

La puissance nominale sur l'arbre de la vis étant P_1 et la fréquence de rotation n_1 , exprimée en tours par seconde, le couple nominal se trouve par :

$$M_{t1} = P_1 / \omega_1,$$

avec :

$\omega_1 = 2 \pi n_1$ la vitesse angulaire de l'arbre.

Le calcul des forces totales et des composantes rectangulaires introduit un certain nombre d'hypothèses simplificatrices :

- la force totale est supposée concentrée au point générateur de la denture $C = C_1 = C_2$,
- le point C se situe sur le cylindre de référence de la vis de diamètre d_{m1} ,
- le frottement obéit à la loi de Coulomb selon : $F_R = \mu F_n$.

La force résultante entre les flancs actifs de la vis et de la roue est la résultante de la composante normale et de la force de frottement. Cette force peut se décomposer en composantes trirectangulaires suivant les axes de la vis et de la roue ainsi que suivant la ligne des centres. La force totale \vec{F} , oblique dans l'espace, s'exprime par les sommes :

$$\vec{F} = \vec{F}_n + \vec{F}_R = \vec{F}_{x1} + \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{t1} = \vec{F}_{y2} + \vec{F}_{r2} + \vec{F}_{t2}.$$

Comme l'angle des axes vaut $\Sigma = 90^\circ$, les composantes de la vis et de la roue sont directement opposées quel que soit l'élément moteur, soit :

$$F_{r1} = F_{r2} \qquad F_{t1} = F_{y2} \qquad \text{et} \qquad F_{x1} = F_{t2}.$$

22.2.1.1 EFFORTS SUR LA VIS MOTRICE

Le couple moteur M_{t1} et la vitesse angulaire ω_1 sont de même sens. La composante tangentielle sur la vis \vec{F}_{t1} est la seule qui s'oppose au couple sur l'arbre de la vis; elle se calcule par l'expression :

$$F_{t1} = 2 M_{t1} / d_{m1}. \qquad (22.6.1)$$

Les composantes de la force totale \vec{F} s'expriment en fonction de la composante normale F_n , de la force de frottement dépendant du coefficient de frottement μ et des angles α_n et γ_m par :

- composante axiale : $F_{x1} = F_n (\cos\alpha_n \cos\gamma_m - \mu \sin\gamma_m),$
- composante radiale : $F_{r1} = F_n \sin\alpha_n,$
- composante tangentielle : $F_{t1} = F_n (\cos\alpha_n \sin\gamma_m + \mu \cos\gamma_m),$
- composante normale : $F_n = F_{t1} / (\cos\alpha_n \sin\gamma_m + \mu \cos\gamma_m).$

22. Engrenages à axes gauches

En remplaçant la composante normale en fonction de la composante tangentielle, il est possible d'exprimer les deux autres composantes rectangulaires par :

$$F_{x1} = \frac{\cos\alpha_n \cos\gamma_m - \mu \sin\gamma_m}{\cos\alpha_n \sin\gamma_m + \mu \cos\gamma_m} \cdot F_{t1} \quad (22.6.2)$$

$$F_{r1} = \frac{\sin\alpha_n}{\cos\alpha_n \sin\gamma_m + \mu \cos\gamma_m} \cdot F_{t1} \quad (22.6.3)$$

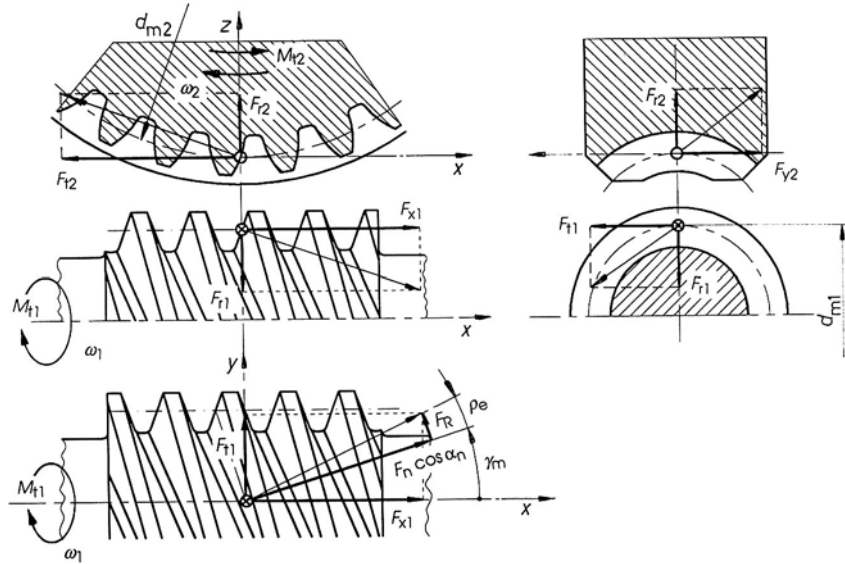


Figure 22.9 Forces composantes sur la denture de la vis et de la roue avec la vis motrice

22.2.1.2 EFFORTS SUR LA ROUE AVEC UNE VIS MOTRICE

L'application des principes de l'action et de la réaction ainsi que de l'équilibre statique permet de donner immédiatement les expressions des trois composantes rectangulaires sur la roue en fonction de la composante tangentielle sur la vis. La vitesse angulaire ω_2 est dans le sens de la composante tangentielle \vec{F}_{t2} tandis que le couple résistant M_{t2} est de sens opposé afin d'assurer l'équilibre de rotation. Les composantes valent :

- composante axiale : $F_{y2} = F_{t1} = 2 M_{t1}/d_{m1}, \quad (22.6.4)$

- composante radiale : $F_{r2} = F_{r1} = \frac{\sin\alpha_n}{\cos\alpha_n \sin\gamma_m + \mu \cos\gamma_m} \cdot F_{t1} \quad (22.6.5)$

- composante tangentielle : $F_{t2} = F_{x1} = \frac{\cos\alpha_n \cos\gamma_m - \mu \sin\gamma_m}{\cos\alpha_n \sin\gamma_m + \mu \cos\gamma_m} \cdot F_{t1} \quad (22.6.6)$

Le couple résistant sur la roue se trouve simplement par le produit :

$$M_{t2} = \frac{1}{2} d_{m2} F_{t2} \quad (22.6.7)$$

22.2.1.3 EFFORTS SUR LA ROUE AVEC UNE ROUE MOTRICE

Si le mécanisme est réversible du fait d'un angle de filet élevé allié à un coefficient de frottement modeste, la roue peut devenir motrice. Le couple sur la roue est donné également par la relation (22.6.7), ce qui permet d'exprimer la force tangentielle par :

$$F_{t2} = 2 M_{t2}/d_{m2} = F_n (\cos\alpha_n \cos\gamma_m + \mu \sin\gamma_m) \quad (22.7.1)$$

En supposant les mêmes flancs actifs pour la roue et pour la vis, le sens du couple sur la roue reste conservé et la vitesse angulaire prend le même sens. Dans le contact des flancs, la force de frottement s'inverse tout comme la vitesse angulaire de la vis. Les relations des autres composantes en fonction de \vec{F}_{t2} deviennent :

$$\text{- composante axiale : } F_{y2} = \frac{\cos\alpha_n \sin\gamma_m - \mu \cos\gamma_m}{\cos\alpha_n \sin\gamma_m + \mu \cos\gamma_m} \cdot F_{t2} \quad (22.7.2)$$

$$\text{- composante radiale : } F_{r2} = \frac{\sin\alpha_n}{\cos\alpha_n \cos\gamma_m + \mu \sin\gamma_m} \cdot F_{t2} \quad (22.7.3)$$

22.2.1.4 EFFORTS SUR LA VIS AVEC UNE ROUE MOTRICE

L'application des principes de l'action et de la réaction ainsi que de l'équilibre statique permet de donner immédiatement les expressions des trois composantes rectangulaires sur la vis en fonction de la composante tangentielle sur la roue. La vitesse angulaire ω_1 est dans le sens de la composante tangentielle F_{t1} tandis que le couple résistant M_{t1} est de sens opposé afin d'assurer l'équilibre de rotation. Les composantes valent :

$$\text{- composante axiale : } F_{x1} = F_{t2} = 2 M_{t2}/d_{m2}, \quad (22.7.4)$$

$$\text{- composante radiale : } F_{r1} = F_{r2} = \frac{\sin\alpha_n}{\cos\alpha_n \cos\gamma_m + \mu \sin\gamma_m} \cdot F_{t2} \quad (22.7.5)$$

$$\text{- composante tangentielle : } F_{t1} = F_{y2} = \frac{\cos\alpha_n \sin\gamma_m - \mu \cos\gamma_m}{\cos\alpha_n \cos\gamma_m + \mu \cos\gamma_m} \cdot F_{t2} \quad (22.7.6)$$

Pour que la transmission soit réversible, il faut que la force tangentielle reste positive. La condition à remplir par le mécanisme est :

$$\tan\gamma_m > \mu/\cos\alpha_n.$$

Le couple résistant sur l'arbre de la vis se trouve simplement par :

$$M_{t1} = 1/2 d_{m1} F_{t1}. \quad (22.7.7)$$

22.2.1.5 EFFORTS SUR LES PALIERS DE LA VIS ET DE LA ROUE

À partir des composantes de la force totale sur la denture de la vis et de la roue et en appliquant les relations de la statique, il est possible de trouver les composantes radiales et axiales sur les paliers. Les composantes axiales sur la denture provoquent aussi un moment de basculement et une modification des moments fléchissants dans les arbres. La composante axiale est souvent très importante sur la vis ce qui impose le choix de paliers supportant facilement ce type de charge : paliers à roulement à billes à contact oblique ou à rouleaux coniques montés dans la disposition en X, ou une combinaison de palier radial avec une butée axiale.

22.2.2 RENDEMENT MÉCANIQUE

Le rendement mécanique de l'engrenage à vis sans fin est le rapport de la puissance de sortie à la puissance d'entrée. Il s'exprime d'une manière générale par :

$$\eta_{\text{tot}} = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}} = (M \omega)_{\text{sortie}}/(M \omega)_{\text{entrée}}.$$

22. Engrenages à axes gauches

La puissance d'entrée est habituellement introduite sur l'arbre de la vis, la puissance de sortie sur l'arbre de la roue. Pour un mécanisme réversible, la puissance d'entrée est sur l'arbre de la roue et la puissance de sortie sur l'arbre de la vis.

22.2.2.1 PUISSANCES PERDUES

La puissance perdue totale P_p dans la transmission est la somme :

$$P_p = P_{pz} + P_{pp} + P_{p0}, \quad (22.8.1)$$

avec :

P_{pz} puissance perdue dans la denture,

P_{pp} puissance perdue dans les paliers,

P_{p0} puissance perdue à vide,

P_1 puissance sur la vis,

P_2 Puissance sur la roue.

Le rendement total de l'engrenage se trouve alors par :

1. vis motrice : $\eta_{\text{tot méc}} = P_2 / (P_2 + P_p) = (P_1 - P_p) / P_1,$

2. roue motrice : $\eta_{\text{tot méc}} = P_1 / (P_1 + P_p) = (P_2 - P_p) / P_2.$

Le rendement total dépend des matériaux utilisés, de la fréquence de rotation et des caractéristiques du lubrifiant. Des conditions favorables de fonctionnement sont données par une vis à denture durcie et rectifiée, une roue en bronze centrifugé à l'étain, une vitesse de glissement des flancs supérieure à 1 m/s, un rodage progressif du contact entre les dents, une viscosité suffisante pour la formation d'un film porteur, un profil de dent favorable et une position des lignes de contact perpendiculaires à la vitesse de glissement, les vis du type ZH étant les meilleures.

22.2.2.2 PUISSANCE PERDUE DANS LA DENTURE

La puissance perdue dans la denture est produite par le glissement important entre la vis et la roue et se trouve par le produit de la force de frottement par la vitesse de glissement :

$$P_{pz} = \mu_z F_n v_{gl}, \quad (22.8.2)$$

avec :

μ_z coefficient de frottement de calcul,

F_n force normale sur la dent, voir sous 22.2.1.1 ou 22.2.1.3,

v_{gl} vitesse de glissement :

$$v_{gl} = v_{m1} / \cos \gamma_m = \pi d_{m1} n_1 / \cos \gamma_m. \quad (22.8.3)$$

Il est également possible d'exprimer le rendement de la denture à partir des forces tangentielles sur les deux roues dentées. Le rapport des composantes tangentielle et axiale sur la vis, la vis étant motrice, peut se simplifier en divisant l'expression par le produit $\cos \alpha_n \cos \gamma_m$ et en introduisant le coefficient de frottement équivalent $\tan \rho_e = \mu / \cos \alpha_n$ comme dans les mécanismes à vis :

$$\frac{F_{t1}}{F_{x1}} = \frac{\cos \alpha_n \sin \gamma_m + \mu \cos \gamma_m}{\cos \alpha_n \cos \gamma_m - \mu \sin \gamma_m} = \frac{\tan \gamma_m + \tan \rho_e}{1 - \tan \gamma_m \tan \rho_e} = \tan(\gamma_m + \rho_e),$$

$$F_{t1} = F_{x1} \tan(\gamma_m + \rho_e).$$

Le calcul du rendement mécanique de l'engrènement peut s'effectuer en comparant la valeur de la force tangentielle sur la roue avec et sans frottement en fonction de la composante tangentielle sur la vis :

1. sans frottement : $F_{t2 \mu=0} = F_{x1 \mu=0} = F_{t1}/\tan\gamma_m$,

2. avec frottement : $F_{t2} = F_{x1} = F_{t1}/\tan(\gamma_m + \rho_e)$.

Le rendement est égal au rapport des forces tangentielles avec et sans frottement, soit :

$$\eta_{z \text{ méc } \downarrow} = \frac{F_{t2}}{F_{t2 \mu=0}} = \frac{\tan\gamma_m}{\tan(\gamma_m + \rho_e)}. \quad (22.8.4)$$

lorsque la vis est motrice. Ainsi, la perte de puissance dans l'engrènement devient :

$$P_{pz} = (1 - \eta_{z \text{ méc}}) P_{\text{vis}}.$$

Si la roue est motrice, le rendement de la denture se trouve par :

$$\eta_{z \text{ méc } \uparrow} = \frac{F_{t1}}{F_{t1 \mu=0}} = \frac{\tan(\gamma_m - \rho_e)}{\tan\gamma_m}. \quad (22.8.5)$$

Le rendement au démarrage est sensiblement plus faible qu'à vitesse constante et le couple moteur doit être notablement plus élevé pour obtenir le même couple de sortie. Un engrènement à vis sans fin est *irréversible à l'arrêt* s'il est impossible de le mettre en mouvement par l'entraînement de la roue à vis. Des secousses et des à-coups peuvent annuler l'irréversibilité même pour un rendement inférieur à 50% lorsque la vis est motrice. Un réducteur à vis sans fin est *irréversible en mouvement* si le mouvement continue avec une roue menante ou si la rotation du réducteur s'arrête dès que cesse le couple moteur sur la vis. Cette irréversibilité n'intervient que pour de petits réducteurs à rapport d'engrènement élevé ou pour des vitesses très faibles. Il faudra prendre toutes les précautions et les dispositions nécessaires en cas de ralentissement ou de freinage de grandes masses dans la transmission afin d'éviter des surcharges sur la vis et la roue.

22.2.2.3 COEFFICIENT DE FROTTEMENT

Le coefficient de frottement de démarrage à vitesse de glissement nul est pratiquement indépendant de la forme de la denture et varie entre 10% et 18%, et même plus après un arrêt prolongé. En glissement, la formation d'un film lubrifiant porteur dépend du rapport vitesse de glissement à la somme des vitesses. Le coefficient de frottement peut se trouver par l'expression :

$$\mu_{z \text{ méc}} = \mu_{z0} Y_w \sqrt{\frac{v_{gl}}{v_\Sigma}} \sqrt[4]{\frac{R_z}{R_{z0}}}, \quad (22.8.6)$$

avec :

- μ_{z0} coefficient de frottement de base selon essai, voir tableau 22.2,
- Y_w facteur de matériau ($Y_w = 0,95$ à $1,5$ selon les matériaux de la vis et de la roue),
- v_{gl} vitesse de glissement,
- v_Σ somme des vitesses, soit pratiquement :
 - pour les vis des types ZI, ZA, ZN, ZK, $x \approx 0$: $v_{gl}/v_\Sigma = 2,7$,
 - pour les vis du type ZH avec $x \gg 0,5$: $v_{gl}/v_\Sigma = 2,2$,
- R_{z0} rugosité de base lors des essais : $R_{z0} = 3 \mu\text{m}$,
- R_z rugosité réelle des flancs :
 - flancs rectifiés : $R_z \leq 3$ à $4 \mu\text{m}$ pour $m \leq 8$, $R_z \leq 8 \mu\text{m}$ pour $m > 8$,
 - flancs fraisés : $R_z \leq 12,5 \mu\text{m}$ pour $m \leq 8$, $R_z \leq 25 \mu\text{m}$ pour $m > 8$.

22. Engrenages à axes gauches

Tableau 22.2
Coefficient de frottement de référence
Caractéristiques mécaniques des matériaux pour roues à vis

V _{G1} [m/s]	0,00	0,05	0,25	0,50	1,00	2,50	5,00	10,0	
Huile :	Coefficient de frottement de référence μ_{z0}								
Synthétique	0,095	0,060	0,043	0,034	0,020	0,016	0,012	0,009	
Minérale	0,095	0,070	0,052	0,044	0,036	0,025	0,018	0,014	
Ordinaire	0,140	0,090	0,070	0,059	0,048	0,032	0,025	0,021	
Caractéristiques des huiles proposées :									
Synthétique (polyglycol, classe DIN PC) : v ₄₀ = 160 mm ² /s									
Minérale avec additifs (classe DIN CLP) : v ₄₀ = 200 mm ² /s									
Minérale de lubrification (selon British Standard 721)									
Désignation Selon DIN	R _{p0,2} N/mm ²	R _m	HB --	δ %	E N/mm ²	σ _{Hlim} N/mm ²	U _{lim} N/mm ²	C _{HE}	Y _w
G-SuSn12	140	260	80	12	88 300	265	115	6,8	1,30
GZ-CuSn12	150	280	95	5	88 300	425	190	4,9	1,00
G-CuSn12Ni	160	280	90	14	98 100	310	140	6,2	1,20
GZ-CuSn12Ni	180	300	100	8	98 100	520	225	4,4	0,95
G-CuSn10Zn	130	260	75	15	98 100	350	165	5,7	1,30
GZ-CuSn10Zn	150	270	85	7	98 100	430	190	5,0	1,00
GZ-CuSn14	200	300	115	4	92 700	370	180	5,5	1,00
G-CuZn25Al5	450	750	180	8	107 900	500	565	4,6	1,40
GZ-CuZn25Al5	480	750	190	5	107 900	500	605	4,3	1,10
G-CuAl11Ni	320	680	170	5	122 600	250	402	7,5	1,40
GZ-CuAl11Ni	400	750	185	5	122 600	265	502	7,3	1,10
GZ-CuAl10Ni	300	700	160	13	122 600	660	377	4,0	1,10
GG-25	120	300	250		98 100	350	150	5,7	1,40
GGG-70	500	790	260	5,5	175 000	490	628	5,2	1,30
Désignations selon normes DIN : 1704, 1709, 1714, 1691 et 1693									
G couronne moulée									
GZ couronne moulée par centrifugation									

22.2.2.4 PUISSANCE PERDUE À VIDE

La puissance perdue à vide dans un engrenage à vis sans fin avec vis placée en dessous de la roue, provenant du brassage du lubrifiant, peut se trouver approximativement par la formule expérimentale suivante :

$$P_{p0} = a n_1^{4/3} (v_{50} + 90) 10^{-4}. \quad (22.8.9)$$

La puissance est exprimée en watts, l'entraxe a en mm, la viscosité v_{50} en mm²/s et la fréquence de rotation n_1 en tours/s.

22.2.2.5 PUISSANCE PERDUE DANS LES PALIERS

Il est possible de trouver la puissance perdue dans les paliers à roulement ou lisses à partir de la charge et des coefficients de frottement équivalents. En première approximation, la puissance perdue est proportionnelle à la puissance d'entrée, soit :

$$\begin{aligned} P_{pp} &= (0,005 \text{ à } 0,01) P_1 \text{ pour 4 paliers à roulement,} \\ P_{pp} &= (0,02 \text{ à } 0,03) P_1 \text{ pour 4 paliers lisses.} \end{aligned} \quad (22.8.10)$$

La perte de puissance des engrenages à vis sans fin équipés de ventilateur peut s'additionner à la puissance perdue dans les paliers.

22.3 CONTRÔLES DE L'ENGRENAGE À VIS

Le contrôle de l'engrenage à vis sans fin comprend également la recherche de la contrainte de flexion et de la pression superficielle à laquelle il faut ajouter les particularités de ce genre de transmission soit l'échauffement provoqué par les pertes, l'usure et la déformation de la vis. Les particularités constructives sont : la position de la vis par rapport à la roue, le sens de rotation de la vis, l'élément moteur : vis ou roue, le niveau sonore admissible, le rendement mécanique et les pertes, la forme du profil de dent, le milieu ambiant, le facteur d'application de la charge K_A selon tableau précédent.

22.3.1 SÉCURITÉ THERMIQUE

À charge et fréquence de rotation constantes, la variation de température de la surface extérieure du carter suit une loi semblable à celle discutée dans le sous-chapitre sur les conditions générales d'échauffement, la température d'équilibre $\vartheta_{\text{air}} + \vartheta_{\infty}$ étant atteinte très souvent après plusieurs heures de service. La température du lubrifiant ϑ_L dans le carter atteint une température supérieure calculable par la formule expérimentale :

$$\vartheta_L = \vartheta_{\text{air}} + (\vartheta_{\infty} + 1,5) (1,03 + 0,1 \{0,06 n_1\})^{0,5} \approx \vartheta_{\infty} + (15 \text{ à } 20 \text{ K}). \quad (22.9.1)$$

La température limite admissible du lubrifiant est comprise entre 70° et 80°C si l'on désire une durée de vie suffisante du lubrifiant. Des températures plus élevées provoquent une détérioration des additifs et une destruction très rapide des joints. La puissance calorifique transmise vers l'extérieur à l'équilibre thermique est égale à la puissance perdue dans le réducteur, soit :

$$\dot{Q}_{\text{ext}} = \vartheta_{\infty} A_{\text{car}} k_{\text{car}}, \quad (22.9.2)$$

avec :

A_{car} aire extérieure du carter, cette aire en m^2 pouvant se trouver pour les carters par :

- avec de très bonnes ailettes de refroidissement : $A_{\text{car}} \approx 9 \cdot 10^{-5} a^{1,85}$,
- avec quelques ailettes de refroidissement : $A_{\text{car}} \approx 9 \cdot 10^{-5} a^{1,80}$.

k_{car} coefficient global de transfert de chaleur en $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$,

le niveau d'huile atteignant 30% de d_{m2} dans le carter :

- vis sous la roue avec ventilateur : $k_{\text{car}} \approx 6,6 \cdot (1 + 0,4 n_1^{0,75})$,
- vis sous la roue sans ventilateur : $k_{\text{car}} \approx 6,6 \cdot (1 + 0,23 n_1^{0,75})$;
- engrenage à vis monté dans un véhicule et soumis au courant d'air :
 $k_{\text{car}} \approx 5,5 \cdot (1 + 0,1 v_{\text{air}})$,

la vitesse de l'air v_{air} étant exprimée en m/s.

- vis en dessus de la roue : diminuer le coefficient précédent de 20%.

Le coefficient de sécurité thermique se trouve par :

$$S_{\text{Th}} = \frac{\dot{Q}_{\text{ext}}}{P_p}. \quad (22.9.3)$$

Lorsque la charge et la fréquence de rotation sont variables, la détermination de la puissance moyenne et de la puissance perdue s'effectue en sommant leur variation en fonction du temps. Si le service est discontinu, il faudra analyser les conditions de transfert de chaleur en fonction du temps en déterminant la constante de temps et admettre par exemple un compor-

tement du premier ordre pour le réducteur. La loi exponentielle exprimée au sous-chapitre sur les échauffements est une approximation grossière du phénomène.

22.3.2 PRESSION SUPERFICIELLE ET USURE

Les flancs de la denture de la vis et de la roue peuvent être détériorés soit par une pression trop élevée, soit par suite d'une usure exagérée. Les flancs de la roue sont particulièrement sollicités car le régime de frottement est dans le domaine mixte et la théorie hydrodynamique n'est pas applicable dans ce cas. La pression hertzienne sert de base à la détermination de la sécurité à la formation de piquûres et à l'usure. Les hypothèses simplificatrices introduites dans le calcul sont :

1. la pression hertzienne est constante le long des lignes de contact,
2. la pression hertzienne en une position déterminée est la même sur toutes les lignes de contact.

Ces deux hypothèses sont à peu près satisfaites après la période de rodage si le réglage de la position de la vis par rapport à celle de la roue lors du montage permet d'atteindre au début du rodage une surface portante située du côté de la sortie de l'engrènement, voir figure 22.10.

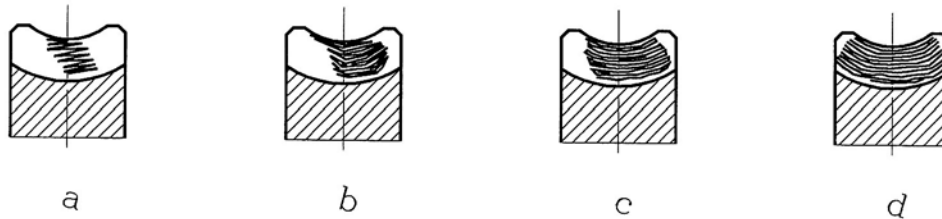


Figure 22.10 Portance sur les flancs de dent de la roue en fonction de la charge et du rodage :
 a) charge partielle au début du rodage b) charge nominale au début du rodage
 c) portance après la période de rodage d) surcharge

22.3.2.1 VALEUR DE LA PRESSION HERTZIENNE

La pression hertzienne sur les lignes de contact, dans un position définie de la vis, peut se trouver par la relation générale suivante :

$$p_{H0}^2 = \frac{M_{t2} E}{\pi (1-\nu^2) d_{m2} \sum_{k=1}^m \int \rho_n \cos \tau dl}, \quad (22.10.1)$$

avec :

- ρ_n rayon réduit du contact perpendiculaire aux lignes B de contact,
- τ angle entre le plan tangentiel aux points de contact et la section frontale,
- dl longueur élémentaire de la ligne de contact.

Cette relation générale, très peu pratique pour l'usage courant, est remplacée par une relation plus simple permettant de calculer la pression hertzienne moyenne sous la forme :

$$p_{Hm} = Z_E Z_p \sqrt{\frac{M_{t2} K_A}{a^3}}, \quad (22.10.2)$$

avec :

- Z_E facteur des matériaux calculable par la relation générale des roues cylindriques,
- Z_p facteur de contact dépendant du type de vis ZI ou ZH, voir figure 22.11,
- M_{t2} couple sur la roue exprimé en mm·N (calcul du couple en tenant compte seulement des pertes dans l'engrenage),

K_A facteur d'application de la charge selon tableau pour les roues cylindriques,
 a entraxe de l'engrenage en mm.

22.3.2.2 SÉCURITÉ À LA FORMATION DE PIQÛRES

La résistance aux piquûres est mesurée dans des essais de durée sous des conditions normées correspondant à 25 000 heures de service. La pression limite de l'engrenage à vis sans fin avant la formation de piquûres se trouve par :

$$p_{H \text{ lim}} = \sigma_{H \text{ lim}} Z_h Z_n, \tag{22.10.3}$$

avec :

$\sigma_{H \text{ lim}}$ valeur de la pression nominale selon tableau 22.2,
 Z_h facteur de durée de vie calculable par la relation :

$$Z_h = (25\ 000 \text{ heures} / L_h)^{1/6} \leq 1,6, \tag{22.10.4.4}$$

L_h durée de vie exigée en heures à régime constant.

En service intermittent, par exemple pour un taux de charge de 50%, adopter $L_h = 0,5 L_{h \text{ total}}$. À charge et vitesse variables, calculer la durée de vie équivalente par :

$$L_h = (t_0 F_{t20}^3 + t_1 F_{t21}^3 + t_2 F_{t22}^3 + \dots) / F_{t2}^3,$$

F_{t2} = force nominale sous le couple M_{t2} ,

t_i, F_{t2i} durée et force tangentielle partielles sur la roue;

Z_n facteur de charge variable à vitesse constante calculable par :

- à fréquence de rotation constante n_2 :

$$Z_n = [1 / (1 + 7,5 n_2)]^{0,125}, \tag{22.10.5}$$

- à fréquence variable n_{10} pendant t_0 (Z_{n0}), n_{11} pendant le temps t_1 (Z_{n1}), etc. :

$$Z_n = \left(\frac{Z_{n0}^2 t_0 + Z_{n1}^2 t_1 + Z_{n2}^2 t_2 + \dots}{t_0 + t_1 + t_2 + \dots} \right)^{0,5}. \tag{22.10.6}$$

La sécurité à la formation de piquûres est donnée par le rapport :

$$S_H = p_{H \text{ lim}} / p_{Hm} \geq S_{H \text{ min}}. \tag{22.10.7}$$

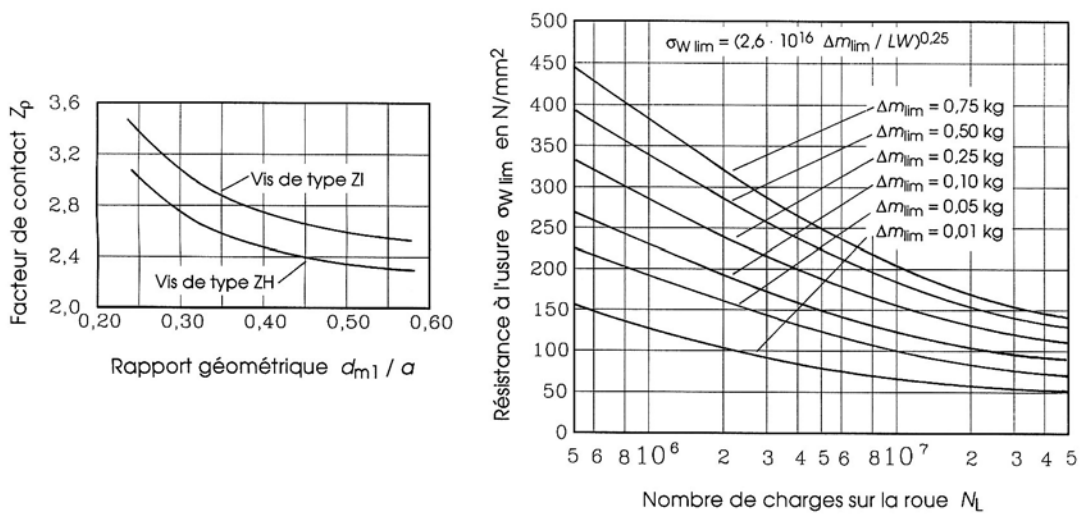


Figure 22.11 Facteur Z_p : $u = 5 \dots 20$, type ZI avec $\alpha_p = 20^\circ, x \approx 0$, type ZH avec $\alpha_p = 24^\circ, x \approx 0,5$
 Résistance à l'usure $\sigma_{W \text{ lim}}$ des flancs : roue GZ-CuSn 12, vis 16 MnCr 5 E, huile EP

22. Engrenages à axes gauches

La sécurité minimale $S_{H \min}$ doit être au moins comprise entre 1,0 et 1,3 suivant les hypothèses et simplifications introduites dans le contrôle.

22.3.2.3 SÉCURITÉ À L'USURE

La durée de vie à l'usure dépend de résultats d'essais pratiques très longs et peut être mise en danger par de légères modifications des conditions fondamentales comme la nature des matériaux, les caractéristiques du lubrifiant et/ou les impuretés contenues dans ce lubrifiant. La méthode proposée permet une première estimation. La condition générale à remplir sera :

$$\sigma_H = p_{Hm} \leq \sigma_{WP}.$$

La relation entre la résistance limite à l'usure $\sigma_{W \lim}$, la masse de matière déportée Δm_{\lim} sur les flancs de la roue et la durée de vie est représentée sur la figure 22.11 à droite dans les conditions nominales proposées. Des conditions différentes d'utilisation peuvent être ramenées au cas fondamental de contrôle par divers facteurs de correction :

$$\sigma_{WP} = \sigma_{W \lim} W_P W_R W_v / S_{W \min},$$

avec :

$\sigma_{W \lim}$ résistance à l'usure selon figure 22.11. La valeur admissible peut être déterminée à partir des conditions suivantes :

1. La quantité de matière usée ne doit pas mettre en danger la durée de vie exigée par accumulation de particules au fond du carter en cas de lubrification par barbotage, boucher le filtre à huile, la quantité de matière déportée se lisant directement sur le graphique en fonction du nombre de charges.
2. Pour les réducteurs très peu sollicités, les dents peuvent devenir juste pointues, l'usure pouvant atteindre à la limite $\Delta s_n \leq 0,3 m_n$.
3. Pour les réducteurs de puissance, la sécurité au pied de la dent S_F de la denture usée doit rester suffisante pendant toute la durée de vie exigée. Comme la résistance du pied de dent est proportionnelle au carré de l'épaisseur, la résistance diminue du facteur $(1 - 0,5 \Delta s_n / m_n)^2$ pour une usure Δs_n .
4. Pour des réducteurs avec inversion du sens de marche : le jeu maximal admissible ne doit pas être dépassé après usure.

La masse déportée par usure peut se calculer en fonction de l'augmentation du jeu normal par la relation :

$$\Delta m = \Delta s_n z_2 A_{z2} \rho_{roue}, \quad (22.11.1)$$

avec :

A_{z2} aire projetée d'une dent de la roue : $A_{P2} / (\cos \gamma_m \cos \alpha)$,

A_{P2} aire projetée dans la section radiale de la vis : environ $2 m_n (d_{m1}/2) \vartheta$,

ϑ angle au centre de contact dans la section radiale de la vis, en général $90^\circ = 0,5 \pi$,

ρ_{roue} masse volumique du matériau de la roue, voir tableau 22.3.

W_P facteur d'usure de l'appariement des matériaux. Il tient compte de l'influence des matériaux de la vis et de la roue, du lubrifiant selon tableau 22.3.

W_R Facteur de rugosité, les résultats expérimentaux manquant pour l'instant. Dans une première approximation, on peut admettre, comme pour le coefficient de frottement, la valeur donnée par l'expression suivante : $W_R \approx \{R_z/R_{z0}\}^{0,25}$.

W_v facteur de vitesse : $W_v = \{60 n_1 (v_{g0} + v_{gl}^{1,5}) / (u v_{gl})\}^{0,25}$, avec v_{g0} selon tableau 22.3.

$S_{W \min}$ facteur de sécurité minimal; il dépend de la qualité des hypothèses et des grandeurs introduites dans le calcul : $S_{W \min} = 1$ à 1,3.

Finalement, la sécurité à l'usure de la transmission par vis sans fin sera :

$$S_W = \sigma_{W \text{ lim}} W_P W_R W_V / \sigma_H \geq S_{W \text{ min}}. \quad (22.11.2)$$

Tableau 22.3
Facteurs d'appariement pour l'usure des flancs et vitesses caractéristiques

Roue	GZ-CuSn12		GZ-CuSn12Ni		GZ-CuSn14	GZ-CuAl10Ni
Vis	16MnCr5	42CrMo4	16MnCr5	42CrMo4	16MnCr5	16MnCr5
Huile L4	1,0 $W_P = 0,88$ À 1,37	0,63 0,56 à 0,87	1,04 0,91 à 1,42	1,21 1,06 à 1,66	0,74 0,65 à 1,01	0,63 0,55 à 0,86
	$v_{G0} = 0,11$	0,65	0,13	0,06	0,34	0,86
Huiles S1&S2	$W_P = 1,71$ (0,98)	1,56 (0,89)	2,03 (1,16)	---	2,28 (1,31)	---
	$v_{G0} = 0,10$	0,85	0,10	---	0,06	---
Proue kg/dm ³	8,8	8,8	8,8	8,8	8,9	7,4
<p><i>Remarques complémentaires :</i> Huiles : L4 huile minérale avec additifs EP, $v_{50} = 225 \text{ mm}^2/\text{s}$, IV = 95 S1 huile de synthèse (polyglycol), $v_{50} = 95 \text{ mm}^2/\text{s}$ IV = 140 S2 huile de synthèse (polyéther), $v_{50} = 165 \text{ mm}^2/\text{s}$ IV = 210 Rugosité de la denture de la vis rectifiée : $R_z = \text{environ } 3 \mu\text{m}$ Vis : 16MnCr5 acier cémenté, trempé avec environ 60 HRC 42CrMo4 acier amélioré Le comportement des autres bronzes pour roues n'est pas connu actuellement Les roues en bronze coulé en sable ont une résistance d'environ 50% inférieure à celle des roues en bronze centrifugé.</p>						

22.3.2.4 SÉCURITÉ À LA RUPTURE DE LA DENTURE

Le contrôle de la sécurité à la rupture de la denture de la roue passe par le facteur U calculable par :

$$U = F_{t2} K_A / (m b_2). \quad (22.11.2)$$

Le coefficient de sécurité se trouve simplement par le rapport :

$$S_F = U_{\text{lim}} / U \geq 1. \quad (22.11.3)$$

la valeur du coefficient dépendant à nouveau de la qualité des hypothèses et des valeurs introduites. La valeur limite U_{lim} est donnée dans le tableau 22.2. Il dépend directement de l'alliage adopté pour la denture de la roue. Cette sécurité devrait être contrôlée après usure de la denture.

22.3.2.5 DÉFORMATION EN FLEXION DE LA VIS

Sous l'effet des efforts répartis appliqués entre la vis et la roue, ces deux pièces se déforment et provoquent une modification des conditions d'engrènement entre la vis et la roue comme suit :

- dans le sens radial : une détérioration de l'engrènement,
- dans le sens tangentiel : un déplacement de la zone de contact entre les dents,
- dans le sens axial de la vis : une compression et un risque de flambement la plupart du temps négligeable.

La déformation radiale δ ne devrait pas dépasser :

- vis cémentée trempée : $\delta_{\text{lim}} \leq 0,004 m_n$,

22. Engrenages à axes gauches

- vis améliorée : $\delta_{lim} \leq 0,01 m_n$.

1. Détermination simplifiée de la déformation en flexion de la vis

La vis est assimilée à une pièce à section constante placée sur deux appuis articulés, sollicitée par une force concentrée résultante des composantes tangentielle et radiale, cette force étant à égale distance des appuis. La déformation radiale δ est alors trouvée par la relation générale usuelle :

$$\delta = \frac{F l_1^3}{48 E I_y}, \quad (22.11.4)$$

avec :

$$|\vec{F}| = \{F_{r1}^2 + F_{t1}^2\}^{0,5},$$

l_1 distance entre appuis; cette distance valant approximativement $l_1 \approx 3,3 a^{0,87}$.

E module d'élasticité de la vis,

I_y moment quadratique axiale de la section de substitution : $I_y \approx \pi d_{m1}^4/64$.

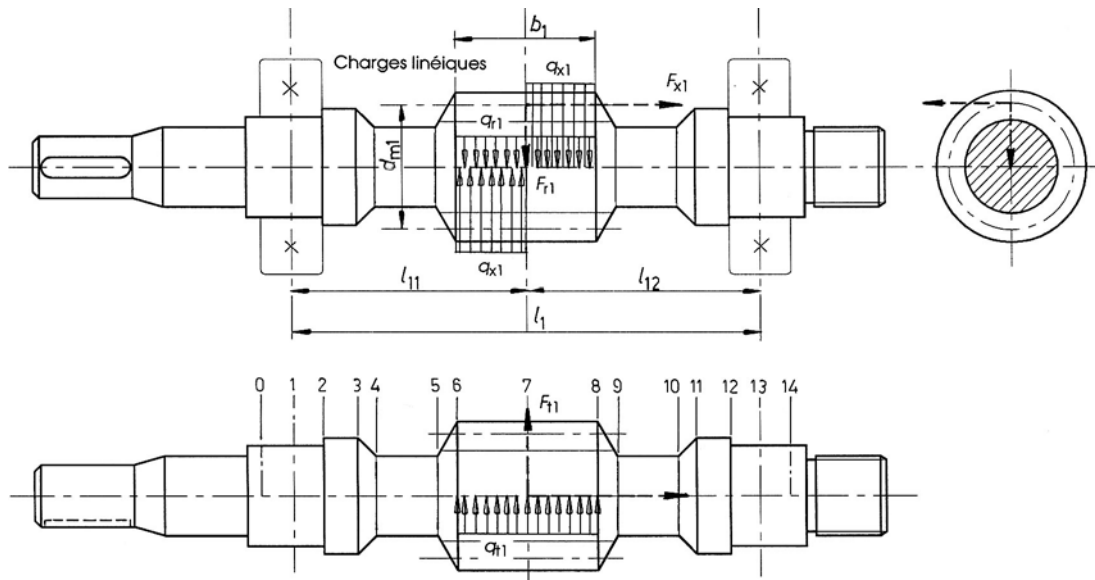


Figure 22.12 Efforts concentrés sur la vis et charges réparties équivalentes
Détermination de la déformation en flexion

2. Introduction de la charge sur la vis

La forme de la vis ne peut guère être assimilée à une pièce à section constante de telle sorte que le calcul de la déformation maximale doit s'effectuer en tenant compte de la répartition de la charge et de la forme de la vis. La méthode proposée se sert de la matrice de transmission et de charges réparties par tronçons. L'équilibre de la pièce sous l'effet de forces composantes concentrées permet de trouver les réactions des appuis : composantes radiales et composante axiale sur l'un des paliers en introduisant la position des points de calcul sur chaque normale à l'axe de la vis, en particulier pour les paliers à roulements à contact oblique ou à rouleaux coniques.

En supposant la charge répartie sur toute la longueur portante de la vis, les charges linéiques composantes sont calculées de la manière suivante :

- dans la vue de face :

- charge répartie uniformément engendrée par la composante radiale : $q_{r1} = F_{r1}/b_1$,
- charges opposées engendrées par la composante axiale : $q_{x1} = 2 d_{m1} F_{x1}/b_1^2$;
- sommation des deux charges réparties.

- dans la vue de dessus :
 - charge répartie uniformément engendrée par la composante tangentielle : $q_{t1} = F_{t1}/b_1$.
 - paliers ou appuis de la vis :
 - répartition uniforme des composantes radiales des réactions d'appui dans les deux vues.

La figure 22.12 montre le principe de la transformation de la charge et le découpage de la vis en 14 tronçons. La détermination de la déformée dans les deux vues permet de trouver la déformation résultante de la vis sur l'axe de la roue, dans le cas particulier de la figure en fin du tronçon 7.

22.4 RECOMMANDATIONS DE CONCEPTION

Les réducteurs ou multiplicateurs de vitesse à vis sans fin présentent des caractéristiques constructives différentes de celles des mécanismes à roues cylindriques. Ce sous-chapitre traite les particularités de ces transmissions.

22.4.1 CONCEPTION DE LA VIS

Lorsque la vis est motrice, le sens de l'hélice et sa position par rapport à la roue à vis permettent d'adapter la transmission du mouvement aux conditions locales. Le sens usuel du filet est à droite. Dans la lubrification par bain d'huile, la vis est placée sous la roue afin d'évacuer efficacement l'énergie thermique produite. Pour des vitesses inférieures à 5 m/s, la vis peut aussi se monter sur la roue. Le quotient diamétral q est généralement compris entre 7 et 11. À entraxe et rapport de transmission donnés, il faut adopter de grands modules afin d'augmenter l'angle de filet et le rendement entre les flancs ainsi que la résistance de la denture. Les quotients diamétraux $q = 12$ à 17 sont réservés aux réducteurs à faible vitesse.

Pour les réducteurs à hautes performances, la vis est fabriquée en acier de cémentation allié (comme la nuance 16 MnCr 5), cémenté trempé à HRC = 56 à 62 ou en acier d'amélioration (comme les 34 CrMo 4 et 42 Cr Mo 4) trempé superficiellement à la flamme ou par induction avec HRC ≥ 56 . Les aciers d'amélioration non trempés sont introduits dans les réducteurs sollicités par des à-coups, l'usure étant bien entendu supérieure à celles des dentures durcies. Si le réducteur doit transmettre le mouvement presque sans jeu, il est possible de prévoir sur la vis un module pour le flanc gauche et un module légèrement différent pour le flanc droit. Dans cette exécution particulière, la compensation du jeu est alors obtenue par déplacement axial de la position de la vis.

22.4.2 CONCEPTION DE LA ROUE

La liaison entre la couronne de la roue et le moyeu est assurée par des vis ajustées serrées selon les recommandations pour vis à haute résistance. Si la couronne est frettée ou chassée sur le moyeu, il faut tenir compte de la différence de température en service et des coefficients de dilatation linéaire entre ces deux composants en augmentant la température de frettage de 50 K. De plus, l'usure progressive des dents de la roue diminue le serrage avec le temps. La conception de la roue complète en bronze est réservée aux très petits réducteurs.

La roue en bronze centrifugé, nuances GZ-CuSn 12 et GZ-CuSn 12 Ni, est de règle dans les réducteurs à hautes performances. Les cupro-aluminiums et la fonte grise perlitique possèdent une meilleure résistance à l'usure mais sont très sensibles aux pressions locales et au grippage, en particulier pendant la période de rodage. Le rendement de la transmission et la capacité de charge peuvent être augmentés par un rodage des flancs à faible vitesse avec une huile très

visqueuse. Le contrôle de la qualité de la denture et de l'engrenage est très difficile à l'état monté. Le jeu normal entre flancs peut prendre les valeurs représentées sur la figure 22.13.

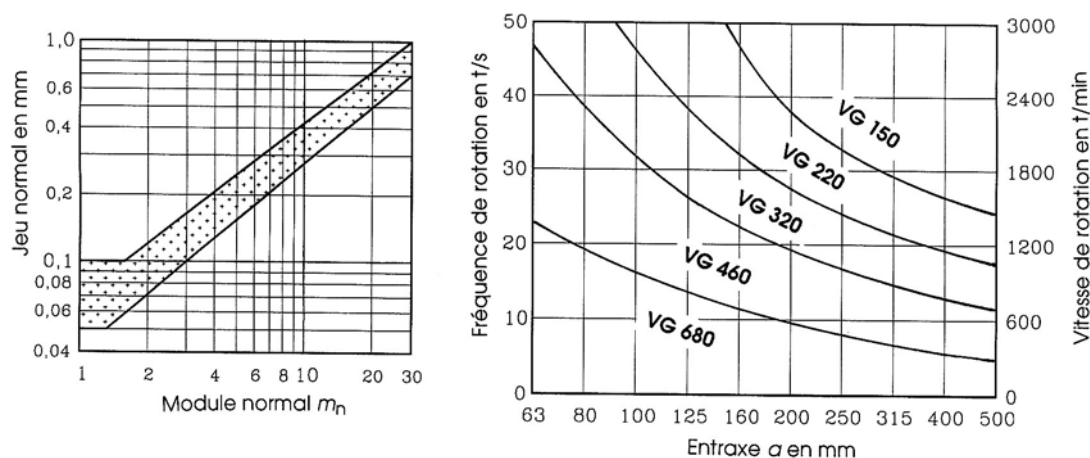


Figure 22.13 Limites usuelles du jeu normal en fonction du module
Recommandations pour le choix de la viscosité du lubrifiant

Le réglage de la position de la roue par rapport à celle de la vis doit pouvoir se contrôler facilement par un orifice d'inspection dans le carter. La figure 22.10 montre la progression de la surface de touche sur les dents de la roue, cette surface devant se trouver du côté de la sortie de l'engrènement pour une transmission à sens unique. Après réglage de la roue, cette dernière doit occuper une position fixe dans le carter.

22.4.3 CONCEPTION DU CARTER

À part la présence de l'orifice d'inspection, le carter est équipé de nervures de refroidissement placées dans le sens de l'écoulement de l'air. Les carters des réducteurs de série sont à forme symétrique de manière à pouvoir interchanger la position des arbres d'entrée et de sortie. Les paliers lisses sont choisis seulement dans les réducteurs très silencieux comme par exemple dans les ascenseurs. Les roulements à contact obliques (série 73) et les roulements à galets coniques (série 313) sont pratiquement équivalents. Si les efforts axiaux sont très importants, choisir la solution : un palier pour réaction radiale pure et un second palier pour réaction axiale - radiale. Protéger les roulements des particules solides par des couvercles ou des chicaneaux. La distance entre paliers de la roue à vis ne doit pas être inférieure à 0,6 à 0,7 fois l'entraxe. La durée de vie des roulements pour réducteurs de série peut rester modeste :

5 000 à 10 000 heures, exceptionnellement 20 000 à 30 000 heures.

22.4.4 CHOIX DU LUBRIFIANT ET DES ACCESSOIRES

Dans la plupart des cas, une lubrification par barbotage suffit si la vitesse de glissement n'est pas trop grande (moins de 10 à 12 m/s). Pour des vitesses plus élevées, la lubrification s'effectue par projection d'huile sur les dents de la vis. La lubrification forcée est aussi nécessaire lorsque la position du réducteur est variable. La lubrification sous pression est constituée par deux tubes percés de trous radiaux, alimentés en huile, permettant de projeter le lubrifiant dans la zone d'engrènement, pression d'alimentation 1,5 bar. Pour que les dentures soient suffisamment lubrifiées par barbotage, il faut que :

- vis sous la roue : la vis trempe dans l'huile jusqu'à son cercle de pied;
- vis sur la roue : la roue trempe dans l'huile jusqu'à 30% de son diamètre extérieur.

La viscosité à prévoir pour le lubrifiant, huile minérale avec additifs ou huile synthétique, est représentée sur la figure 22.13 à droite en fonction de l'entraxe et de la fréquence de rotation. La température en service du lubrifiant ne devrait pas dépasser :

- huile minérale avec additifs : 80°C , durée de vie : 2000 à 4000 heures.
- huile synthétique : 100 °C , durée de vie : 6000 à 12000 heures.

Après la période de rodage, 300 à 600 heures pour l'huile minérale, 1000 à 2000 heures pour l'huile synthétique, le lubrifiant doit être évacué à chaud en éliminant les suspensions métalliques. Attention ! les huiles synthétiques ne sont pas à disposition dans tous les pays et les viscosités élevées n'existent que chez quelques fournisseurs. Comme les huiles synthétiques supportent des températures plus élevées, il est possible d'adopter des viscosités plus fortes.

22.5 EXEMPLE D'UN ENGRENAGE À VIS SANS FIN

Soit à trouver toutes les dimensions géométriques d'un engrenage à vis sans fin et à contrôler les conditions de transmission de cet engrenage dans les conditions suivantes :

- entraxe : $a = 160$ mm,
- rapport d'engrenage : $u = 14,3$,
- type de profil : ZI (en développante),
- sens de la vis : à droite,
- puissance à transmettre : $P = 12,5$ kW
- fréquence de rotation de la vis motrice : $n_1 = 30$ t/s ou 1800 t/min,
- facteur d'application de la charge $K_A = 1.25$.
- huile synthétique polyglycol 220 / 37 $\rho = 1,05$ kg/dm³.

Tableau.22.4

Réducteur à vis sans fin avec denture de type ZI

DIMENSIONS GEOMETRIQUES DE L'ENGRENAGE A VIS SANS FIN		
Grandeurs	Vis	Roue
Nombre de dents	$z_1 = 3$	$z_2 = 43$
Rapport d'engrenage	$u = 14.333$	
Module axial	$m = 6.050$	
Pas axial	$p_x = 19.0066$	
Entraxe	$a = 160.000$	
Module réel	$m_n = 5.7896$	
Type de profil	ZI	
Angle des axes	$\Sigma = 90^\circ$	
Angle des flancs (axial)	$\alpha_a = 20.824^\circ$	
Angle des flancs (normal)	$\alpha_n = 20.000^\circ$	
Pas hélicoïdal	$p_{z1} = 57.020$	
Sens de l'hélice sur la vis	à droite	
Sens de l'hélice sur la roue	à droite	
Diamètre de référence	$d_{m1} = 59.850$	$d_{m2} = 260.150$
Quotient diamétral	$q = 9.893$	
Angle d'inclinaison de référence	$\gamma_1 = 16.870^\circ$	
Angle d'hélice de la roue	$\beta_2 = 73.130^\circ$	
Largeur de la denture	$b_1 = 90.000$	$b_2 = 46.000$

22. Engrenages à axes gauches

Grandeurs	Vis	Roue
Coefficient de déport	$x_1 =$	0.000
Saillie	$h_{a1} =$	6.075
Vide à fond de dent	$c_1 =$	1.210
Creux	$h_{f1} =$	7.260
Hauteur de dent	$h =$	13.335
Jeu partiel normal	$j_n =$	0.18..0.28
<i>Diamètres</i>		
- primitif de référence	$d_1 =$	59.850 $d_2 =$ 260.150
- moyen de référence	$dm_1 =$	59.850 $dm_2 =$ 260.150
- de tête	$d_{a1} =$	72.000 $d_{a2} =$ 272.250
- de pied	$d_{f1} =$	45.330 $d_{f2} =$ 245.630
- extérieur de la roue		$d_{e2} =$ 278.000
- de base, type ZI	$d_{b1} =$	37.312

CONTROLES MECANIQUES DE L'ENGRENAGE A VIS SANS FIN		
Grandeurs	Vis	Roue
Puissance à transmettre	$P =$	12500 W
Fréquence de rotation	$n_1 =$	30.00 $n_2 =$ 2.09
Elément moteur		Vis motrice
Couple moteur en m*N	$M_{t1} =$	66.31 $M_{t2} =$ 826.19
Facteur d'application de la charge	$K_A =$	1.25
Lubrifiant		Synthétique polyclycol 220
Durée de vie exigée		$L_H =$ 16000 heures
Matière de la vis		16 MnCr 5
Matière de la roue		GZ-CuSn12Ni
Viscosité du lubrifiant à 40°		$\nu =$ 220.0
<i>1. Coefficient de frottement entre dents</i>		
Usinage des flancs de la vis		flancs rectifiés
Rugosité des flancs	$R_z =$	4.0 μm
Vitesse de glissement	$v_{gl} =$	5.894 m/s
Facteur du matériau	$Y_w =$	0.950
Coefficient de frottement équivalent	$\mu_z =$	0.028
<i>2. Composantes forces sur la vis et la roue en N</i>		
Composante tangentielle	$F_{t1} =$	2216.0 $F_{t2} =$ 6585.7
Composante radiale	$F_{r1} =$	2527.9 $F_{r2} =$ 2527.9
Composante axiale	$F_{x1} =$	6585.7 $F_{x2} =$ 2216.0
<i>3. Puissances perdues et rendement global</i>		
Type de paliers pour la vis et la roue		Paliers à roulements
Puissance perdue dans les paliers	$P_{pal} =$	63 W
Puissance perdue entre vis et roue	$P_{vis} =$	1235 W
Puissance perdue par brassage	$P_{bras} =$	134 W
Puissance perdue totale	$\Delta P_{tot} =$	1431 W
Rendement global du mécanisme	$\eta_e =$	89 %

Organes de transmission indirecte

CONTROLES MECANIQUES DE L'ENGRENAGE A VIS SANS FIN		
Grandeurs	Vis	Roue
<i>4. Echauffement et sécurité thermique</i>		
Aire extérieure d'échange	$A_{car} = 1.08 \text{ m}^2$	
Coefficient global de calcul	$K_{car} = 40.44 \text{ W/m}^2\text{K}$	
Position de la vis dans l'engrenage	sous la roue à vis	
Présence du ventilateur	avec un ventilateur	
Température ambiante de l'air	$T_{air} = 20.00 \text{ }^\circ\text{C}$	
Vitesse de l'air (véhicule)	$v_{air} = 0.0 \text{ m/s}$	
Élévation de température	$\Delta T = 32.9 \text{ K}$	
Température du lubrifiant	$T_{lub} = 60.0 \text{ }^\circ\text{C}$	
<i>5. Pression hertzienne entre les dentures</i>		
Module d'élasticité vis	$E_1 = 205000 \text{ N/mm}^2$	
Module d'élasticité roue	$E_2 = 98100 \text{ N/mm}^2$	
Facteur des matériaux	$Z_E = 152 \text{ N/mm}^2$	
Facteur de contact	$Z_p = 2.83$	
Rapport géométrique	$d_{m1}/a = 0.37$	
Pression limite sur roue	$p_{Hlim} = 520.00 \text{ N/mm}^2$	
Pression hertzienne	$p_{Hm} = 220.28 \text{ N/mm}^2$	
Rapport $\sigma_{Hlim}(\text{table})/p_{Hm}$	$\sigma_{Hlim}/p_{Hm} = 2.36$	
<i>6. Sécurité contre la formation de piqûres</i>		
Facteur de durée de vie	$Z_h = 1.08$	
Facteur de charge variable	$Z_n = 0.70$	
Pression limite aux piqûres	$p_{lim} = 394.0 \text{ N/mm}^2$	
Sécurité à la formation de piqûres	$S_p = 1.32$	
<i>7. Sécurité à l'usure des flancs de la roue</i>		
Valeurs calculées en régime stationnaire		
Épaisseur approximative de la dent	$s_n = 8.546$	
Diminution maximale de l'épaisseur	$\Delta s_n = 1.815$	
Masse maximale déportée sur le flanc	$\Delta m_{mas} = 0.391 \text{ kg}$	
Masse admissible	$\Delta m_{adm} = 0.195 \text{ kg}$	
Nombre de charges sur la denture	$N_{ch} = 120.558 \text{ E6}$	
Facteur d'appariement	$W_p = 1.00$	
Facteur de rugosité	$W_R = 1.08$	
Facteur de vitesse	$W_v = 4.19$	
Contrainte limite à l'usure	$\sigma_{wlim} = 80.6 \text{ N/mm}^2$	
Coefficient de sécurité	$S_w = 1.72$	
<i>8. Sécurité sur les risques de rupture de la dent</i>		
Facteur U de sollicitation de la dent	$U = 28.53$	
Coefficient de sécurité en rupture	$S_F = 7.61$	
<i>9. Déformation de la vis sous charge (méthode simplifiée)</i>		
Charge concentrée résultante	$F_{rad} = 3362 \text{ N}$	
Distance entre appuis	$L_0 = 270 \text{ mm}$	
Déformation radiale	$f_{rad} = 0.0107 \text{ mm}$	
Rapport flèche/module	$f/m = 0.0018$	
Sécurité à la déformation	$S_d = 5.67$	

Variante à même entraxe avec type ZH (Couple CAVEX de la maison Flender) :

Selon catalogue K 881 D/EN 11.90, les dimensions géométriques adoptées dans un couple avec denture à profil creux sont les suivantes :

Grandeurs	Vis	Roue
Nombre de dents	$z_1 = 3$	$z_2 = 43$
Diamètre extérieur	$d_{a1} = 72.300$	$d_{e2} = 276.000$
Largeur de denture	$b_1 = 89.000$	$b_2 = 46.000$
Fréquence de rotation	$n_1 = 30 \text{ t/s}$	
Puissance nominale transmissible	$P_1 = 27 \text{ kW}$	
Couples sur les arbres [m.N]	$M_{t1} = 143.2$	$M_{t2} = 1920$
Couple maximal sur la roue	$M_{t\max} = 2800 \text{ m}\cdot\text{N}$	
Rendement du réducteur	$\eta = 93.5 \%$	
Facteurs de correction selon catalogue :		
Facteur d'application de la charge	$f_1 = K_A = 1.25$	
Facteur de mise en route	$f_2 = 1.0$	
Facteur de lubrifiant	$f_3 = 1,25$	
Facteur de service	$f_4 = 1,0 \quad (\text{DE}=100\%)$	
Facteur de température ambiante	$f_5 = 1,0$	
Facteur de forme de carter	$f_6 = 1.0$	
Facteur résultant	$f_{\text{tot}} = 1.56$	
Puissance transmissible	$P = 17.3 \text{ kW}$	

22.6 CONTRÔLE D'UN ENGRENAGE SELON DIN 3996

22.6.1 PRÉSENTATION DE LA NORME DIN 3996 :1998-09

La recherche des dimensions géométriques de l'engrenage à vis sans fin ne fait pas partie de la norme DIN 3996 publiée en 1998. Les dimensions géométriques doivent se choisir et être toutes connues avant l'utilisation de cette norme. Le choix des matériaux est très limité, pratiquement la roue doit se fabriquer en bronze de la nuance CuSn12Ni. Les caractéristiques déjà connues sont :

1. *Facteur d'application de la charge K_A*

Le facteur d'application de la charge K_A tient compte de toutes les sollicitations variables appliquées depuis l'extérieur sur l'engrenage. Sous charge nominale, ce facteur vaut 1,00.

2. *Composantes des forces sur la denture*

Les couples nominaux étant désignés par M_{t1n} sur la vis, M_{t2n} sur la roue, les couples de calcul s'expriment par les relations :

$$M_{t1} = M_{t1n} \cdot K_A$$

$$M_{t2} = M_{t2n} \cdot K_A$$

Les composantes tangentielles $\vec{F}_{tm1,2}$, axiales $\vec{F}_{xm1,2}$ et radiales $\vec{F}_{rm1,2}$ peuvent se trouver. En particulier, les composantes tangentielles sur la vis et sur la roue se déterminent à partir du couple de torsion et du rayon moyen de l'élément $d_{dm1,2}$.

Le facteur 2000 dans les expressions provient de la transformation des mm en mètre, les dimensions géométriques de la denture étant en mm, les couples en m*N.

22.6.2 EFFORTS SUR LA DENTURE

1. La vis est l'élément moteur

La recherche des composantes tangentielles part des deux couples sur les arbres et des diamètres moyens. Nous laissons de côté les signes + ou - de ces composantes.

$$\text{Force tangentielle sur la vis : } F_{tm1} = 2000 \cdot \frac{M_{t1}}{d_{m1}} = 2000 \cdot \frac{M_{t2}}{d_{m1} \cdot \eta_{ges} \cdot u} = F_{xm2}. \quad (22.12.1)$$

$$\text{Force tangentielle sur la roue : } F_{tm2} = 2000 \cdot \frac{M_{t2}}{d_{m2}} = 2000 \cdot \frac{M_{t1} \cdot \eta_{ges} \cdot u}{d_{m2}} = F_{xm1}. \quad (22.12.2)$$

Dans ces deux expressions, η_{ges} représente le rendement total de l'engrenage.

$$\text{Forces radiales : } F_{rm1} = F_{rm2} = F_{tm1} \cdot \frac{\tan \alpha_0}{\sin(\gamma_m + \rho_{zm})}. \quad (22.12.3)$$

2. La roue est l'élément moteur

La recherche des composantes tangentielles part des deux couples sur les arbres et des diamètres moyens. Nous laissons de côté les signes + ou - de ces composantes.

$$\text{Force tangentielle sur la vis : } F_{tm1} = 2000 \cdot \frac{M_{t1}}{d_{m1}} = 2000 \cdot \frac{M_{t2} \cdot \eta'_{ges}}{d_{m1} \cdot u} = F_{xm2}.$$

$$\text{Force tangentielle sur la roue : } F_{tm2} = 2000 \cdot \frac{M_{t2}}{d_{m2}} = 2000 \cdot \frac{M_{t1} \cdot u}{d_{m2} \cdot \eta'_{ges}} = F_{xm1}.$$

Dans ces deux expressions, η'_{ges} représente le rendement total de l'engrenage ($\rho_{zm} = \arctan(\mu_{zm})$).

$$\text{Forces radiales : } F_{rm1} = F_{rm2} = F_{tm1} \cdot \frac{\tan \alpha_0}{\sin(\gamma_m + \rho_{zm})}. \quad (22.12.4)$$

22.6.3 GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DE CALCUL

1. Caractéristique pour la pression hertzienne

Pour les formes de flancs A (ZA), I (ZI), K (ZK) et N (ZN), la caractéristique s'écrit :

$$p_m^* = 1,03 \cdot \left(0,4 + \frac{x}{u} + 0,01 \cdot z_2 - 0,083 \cdot \frac{b_{2H}}{m_x} + \frac{\sqrt{2q-1}}{6,9} + \frac{q+50 \cdot (u+1)/u}{15,9+37,5 \cdot q} \right). \quad (22.13.1)$$

Pour la forme de flanc C (ZH), flancs creux, la caractéristique s'écrit par l'expression :

$$p_m^* = 1,03 \cdot \left(0,31 + 0,78 \cdot \frac{x}{u} + 0,008 \cdot z_2 - 0,065 \cdot \frac{b_{2H}}{m_x} + \frac{\sqrt{2q-1}}{8,9} + \frac{q+50 \cdot (u+1)/u}{20,3+47,9 \cdot q} \right). \quad (22.13.2)$$

2. Caractéristique pour l'épaisseur moyenne du film

Pour les formes de flancs A (ZA), I (ZI), K (ZK) et N (ZN), la caractéristique s'écrit :

$$h^* = 0,018 + \frac{q}{7,86 \cdot (q+z_2)} + \frac{1}{z_2} + \frac{x}{110} - \frac{u}{36300} + \frac{b_{2H}}{370,4 \cdot m_x} - \frac{\sqrt{2q-1}}{213,9}. \quad (22.13.3)$$

Pour la forme de flanc C (ZH), la caractéristique s'écrit par l'expression :

$$h^* = 0,025 + \frac{q}{5,83 \cdot (q+z_2)} + \frac{1}{z_2} + \frac{x}{81,6} - \frac{u}{26920} + \frac{b_{2H}}{274,7 \cdot m_x} - \frac{\sqrt{2q-1}}{158,6}. \quad (22.13.4)$$

3. Caractéristique de distance moyenne de glissement

La distance de glissement du point de contact sur le flanc de la denture de la vis est une caractéristique très importante. La caractéristique de distance moyenne de glissement s'écrit s^* et peut se trouver pour les dimensions usuelles des vis sans fin.

Pour les formes de flancs A (ZA), I (ZI), K (ZK) et N (ZN), la caractéristique s'écrit :

$$s^* = 0,78 + 0,21 \cdot u + 5,6 / \tan \gamma_m \quad (22.13.5)$$

Pour la forme de flanc C (ZH), la caractéristique s'écrit par l'expression :

$$s^* = 0,94 + 0,25 \cdot u + 6,7 / \tan \gamma_m \quad (22.13.6)$$

4. Détermination du film moyen minimal de lubrifiant

Avec quelques simplifications, le film moyen minimal se trouve à partir de la relation de Dowson et Higginson :

$$h_{\min m} = 21 \cdot h^* \cdot \frac{c_\alpha^{0,6} \cdot \eta_{OM}^{0,7} \cdot a^{1,39} \cdot E_{red}^{0,03}}{M_{t2}^{0,13}} \quad (22.13.7)$$

Les grandeurs intervenant dans cette expression sont :

- la caractéristique pour l'épaisseur moyenne du film h^* vue précédemment,
- la valeur approchée c_α , remplaçant l'exposant de viscosité en pression α , par les expressions :

 Pour les huiles minérales :

$$c_\alpha = 1,7 \cdot 10^{-8} \quad (\text{en m}^2/\text{N})$$

 Pour les polyglycols :

$$c_\alpha = 1,3 \cdot 10^{-8} \quad (\text{en m}^2/\text{N})$$

- la viscosité dynamique η_{OM} du lubrifiant à la pression ambiante p_0 et la température sur la roue ϑ_M se trouve par la relation suivante :

$$\eta_{OM} = v_M \cdot \rho_{oilM} / 1000 \quad (\text{en Ns/m}^2).$$

La viscosité cinématique du lubrifiant v_M se trouve à partir de la caractéristique viscosité = fonction(température) à la température sur la roue ϑ_M . La température du lubrifiant sur la roue se calcule aux points 3.2 pour la lubrification par barbotage, au point 3.4 pour la lubrification par projection de liquide.

- la masse volumique du lubrifiant à la température ϑ_M se trouve par l'expression :

$$\rho_{oilM} = \rho_{oil15} / [1 + k_p \cdot (\vartheta_M - 15)],$$

avec : ρ_{oil15} la masse volumique du lubrifiant à 15°C.

$$k_p = 7,0 \cdot 10^{-4} \quad \text{pour les huiles minérales,}$$

$$k_p = 7,7 \cdot 10^{-4} \quad \text{pour les polyglycols.}$$

- le module d'élasticité E_{red} en N/mm², dit résultant, dépendant des modules d'élasticité de la vis et de la roue, E_1 , E_2 , et des coefficients de contraction ν_1 , ν_2 . Il se calcule par l'expression donnée ci-après ou peut se lire directement dans le tableau suivant.

$$E_{red} = \frac{2}{(1 - \nu_1^2) / E_1 + (1 - \nu_2^2) / E_2}.$$

5. Longueur de l'usure

La longueur de l'usure s_{Wm} se trouve à partir du nombre de charges sur la denture de la roue N_L et de la distance de glissement sur la vis. Elle se trouve par l'expression :

$$s_{Wm} = s_{gm} \cdot N_L = s^* \cdot \frac{\sigma_{Hm} \cdot a}{E_{red}} \cdot N_L. \quad (22.13.8)$$

Le nombre de charges sur la denture de la roue peut se trouver à partir de la fréquence de rotation de la roue n_2 et de la durée de vie exigée L_h en heures.

$$N_L = 3600 \cdot n_2 \cdot L_h.$$

La pression moyenne sur le flanc de la denture se calcule par la relation développée par Hertz. Dans le cas particulier de l'engrenage à vis sans fin, elle prend la forme :

$$\sigma_{Hm} = P_{Hm} = \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{P_m^* \cdot M_{t2} \cdot 10^3 \cdot E_{red}}{a^3} \right)^{0,5}. \quad (22.13.9)$$

22.6.4 RENDEMENTS ET PUISSANCES EN JEU

Le calcul des divers rendements et des puissances en jeu, en entrée et perdues par divers facteurs, permet de trouver les composantes rectangulaires des efforts entre dents et de trouver la température en service.

1. Rendement total

Le rendement total η_{ges} se trouve par l'une des deux relations suivantes :

- la vis est l'élément moteur de l'engrenage :

$$\eta_{ges} = \frac{P_2}{P_2 + P_V} = \frac{P_1 - P_V}{P_1}. \quad (22.14.1)$$

- la roue est l'élément moteur de l'engrenage :

$$\eta_{ges} = \frac{P_1}{P_1 + P_V} = \frac{P_2 - P_V}{P_2}.$$

2. Puissance perdue totale

La puissance perdue totale est la somme des divers puissances perdues. Elle se trouve par la relation suivante :

$$P_V = P_{Vz} + P_{V0} + P_{VLP} + P_{VD}. \quad (22.14.2)$$

avec : P_{Vz} puissance perdue dans la denture,

P_{V0} puissance perdue à vide,

P_{VLP} puissance perdue dans les paliers de la vis,

P_{VD} puissance perdue dans les joints de la vis.

3. Calcul du rendement de la denture

Le rendement de la denture se trouve par l'une des deux relations suivantes :

1. Vis comme élément moteur :

$$\eta_z = \frac{\tan \gamma_m}{\tan(\gamma_m + \arctan \mu_{zm})}. \quad (22.14.3)$$

2. Roue comme élément moteur :

$$\eta_z = \frac{\tan(\gamma_m - \arctan \mu_{zm})}{\tan \gamma_m}.$$

22. Engrenages à axes gauches

Le coefficient de frottement moyen entre dents se trouve par la relation :

$$\mu_{zm} = \mu_{0T} \cdot Y_S \cdot Y_G \cdot Y_W \cdot Y_R \quad (22.14.3)$$

3. Valeur du coefficient de frottement de base μ_{0T} . Ce coefficient dépend du type de lubrifiant et de la vitesse de glissement v_{gm} exprimée en m/s. Les trois relations proposées permettent de trouver sa valeur.

3.1 Huile minérale :

$$\mu_{0T} = 0,028 + 0,026 \cdot \frac{1}{(v_{gm} + 0,17)^{0,76}} \leq 0,1 \quad (22.14.4)$$

3.1 Polyglycol avec EO:PO = 0 : 1

$$\mu_{0T} = 0,018 + 0,026 \cdot \frac{1}{(v_{gm} + 0,20)^{0,78}} \leq 0,096 \quad (22.14.5)$$

3.2 Polyglycol avec EO:PO = 1 : 1

$$\mu_{0T} = 0,022 + 0,013 \cdot \frac{1}{(v_{gm} + 0,20)^{1,16}} \leq 0,092 \quad (22.14.6)$$

4. Facteur de grandeur :

$$Y_S = (100/a)^{0,5}$$

5. Facteur géométrique :

$$Y_G = (0,07/h^*)^{0,5}$$

h^* est la valeur caractéristique pour l'épaisseur moyenne du film de lubrifiant.

6. Facteur de matière Y_W

Le tableau 22.5 donne la valeur de ce facteur en fonction de la matière.

Tableau 22.5

Caractéristiques des matières pour les roues de vis sans fin

Modules d'élasticité et coefficients de contraction, Masse volumique, Résistance aux piqûres
Résistance au cisaillement τ_{FlimT} des matières

Matière de la roue selon norme DIN	GZ- CuSn12 1705	GZ- CuSn12Ni 1705	GZ- CuAl10Ni 1714	GGG-40 1693	GG-25 1691
E_2 en N/mm ²	88 300	98 100	122 600	175 000	98 100
ν_2	0,35	0,35	0,35	0,30	0,30
E_{red} en N/mm ²	140 144	150 622	174 053	209 790	146 955
Rho/roue en kg/dm ³	8,80	8,80	7,40	7,00	7,00
Sigma/HlimT N/mm ²	425	520	660	490	350
Valeurs de Sigma seulement valable pour $v_{gm} < 0.5$ m/s pour les trois dernières matières CuAl10Ni, GGG-40, GG-25					
YW	1,0	0,95	1,1	1,3	1,4
Résistance pleine TauFlimT en N/mm ²	92	100	128	115	70
Résistance réduite TauFlimT en N/mm ²	82	90	120	115	70

7. Facteur de rugosité

$$Y_R = (R_{a1}/0,5)^{0,25}.$$

La rugosité moyenne arithmétique R_{a1} de la vis étant exprimée en 0,001 mm. Le facteur vaut donc 1,00 pour une rugosité $R_{a1} = 0,0005$ mm ou environ N5.

La rugosité moyenne R_{z1} est reliée à la rugosité moyenne arithmétique par : $R_{a1} = R_{z1}/6$.

4. Puissance perdue à vide

La puissance perdue à vide P_{V0} , exprimée en watts, se trouve par l'expression suivante :

$$P_{V0} = 0,89 \cdot 10^{-4} \cdot a \cdot (60 \cdot n_1)^{4/3}.$$

5. Puissance perdue dans les paliers

La puissance perdue dans les paliers de l'engrenage complet, exprimée en watts, se trouve par l'une des deux relations proposées :

1. Arbre de la vis sans fin avec paliers ajustés (p.ex. à contact oblique) :

$$P_{VLP} = 0,03 \cdot P_2 \cdot a^{0,44} \cdot \frac{u}{d_{m2}}. \quad (22.14.7)$$

2. Arbre de la vis sans fin avec un palier fixe, l'autre palier libre :

$$P_{VLP} = 0,013 \cdot P_2 \cdot a^{0,44} \cdot \frac{u}{d_{m2}}. \quad (22.14.8)$$

6. Puissance perdue dans les joints

La puissance perdue dans le ou les joints de l'arbre de la vis dépend beaucoup de la prétension de la garniture. La puissance perdue P_{VD} , exprimée en watts, pour chaque joint radial se trouve par :

$$P_{VD} = 11,78 \cdot 10^{-6} \cdot d_{m1}^2 \cdot 60 \cdot n_1. \quad (22.14.9)$$

Les pertes provoquées par les joints de la roue peuvent se négliger.

7. Puissance perdue dans la denture

La puissance perdue par le frottement des surfaces des dents l'une sur l'autre se trouve à partir du rendement calculé au point précédent.

- la vis est l'élément moteur de l'engrenage, le rendement étant donné précédemment :

$$P_{Vz} = 2 \cdot \pi \cdot n_2 \cdot M_{t2} \cdot \left(\frac{1}{\eta_z} - 1 \right). \quad (22.14.10)$$

- la roue est l'élément moteur de l'engrenage, le rendement étant donné précédemment :

$$P_{Vz} = 2 \cdot \pi \cdot n_2 \cdot M_{t2} \cdot \left(\frac{1}{\eta_z} - 1 \right).$$

22.6.5 SÉCURITÉ EN TEMPÉRATURE

La sécurité en température dépend des températures dans le bain du carter et sur la roue ainsi que des propriétés du lubrifiant. La durée de vie du lubrifiant diminue très rapidement avec l'augmentation de la température en service. La norme prévoit soit une lubrification par barbotage des roues dans le lubrifiant, soit une projection de lubrifiant sur les roues. Cette deuxième méthode de lubrification n'est pas traitée ici.

1. Température du bain (barbotage)

La température du bain ϑ_S peut se trouver pour des vis sans fin avec un entraxe compris entre 63 mm et 400 mm, une fréquence de rotation entre 1 tour/seconde et 50 tours /seconde,

22. Engrenages à axes gauches

une lubrification par une huile synthétique, polyglycol (EO:PO = 0 : 1), un carter en fonte grise équipé d'ailettes de refroidissement, par la relation :

$$\vartheta_s = \vartheta_0 + c_1 \cdot \frac{M_{t2}}{(a/63)^3} + c_0, \quad (22.15.1)$$

a) Coefficients c_1 et c_0 pour les vis sans fin avec ventilateur :

$$c_1 = \frac{3,9}{100} \cdot (n_1 + 2)^{0,34} \cdot \left(\frac{v_{40}}{100}\right)^{-0,17} \cdot u^{-0,22} \cdot (a - 48)^{0,34},$$

$$c_0 = \frac{8,1}{100} \cdot (n_1 + 0,23)^{0,7} \cdot \left(\frac{v_{40}}{100}\right)^{0,41} \cdot (a + 32)^{0,63}. \quad (22.15.2)$$

b) Coefficients c_1 et c_0 pour les vis sans fin sans ventilateur :

$$c_1 = \frac{3,4}{100} \cdot (n_1 + 0,22)^{0,43} \cdot \left(10,8 - \frac{v_{40}}{100}\right)^{-0,0636} \cdot u^{-0,18} \cdot (a - 20,4)^{0,26},$$

$$c_0 = \frac{5,23}{100} \cdot (n_1 + 0,28)^{0,68} \cdot \left(\frac{v_{40}}{100} - 2,203\right)^{0,0237} \cdot (a + 22,36)^{0,915}. \quad (22.15.3)$$

c) Utilisation des formules approximatives :

La recherche de la température du bain dans le carter est entaché d'une tolérance de ± 10 K (kelvins).

d) Température limite du bain :

La température limite du lubrifiant se trouvant dans le bain du carter peut se donner, à défaut de renseignements précis du fabricant, par :

- huile minérales : $\vartheta_{\text{slim}} \approx 90^\circ\text{C}$,
- huile synthétique, type polyglycol : $\vartheta_{\text{slim}} \approx 100^\circ\text{C}$ à 120°C .

e) Coefficient de sécurité en température du bain :

Le coefficient de sécurité en température du bain dans le carter se trouve par la relation :

$$S_T = \frac{\vartheta_{\text{slim}}}{\vartheta_s} \geq S_{T\text{lim}}. \quad (22.15.4)$$

Le coefficient minimal en température vaut : $S_{T\text{min}} = 1,10$.

2. Température du lubrifiant sur la roue (barbotage)

La température du lubrifiant sur la roue est utilisée dans la détermination de l'intensité de l'usure. La température du lubrifiant se trouve par la relation générale :

$$\vartheta_M = \vartheta_s + \Delta\vartheta. \quad (22.16.1)$$

L'augmentation de température du lubrifiant $\Delta\vartheta$ se trouve par la relation :

$$\Delta\vartheta = \frac{1}{\alpha_L \cdot A_R} \cdot P_{Vz}. \quad (22.16.2)$$

Dans cette relation, la surface de refroidissement de la roue A_R se trouve par :

$$A_R = b_{2R} \cdot d_{m2} \cdot 10^{-6}. \quad (22.16.3)$$

Le coefficient de transmission de chaleur α_L se trouve par :

pour $n_1 \geq 2,5$ tours par seconde : $\alpha_L = c_k \cdot (1940 + 900 \cdot n_1)$,

pour $n_1 < 2,5$ tours par seconde : $\alpha_L = c_k \cdot 4190$, (22.16.4)

avec : $c_k = 1$ pour une vis plongeant dans le bain de lubrifiant,

$c_k = 0,8$ pour une vis ne plongeant pas dans le bain de lubrifiant.
Finalement, P_{Vz} représente la puissance perdue entre les dentures de l'engrenage.

22.6.6 SÉCURITÉ EN USURE

L'usure, provoquée par le glissement des flancs des dentures de la vis et de la roue, engendre une diminution de l'épaisseur de la denture de la roue. La norme DIN permet de calculer seulement quelques cas d'usure des flancs. Ce calcul est limité aux roues fabriquées en :

Bronze GZ-CuSn12Ni selon DIN 1705 : les trois classes de lubrifiant.
Bronze GZ-CuSn12 selon DIN 1705 : huile minérale et polyglycol EO:PO = 0:1 .
aucun résultat pour polyglycol EO:PO = 1:1 .
Bronze GZ-CuAl10Ni : seulement huile minérale,
il y a grippage pour les huiles synthétiques.
GGG-40 et GG-25 ne sont pas traitées dans la norme.
Les valeurs de W_{ML} sont données avec une tolérance de $\pm 25\%$ à $\pm 30\%$.

1. Usure de la roue

La diminution de l'épaisseur de la denture de la roue, dans la section réelle, se trouve par l'expression :

$$\delta_{wn} = J_w \cdot s_{wm} \cdot \quad (22.17.1)$$

La longueur d'usure se trouve par l'expression (25) et l'intensité de l'usure par :

$$J_w = J_{OT} \cdot W_{ML} \cdot \quad (22.17.2)$$

L'intensité de référence J_{OT} est fonction du lubrifiant et se calcule par :

- Lubrification à l'huile minérale : $J_{OT} = 2,4 \cdot 10^{-11} \cdot K_w^{-3,1} \leq 400 \cdot 10^{-9}$

- Lubrification par polyglycol : $J_{OT} = 127 \cdot 10^{-12} \cdot K_w^{-2,24}$.

La caractéristique d'épaisseur du film K_w se trouve par :

$$K_w = h_{\min} \cdot W_s \cdot \quad (22.17.3)$$

avec pour les huiles minérales : $W_s = 1,0$.

et pour les polyglycols : $W_s = \frac{1}{\eta_{0M}^{0,35}}$.

La viscosité dynamique est à introduire ici pour la température du lubrifiant sur la roue. L'épaisseur minimale moyenne du film se trouve par la relation (22.13.8).

Facteurs de lubrifiant en fonction des matières

Désignation du facteur W_{ML}

Vis en acier : 16MnCr5 Selon DIN 17210	Facteur de lubrifiant W_{ML}		
	Huile minérale	Polyglycol EO:PO=0:1	Polyglycol EO:PO=1:
GZ-CuSn12Ni DIN 1705	1,0	1,2	2,3
GZ-CuSn12 DIN 1705	1,6	1.5	Inconnu
GZ-CuAl10Ni DIN 1714	2,5	Grippage	Grippage

2. Usure admissible sur la roue

L'usure admissible sur la denture de la roue va dépendre de la conservation de la denture. Les points à introduire ou à prendre en considération sont les suivants.

a) La tête de la denture ne doit en aucun cas devenir pointue. Cette condition représente le cas extrême de tolérance. L'usure admissible dans la section réelle, pour une hauteur de dent égale au module axial de la vis, s'exprime par :

$$\delta_{wlimn} = m_x \cdot \cos\gamma_m \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cdot \tan\alpha_0 \right). \quad (22.17.4)$$

b) La sécurité dans la contrainte dans le pied de dent impose également une diminution modérée d'épaisseur par l'usure. Cette grandeur contient la diminution Δs , due à l'usure, l'expression devenant :

$$\delta_{wlimn} = \Delta s \cdot \cos\gamma_m.$$

c) La quantité de matière usée Δm ne doit pas dépasser une certaine quantité, dépendant des intervalles de changement de lubrifiant. L'usure admissible s'exprime par :

$$\delta_{wlimn} = \frac{\Delta m_{lim}}{A_{fl} \cdot \rho_{Roue}}. \quad (22.17.5)$$

avec la surface du flanc de denture donnée par :

$$A_{fl} \approx \frac{z_2 \cdot 2 m_x \cdot d_{m1} \cdot \arcsin(b_{2H} / d_{a1})}{\cos\gamma_m \cdot \cos\alpha_0}. \quad (22.17.6)$$

d) La valeur limite de l'usure du flanc, dans la section réelle, est habituellement admise à :

$$\delta_{wlimn} = 0,3 \cdot m_x \cdot \cos\gamma_m.$$

3. Sécurité à l'usure sur la roue

La sécurité à l'usure des flancs de denture de la roue se définit par le rapport :

$$S_w = \delta_{wlimn} / \delta_{wn} \geq S_{wmin}. \quad (22.17.7)$$

avec : $S_{wmin} = 1,1$.

22.6.7 SÉCURITÉ EN FORMATION DE PIQÛRES

Les flancs de la denture de la roue peuvent se détruire par l'apparition de piqûres. Ce phénomène intervient sur la surface de la denture la moins dure, soit sur celle de la roue.

1. Pression sur les flancs

La valeur limite de la pression sur les flancs σ_{HG} se trouve par :

$$\sigma_{HG} = \sigma_{HlimT} \cdot Z_h \cdot Z_v \cdot Z_S \cdot Z_{oil}. \quad (22.18.1)$$

La valeur σ_{HlimT} est donnée dans le tableau sous 22.5 en fonction des matières des roues.

Les facteurs de correction prennent les expressions suivantes :

$$\text{- facteur de durée de vie : } Z_h = (25000/L_h)^{1/6} \leq 1,6. \quad (22.18.2)$$

$$\text{- facteur de vitesse de glissement : } Z_v = (5/(4 + v_{gm}))^{0,5}. \quad (22.18.3)$$

$$\text{- facteur de grandeur géométrique : } Z_S = (3000/(2900+a))^{0,5}. \quad (22.18.4)$$

$$\text{- facteur de lubrifiant : } Z_{oil} = 1,0 \text{ pour les polyglycols,} \\ Z_{oil} = 0,89 \text{ pour les huiles minérales.} \quad (22.18.5)$$

2. Sécurité aux piqûres

Le coefficient de sécurité à la formation de piqûres se définit par le rapport :

$$S_H = \sigma_{HG} / \sigma_{Hm} \geq S_{Hmin}. \quad (22.18.6)$$

avec : $S_{Hmin} = 1,0$ et σ_{Hm} selon relation précédente.

22.6.8 SÉCURITÉ EN DÉFORMATION EN FLEXION DE LA VIS

La déformation en flexion de l'arbre de la vis influence directement les conditions d'engrènement entre la vis et la roue.

1. Déformation de l'arbre de la vis

Les dimensions géométrique intervenant dans le calcul de la flexion de la vis sont :

- la distance entre les deux paliers : L_1 ,
- la distance entre le palier gauche et l'intersection de l'axe de la roue sur la vis : L_{11} ,
- la distance entre l'intersection de l'axe de la roue sur la vis et le palier de droite : L_{12} ,
- le diamètre moyen de la vis : d_{m1} .

La flèche résultante de l'arbre de la vis se calcule par la relation :

$$\delta_m = 3,2 \cdot 10^{-5} \cdot L_{11}^2 \cdot L_{12}^2 \cdot F_{tm2} \cdot \frac{\sqrt{\tan^2(\gamma_m + \arctan \mu_{zm}) + \tan^2 \alpha_0 / \cos^2 \gamma_m}}{d_{m1}^4 \cdot L_1} \quad (22.19.1)$$

La norme n'indique pas explicitement la matière de la vis. La vis est en acier selon table.

2. Sécurité en flexion de la vis

La sécurité en flexion de la vis se trouve par le rapport :

$$S_\delta = \delta_{lim} / \delta_m \geq S_{\delta lim} \quad (22.19.2)$$

avec : $\delta_{lim} = 0,01 m_x$ et $S_{\delta lim} = 1,0$.

22.6.9 CAPACITÉ DE CHARGE DU PIED DE DENTURE DE LA ROUE

Par suite de sollicitations importantes générées par la contrainte dans le pied de dent, la denture de la roue peut se déformer plastiquement ou même se rompre sous charge.

1. Contrainte de pied de dent

La méthode de calcul de la contrainte se sert de l'hypothèse de cisaillement nominal. La contrainte de flexion est introduite par le facteur de forme Y_F . La contrainte nominale de cisaillement au pied de dent se trouve par :

$$\tau_F = \frac{F_{tm2}}{b_{2H} \cdot m_x} \cdot Y_e \cdot Y_F \cdot Y_\gamma \cdot Y_K \quad (22.20.1)$$

Les divers facteurs de cette relation se calculent par les expressions suivantes.

- facteur de conduite : $Y_e = 0,5$.

- facteur de répartition de charge : $Y_F = 2,9 \cdot m_x / s_{ft2}$.

avec : $s_{ft2} = 1,06 \cdot (s_{m2} - \Delta s + (d_{m2} - d_{f2}) \cdot \tan \alpha_0 / \cos \gamma_m)$. (22.20.2)

Pour des dentures avec creux et épaisseurs égales, $s_{m2} = m_t \cdot \pi/2$.

La grandeur Δs représente l'usure sur le flanc de denture.

- facteur d'inclinaison : $Y_\gamma = 1 / \cos \gamma_m$.

- facteur d'épaisseur de couronne, s_k étant la distance radiale entre le fond de dent et la

couronne : pour $s_k \geq 1,5 m_x$: $Y_K = 1,0$.

pour $s_k < 1,5 m_x$: $Y_K = 1,25$. (22.20.3)

2. Valeur de la contrainte limite au pied de dent

La valeur limite de la contrainte de cisaillement nominale au pied de dent se trouve par :

22. Engrenages à axes gauches

$$\tau_{FG} = \tau_{F\text{limT}} \cdot Y_{NL} \quad (22.20.4)$$

La contrainte limite est donnée dans le tableau 22.5. Les valeurs données pour la pleine résistance sont applicables aux matières à structure de très bonne qualité. Si une diminution de la qualité est présente, il faut introduire la résistance réduite.

3. Facteur de durée de vie Y_{NL}

Le facteur de durée de vie Y_{NL} dépend de la matière de la roue, du nombre de charges sur cette roue et de la qualité de la denture. Le tableau ci-après donne la valeur de ce facteur en fonction du nombre de charges.

Nombre de charges N_L	Facteur de durée de vie Y_{NL}	Matière de la roue
Tous les nombres Qualités ≤ 7	1,00	GZ-CuSn12 et GZ-CuSn12Ni
< $8,3 \cdot 10^5$ $8,3 \cdot 10^5$ à $3 \cdot 10^6$ > $3 \cdot 10^6$	1,25 $(3 \cdot 10^6 / N_L)^{0,16}$ 1,00	GZ-CuSn12 et GZ-CuSn12Ni en qualité 8
< $2,3 \cdot 10^5$ $2,3 \cdot 10^5$ à $3 \cdot 10^6$ > $3 \cdot 10^6$	1,50 $(3 \cdot 10^6 / N_L)^{0,16}$ 1,00	GZ-CuSn12 et GZ-CuSn12Ni en qualité 9
< $9,5 \cdot 10^4$ $9,5 \cdot 10^4$ à $3 \cdot 10^6$ > $3 \cdot 10^6$	2,00 $(3 \cdot 10^6 / N_L)^{0,16}$ 1,00	GZ-CuSn12 et GZ-CuSn12Ni en qualité 10
< $4,0 \cdot 10^4$ $4,0 \cdot 10^4$ à $3 \cdot 10^6$ > $3 \cdot 10^6$	2,00 $(3 \cdot 10^6 / N_L)^{0,16}$ 1,00	GZ-CuSn12 et GZ-CuSn12Ni en qualité 11
< $1,0 \cdot 10^4$ $1,0 \cdot 10^4$ à $3 \cdot 10^6$ > $3 \cdot 10^6$	2,50 $(3 \cdot 10^6 / N_L)^{0,16}$ 1,00	GZ-CuSn12 et GZ-CuSn12Ni en qualité 12 fonte GGG-40
< $1,0 \cdot 10^3$ $1,0 \cdot 10^3$ à $3 \cdot 10^6$ > $3 \cdot 10^6$	2,00 $3 \cdot 10^6 / N_L)^{0,09}$ 1,00	Fonte grise GG-25

4. Coefficient de sécurité en contrainte

Le coefficient de sécurité en contrainte au pied de dent se trouve par le rapport :

$$S_F = \tau_{FG} / \tau_F \geq S_{F\text{min}} \quad (22.20.5)$$

Les contraintes calculées aux relations précédentes permettent d'effectuer ce calcul. Le coefficient de sécurité minimal vaut : $S_{F\text{min}} = 1,10$.

22.6.10 APPLICATION DE LA NORME DIN 3996 À L'EXEMPLE

La norme DIN est appliquée à l'exemple de ce chapitre. Comme la norme DIN prévoit le contrôle de l'engrenage à partir de l'introduction du couple sur la roue, les grandeurs d'entrée sont :

- Couple d'entrée sur la roue : $M_{t2} = 856,63 \text{ mN}$,

Organes de transmission indirecte

- Fréquence de rotation : $n_2 = 30 \cdot 3/43 = 2,093$ t/s.
- Facteur d'application de charge : $K_A = 1,25$.
- Lubrifiant, viscosité à 40°C : 220 mm²/s, polyglycol type EO:PO = 1 : 1 .

Le tableau ci-après donne quelques résultats comparatifs avec les valeurs précédentes.

Comparaison des deux méthodes de contrôle

Grandeurs	Exemple	Norme DIN

Couples sur les arbres		
Couple sur la vis en m·N	66.31	67.9
Couple sur la roue en m·N	856.63	856.63
Forces sur la vis en N sans K_A		
Composante tangentielle	$F_{t1} = 2216.0$	2269.3
Composante radiale	$F_{r1} = 2527.9$	2583.7
Composante axiale	$F_{x1} = 6585.7$	6585.7
Frottement équivalent μ_z	0.028	0.0309
Puissance perdue au total	1431	1535
Rendement du mécanisme	89 %	88 %
Température du lubrifiant	60.0°C	73.5°C
Pression hertzienne		
Pression hertzienne en N/mm ²	220.28	255.25
Rapport $p_{Hlim}(table)/p_{Hmax}$	2.36	
Pression limite aux piqûres N/mm ²	394.0	394.27
Sécurité à la formation	1.32	1.54
Usure des flancs de la roue		
Déport de matière après service	391	1681
Déformation de la vis sous charge		
Charge concentrée résultante en N	3362	
Déformation radiale en mm	0.0107	0.013
Sécurité à la déformation	5.67	4.71
Sécurité en rupture de la dent	7.61	5.87

Remarques finales

Les deux méthodes de contrôle de l'engrenage à vis sans fin donnent des résultats légèrement différents. Les deux méthodes ne sont pas absolument comparables car les diverses rubriques sont également différentes.

22.7 ENGRENAGES CYLINDRIQUES GAUCHES

La transmission de mouvements circulaires au moyen de roues cylindriques hélicoïdales est possible entre deux axes se croisant sous un angle Σ . Généralement, l'angle de croisement vaut 90° , mais tous les angles de croisement compris entre 0° et 180° sont théoriquement et pratiquement réalisables. La paire de roues cylindriques est une simplification géométrique de la paire de roues hyperboloïdes, la direction des flancs de la denture correspondant à celle d'une denture hélicoïdale. La puissance transmise reste toujours faible car le contact entre les flancs se réduit à un point. L'usure des dents améliore quelque peu les conditions de contact. Ces engrenages s'utilisent dans la commande d'éléments auxiliaires ou servent au réglage de la position angulaire d'une roue par rapport à son axe.

22.7.1 GÉOMÉTRIE DE L'ENGRENAGE ET DES ROUES

Le contact a lieu en un point comme dans le contact de deux cylindres gauches. Le glissement longitudinal croît avec l'angle des axes et s'ajoute au glissement le long du profil. Pour un angle de croisement plus petit que 25° , le point de contact se transforme en une ellipse et l'engrenage peut transmettre des efforts plus importants. Les axes des deux roues sont situés dans deux plans parallèles et la plus courte distance entre les axes représente l'entraxe de l'engrenage.

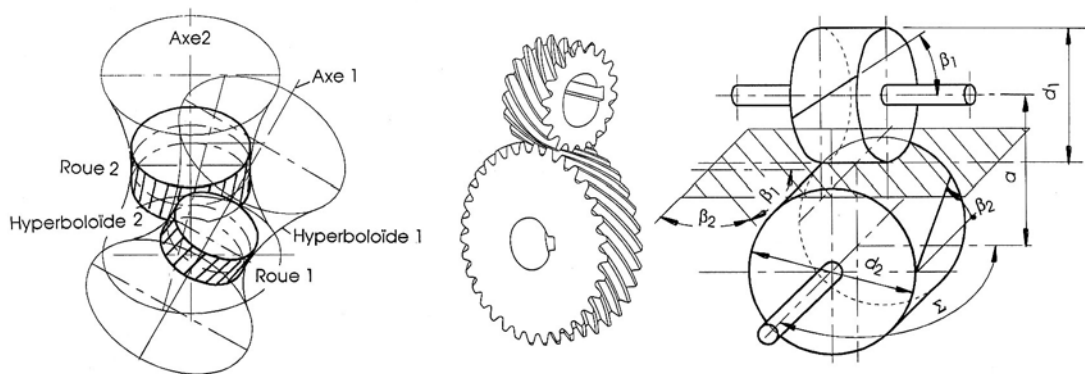


Figure 22.14 Géométrie des hyperboloïdes pour engrenages à axes gauches, engrenage gauche
Inclinaison des flancs sur le plan de référence et hélices sur les roues

22.7.1.1 ANGLES DES AXES ET DES HÉLICES

L'angle des axes étant désigné par Σ , les angles des hélices des roues cylindriques se définissent par β_1 et β_2 et la relation entre ces angles devient :

$$\Sigma = \beta_1 + \beta_2. \quad (22.21.1)$$

La définition du sens des hélices est identique à celle des roues d'engrenages parallèles : hélice à droite, l'angle étant compté positivement si l'enroulement a lieu dans le sens horaire, hélice à gauche, l'angle étant compté négativement dans le sens antihoraire. Dans l'engrenage parallèle, la somme des deux angles d'hélice est nulle tandis que dans l'engrenage gauche, les deux angles d'hélice sont habituellement de même signe, donc de même sens.

Les rapports de transmission et d'engrenage s'expriment par les relations usuelles, soit :

$$i = \frac{n_{\text{sortie}}}{n_{\text{entrée}}} \quad \text{et} \quad u = \frac{z_{\text{max}}}{z_{\text{min}}} \geq 1. \quad (22.21.2)$$

La roue motrice peut posséder le plus petit ou le plus grand nombre de dents. Contrairement aux engrenages parallèles et concourants, les rapports u et i ne sont pas proportionnels au rapport des diamètres des deux roues. Le rapport d'engrenage ne devrait pas dépasser 5 de manière à limiter les pertes engendrées par le glissement. Le choix de l'angles des hélices sur les deux roues peut dépendre des possibilités de fabrication de denture hélicoïdale avec un angle entier ou fractionnaire.

22.7.1.2 DIAMÈTRES PRIMITIFS ET ENTRAXE

Les diamètres primitifs peuvent s'exprimer en fonction du nombre de dents, du module réel et de l'angle d'hélice, comme pour les engrenages parallèles, par :

$$\begin{aligned} \text{- pignon :} & \quad z_1, \quad \beta_1, \quad m_{t1} = m_n / \cos\beta_1 \quad d_1 = z_1 m_{t1} = z_1 m_n / \cos\beta_1, \\ \text{- roue :} & \quad z_2, \quad \beta_2, \quad m_{t2} = m_n / \cos\beta_2 \quad d_2 = z_2 m_{t2} = z_2 m_n / \cos\beta_2. \end{aligned}$$

L'entraxe nominal se trouve par :

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{1}{2} m_n \cdot \left(\frac{z_1}{\cos\beta_1} + \frac{z_2}{\cos\beta_2} \right). \quad (22.21.3)$$

Pour un angle de croisement $\Sigma = 90^\circ$, l'expression se simplifie en :

$$a = \frac{1}{2} m_n (z_1 / \cos\beta_1 + z_2 / \sin\beta_1).$$

et le rapport d'engrenage, en supposant $z_1 < z_2$ devient :

$$u = z_2 / z_1 = (d_2 / d_1) \tan\beta_1.$$

Pour des angles de même signe, les sens des hélices sont identiques sur les deux roues.

22.7.1.3 CONDITIONS D'ENGRÈNEMENT

Les conditions d'engrènement ne sont pas tout à fait semblables à celles de l'engrenage parallèle à roues hélicoïdales. Dans la denture cylindrique hélicoïdale, les plans d'action et de conduite sont tangents aux cylindres de base. Cette propriété reste conservée dans chacune des roues hélicoïdales à axes gauches : le cylindre de base sert de définition des conditions d'engrènement. Comme la somme des angles d'hélices n'est pas nulle, les plans d'action ne se recouvrent pas. L'angle d'hélice de base vaut :

$$\begin{aligned} \text{- pour le pignon 1 :} & \quad \tan\beta_{b1} = \tan\beta_1 \cos\alpha_{t1}, \\ \text{- pour la roue 2 :} & \quad \tan\beta_{b2} = \tan\beta_2 \cos\alpha_{t2}. \end{aligned}$$

L'angle de la ligne de contact, au point de contact B des deux lignes, mesuré par rapport au plan de la crémaillère théorique d'épaisseur nulle placée entre les deux roues, se trouve par :

$$\begin{aligned} \text{- pour le pignon 1 :} & \quad \tan\beta_{B1} = \tan\beta_1 \sin\alpha_n, \\ \text{- pour la roue 2 :} & \quad \tan\beta_{B2} = \tan\beta_2 \sin\alpha_n, \end{aligned}$$

et l'angle entre les deux lignes de contact sur la crémaillère :

$$\varphi = \beta_{B1} + \beta_{B2}.$$

Cet angle est différent de zéro pour tout angle de croisement des axes différent de zéro. Le contact entre les deux dentures a lieu seulement en un point B . Le contact entre les flancs ne peut se trouver qu'aux points appartenant aux deux plans de conduite limités par les cercles de tête. Le lieu géométrique de ces points est la *ligne de conduite de l'engrenage*.

22. Engrenages à axes gauches

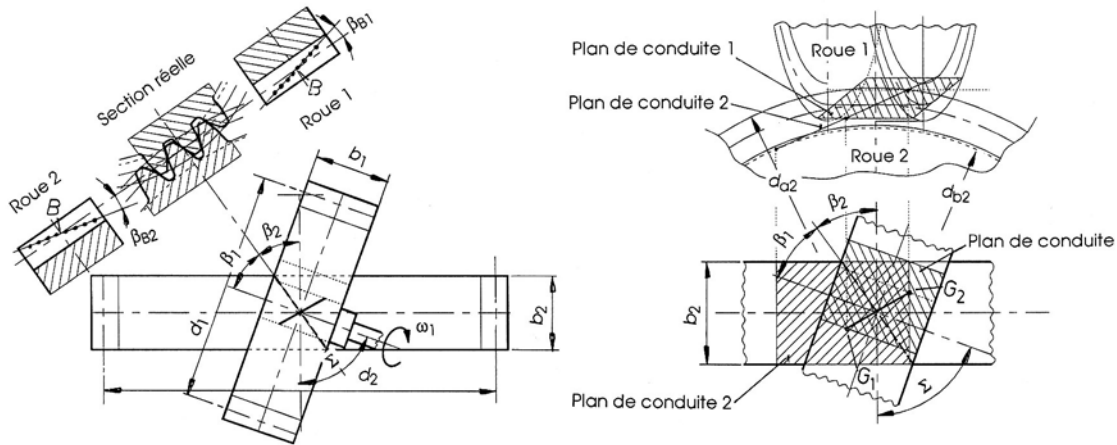


Figure 22.15 Lignes de contact entre les roues et la crémaillère à épaisseur nulle
Plans de conduite et ligne de conduite de l'engrenage gauche

Les points d'engrènement les plus éloignés des centres, situés dans les plans de conduite, sont G_1 pour la roue 1, G_2 pour la roue 2. La ligne d'intersection G_1G_2 entre les deux plans est la ligne de conduite :

$$G_1G_2 = g_{an1} + g_{an2} = g_{a1}/\cos\beta_1 + g_{a2}/\cos\beta_2. \quad (22.21.4)$$

La largeur de dent minimale pour chacune des roues se trouve à partir de la longueur de la ligne de conduite par :

$$b_{1 \min} = G_1G_2 \sin\beta_{b1} \quad \text{et} \quad b_{2 \min} = G_1G_2 \sin\beta_{b2}.$$

Pour la denture selon norme avec $h_{a1} = h_{a2} = m_n$ et $\alpha_n = 20^\circ$, les roues à dentures extérieures non déportées doivent posséder une largeur minimale de (calculée entre la roue et la crémaillère) :

$$b_{1 \min} = 5,5 m_n \sin\beta_{b1} \quad \text{et} \quad b_{2 \min} = 5,5 m_n \sin\beta_{b2}.$$

Finalement, afin d'assurer un engrènement correct et une tolérance de montage de 1 à 2 fois le module réel, la largeur pratique à prévoir pour les deux roues est $b \geq 6 m_n$.

Le rapport de conduite se définit à partir de la longueur de conduite comme suit :

$$\varepsilon_n = G_1G_2/p_{bn} = G_1G_2 / (\pi m_n \cos\alpha_n) = \varepsilon_{n1} + \varepsilon_{n2}, \quad (22.21.5)$$

avec :

$$\varepsilon_{n1} = CG_1/p_{bn} = g_{an1}/p_{bn} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{n2} = CG_2/p_{bn} = g_{an2}/p_{bn}.$$

22.7.1.4 VITESSES DE GLISSEMENT

La vitesse de glissement totale est la résultante de la vitesse de glissement le long du profil et de la vitesse de glissement le long de l'hélice. Pour trouver ces composantes, il faut étudier le déplacement des deux roues par rapport à la crémaillère commune d'épaisseur nulle.

1. Vitesses circonférentielles des roues

La vitesse circonférentielle sur les cylindres primitifs vaut :

$$\text{pignon 1 :} \quad v_{u1} = \omega_1 d_1/2 \quad \text{roue 2 :} \quad v_{u2} = \omega_2 d_2/2.$$

Ces vitesses sont tangentes aux cylindres primitifs et perpendiculaires aux axes des roues. La vitesse normale au point de contact doit être identique pour les deux roues et se trouve par :

$$v_n = v_{u1} \cos \beta_1 = v_{u2} \cos \beta_2.$$

Cette relation est aussi applicable aux dentures déportées, l'erreur commise étant acceptable. Comme les deux vitesses circonférentielles sont à directions différentes, les flancs glissent l'un par rapport à l'autre de :

$$v_{gle} = v_{u1} \sin\beta_1 + v_{u2} \sin\beta_2. \quad (22.22.1)$$

Cette vitesse de glissement est l'une des composantes de la vitesse totale.

2. Vitesse de glissement le long des profils

Comme dans la denture hélicoïdale, le glissement des profils engendre également des vitesses de glissement sur les deux profils. La vitesse de glissement est maximale sur le cercle de tête du pignon 1. Comme cette vitesse est oblique dans l'espace, elle est projetées dans le plan des vitesses circonférentielles et sur la tangente au profil. Ces vitesses valent :

- profil de la roue 1 : $v_{gl1} = v_{u1} g_{a1} / (d_1/2),$

- profil de la roue 2 : $v_{gl2} = v_{u2} g_{f2} / (d_2/2).$

L'inclinaison de ces deux composantes peut se trouver par :

$$\tan\gamma_1 = \tan\beta_1 \sin\alpha_n,$$

$$\tan\gamma_2 = \tan\beta_2 \sin\alpha_n.$$

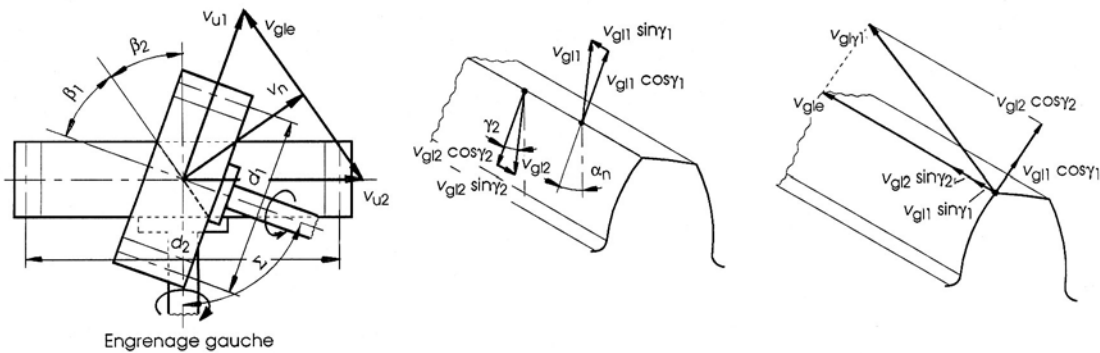


Figure 22.16 Vitesses de glissement composantes et résultantes

3. Vitesse de glissement résultante

Les projections de ces vitesses selon l'hélice et selon le profil de dent se décrivent par les deux sommes :

- composantes selon l'hélice : $v_{gl\beta 1} = v_{gle} + v_{gl1} \sin\gamma_1 + v_{gl2} \sin\gamma_2,$

- composantes selon le profil : $v_{gl\alpha 1} = v_{gl1} \cos\gamma_1 + v_{gl2} \cos\gamma_2 .$

Le module de la vitesse de glissement totale, intervenant dans le contrôle du grippage, se trouve simplement par :

$$v_{gl\gamma 1} = \{v_{gl\beta 1}^2 + v_{gl\alpha 1}^2\}^{0,5}. \quad (22.22.2)$$

La vitesse de glissement totale peut aussi se calculer sur le diamètre de tête de la roue 2 au moyen de considérations semblables.

4. Vitesse moyenne de glissement

Pour déterminer la puissance perdue et le rendement dans la transmission, il serait nécessaire de sommer les pertes partielles pendant l'engrènement. Il est possible de simplifier le calcul en sommant séparément les vitesses moyennes longitudinale et transversales.

$$v_{gl \text{ moy}} = v_{gle} + [(v_{gl\gamma 1} - v_{gle})^2 + (v_{gl\gamma 2} - v_{gle})^2] / [2(v_{gl\gamma 1} + v_{gl\gamma 2} - 2 v_{gle})]. \quad (22.22.3)$$

22.7.1.5 RECHERCHE DES DIMENSIONS

Très souvent, le nombre de dents du pignon et de la roue est donné et l'entraxe est fixé par l'implantation. Les angles d'hélice des deux dentures sont à déterminer. Les grandeurs connues initialement sont :

- les nombres de dents : z_1 et z_2 ,
- l'entraxe désiré : a ,
- l'angle des axes : Σ .

1. *Module réel approximatif*

Dans un premier temps, on admet $\beta_1 = \beta_2 = 1/2 \Sigma$. L'entraxe étant donné par la relation (21.21.3), le module réel approximatif vaut :

$$m_n = 2 a \cos\beta_1 / (z_1 + z_2) .$$

Ce module est arrondi à un module selon la norme en vigueur.

2. *Angle d'hélice*

La recherche de l'angle $x = \beta_1$ s'effectue au moyen de l'algorithme de Newton-Raphson en introduisant une dérivée numérique. La fonction vaut :

$$f(x) = 0,5 m_n [z_1/\cos(x) + z_2/\cos(\Sigma-x)] - a = 0.$$

Une équation semblable peut se poser pour l'autre angle d'hélice β_2 . Pour trouver l'angle x de cette équation transcendante, la méthode numérique de Newton-Raphson peut s'introduire facilement :

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i) / f'(x_i),$$

avec :

$$f'(x_i) = [f(x_i + \Delta x_i) - f(x_i - \Delta x_i)] / (2 \Delta x_i).$$

Le calcul est poursuivi jusqu'à atteindre la précision désirée. Il existe habituellement deux angles qui satisfont cette relation, deux angles d'hélice permettant de retrouver l'entraxe de l'engrenage. Pour obtenir le rendement maximal de l'engrenage, il faudrait choisir un angle d'hélice sur la roue motrice valant :

$$\beta_{\text{roue motrice}} = 1/2 (\Sigma + \rho_e) ,$$

avec : ρ_e angle de frottement équivalent.

3. *Exemple numérique de recherche*

Soit à trouver les angles d'hélice pour un engrenage gauche dont les caractéristiques données initialement sont :

$$z_1 = 15, \quad z_2 = 26 \quad a = 100 \quad \Sigma = 70^\circ .$$

Le module réel approximatif vaut : $m_n = 2 \cdot 100 \cos 35^\circ / (15+26) = 3,9959$ soit 4 mm.

La méthode numérique de Newton-Raphson est introduite pour résoudre le problème des angles d'hélice. L'angle initial introduit vaut $\beta_1 = 0,6$ radian et la précision exigée est $0,001^\circ$. Le calcul pour 5 entraxes différents donne les résultats suivants :

Entraxe $a =$	100	101	102	103	104
Angle $\beta_1 =$	0.616539	0.571469	0.538376	0.511139	0.487583
	35.325°	32.742°	30.847°	29.286°	27.936°
Nb.iterations	3	4	4	5	5

Seconde possibilité

Angle $\beta_1 =$	45.671°	48.171°	49.986°	51.466°	52.736°
-------------------	---------	---------	---------	---------	---------

Cet exemple démontre les particularités de cette recherche de dimensions : à entraxe, nombre de dents et angle des axes imposés, les angles des hélices primitives sont des grandeurs non finies.

22.7.1.6 DÉPORT DE DENTURE

Le déport de denture permet d'adapter un engrenage gauche à un entraxe donné en partant d'angles d'hélice nominaux finis et d'augmenter la capacité portante. L'entraxe a' de fonctionnement est donné par :

$$a' = (d_1' + d_2')/2, \quad (22.23.1)$$

avec : $d_1' = d_1 \cos\alpha_{t1}/\cos\alpha_{t1}'$ $d_2' = d_2 \cos\alpha_{t2}/\cos\alpha_{t2}'$.

La recherche des coefficients de déport peut s'effectuer par voie itérative en partant des conditions géométriques sans déport de denture. Tout comme pour la denture cylindrique pour laquelle l'entraxe varie par suite du déport, l'introduction du déport de denture dans l'engrenage gauche provoque une modification de l'angle des axes Σ . La méthode proposée ici a été développée par W. Rohonyi [3.77]. Elle consiste à effectuer les pas suivants :

1. L'angle de pression apparent de fonctionnement est donné par l'expression :

$$\cos\alpha_{t1}' = [1 + (z_2/z_1) \cos\beta_1'/\cos\beta_2'] (d_1/2 a') \cos\alpha_{t1}. \quad (22.23.2)$$

Dans cette expression, les angles d'hélice de fonctionnement β_1' et β_2' sont inconnus.

2. La recherche de ces deux angles s'effectue par voie itérative en déterminant successivement :

Rapport : $\Phi = \cos\beta_1' / \cos\beta_2'$,
(dans la première itération : $\beta_1' = \beta_1$ et $\beta_2' = \beta_2$).

Angles de pression : $\cos\alpha_{t1}' = (1 + z_2 \Phi / z_1) (d_1/2 a') \cos\alpha_{t1}$,
 $\cos\alpha_{t2}' = d_2 \cos\alpha_{t2} / (2 a' - d_1 \cos\alpha_{t1}/\cos\alpha_{t1}')$.

Angles d'hélice : $\tan\beta_1' = \tan\beta_1 \cos\alpha_{t1}/\cos\alpha_{t1}'$,
 $\tan\beta_2' = \tan\beta_2 \cos\alpha_{t2}/\cos\alpha_{t2}'$.

Ces deux angles d'hélice de fonctionnement sont à nouveau introduits dans l'expression du rapport Φ . Le calcul est répété jusqu'à ce que la différence des angles d'hélice entre deux itérations successives soit inférieure à $0,0001^\circ$.

3. Coefficients de déport :

La somme des coefficients de déport doit satisfaire l'expression :

$$x_1 + x_2 = 1/2 [z_1 (\text{inv}\alpha_{t1}' - \text{inv}\alpha_{t1}) + z_2 (\text{inv}\alpha_{t2}' - \text{inv}\alpha_{t2})] / \tan\alpha_n. \quad (22.23.3)$$

Les coefficients de déport x_1 et x_2 sont attribués aux deux roues selon les critères retenus.

4. Autres dimensions particulières :

Entraxe de fonctionnement : $a' = (d_1' + d_2')/2$,

Angle des axes : $\Sigma' = \beta_1' + \beta_2'$.

5. Détermination de toutes les dimensions géométriques de l'engrenage.

Exemple numérique :

L'engrenage gauche précédent est calculé pour un entraxe de fonctionnement $a' = 102$ mm, l'angle d'hélice nominal de la roue β_1 étant choisi à 37° . L'utilisation de la méthode proposée donne les résultats suivants :

Angle d'hélice de fonctionnement : $\beta_1' = 37,7093^\circ$ $\beta_2' = 33,6105^\circ$.
Angle des axes : $\Sigma' = 71,3197^\circ$
Somme des coefficients de déport : $x_1 + x_2 = 0,642$.

22. Engrenages à axes gauches

Une autre possibilité de conception consiste à ne pas modifier l'entraxe nominal afin de conserver la géométrie fondamentale, mais à prévoir une somme des coefficients de déport nulle, soit : $x_1 + x_2 = 0$.

22.7.1.7 EXEMPLE DE GÉOMÉTRIE

Soit à trouver les dimensions géométriques d'un engrenage gauche prévu dans les conditions suivantes :

Angle des axes : 90° ,
 Nombre de dents du pignon : 16,
 Nombre de dents de la roue : 27,
 Module réel 4 mm.

En admettant même angle d'hélice pour les deux roues, soit 45° , l'entraxe nominal de cet engrenage serait :

$$a = 4 \cdot [(16 + 27)/2] / \cos 45^\circ = 121,622.$$

L'entraxe est adopté à : $a' = 122$ mm.

Tableau 22.6
Réducteur à engrenage gauche à roues cylindriques hélicoïdales

DIMENSIONS GEOMETRIQUES DE L'ENGRENAGE GAUCHE		
Grandeurs géométriques	Pignon 1	Roue 2
Nombre de dents	$z_1 = 16$	$z_2 = 27$
Module réel	$m_n = 4.0000$	
Profil de référence	norme SN 215 520, type A	
Angle de pression réel	$\alpha_n = 20.0^\circ$	
Angle des axes nominal	$\Sigma = 90.0000$	
Rapport d'engrenage	$u = 1.6875$	
Angle d'hélice primitive	$\beta_1 = 44.3482$	$\beta_2 = 45.6518$
Module apparent	$m_{t1} = 5.5936$	$m_{t2} = 5.7223$
Entraxe nominal	$a = 122.000$	
Coefficient de déport	$x_1 = 0.000$	$x_2 = 0.000$
Pas primitif réel	$p_n = 12.5664$	
Pas primitif apparent	$p_{t1} = 17.5728$	$p_{t2} = 17.9772$
Pas de base apparent	$p_{bt1} = 15.6609$	$p_{bt2} = 15.9452$
Pas de base réel	$p_{bn} = 11.8085$	
Angle de pression apparent	$\alpha_{t1} = 26.9749$	$\alpha_{t2} = 27.5055$
Angle de pression de fonctionnement	$\alpha_{t1}' = 26.9749$	$\alpha_{t2}' = 27.5055$
Angle d'hélice de base	$\beta_{b1} = 41.0609$	$\beta_{b2} = 42.2200$
Nombre de dents	$z_1 = 16$	$z_2 = 27$
Module réel	$m_n = 4.0000$	
Profil de référence	norme SN 215 520, type A	
Angle de pression réel	$\alpha_n = 20.0^\circ$	
Angle des axes nominal	$\Sigma = 90.0000$	

Organes de transmission indirecte

Grandeurs géométriques	Pignon 1	Roue 2
Rapport d'engrenage	$u = 1.6875$	
Angle d'hélice primitive	$\beta_1 = 44.3482$	$\beta_2 = 45.6518$
Module apparent	$m_{t1} = 5.5936$	$m_{t2} = 5.7223$
Entraxe nominal	$a = 122.000$	
Coefficient de déport	$x_1 = 0.000$	$x_2 = 0.000$
Pas primitif réel	$p_n = 12.5664$	
Pas primitif apparent	$p_{t1} = 17.5728$	$p_{t2} = 17.9772$
Pas de base apparent	$p_{bt1} = 15.6609$	$p_{bt2} = 15.9452$
Pas de base réel	$p_{bn} = 11.8085$	
Angle de pression apparent	$\alpha_{t1} = 26.9749$	$\alpha_{t2} = 27.5055$
Angle de pression de fonctionnement	$\alpha_{t1}' = 26.9749$	$\alpha_{t2}' = 27.5055$
Angle d'hélice de base	$\beta_{b1} = 41.0609$	$\beta_{b2} = 42.2200$
Diamètre primitif	$d_1 = 89.497$	$d_2 = 154.503$
Diamètre primitif de fonctionnement	$d_1' = 89.497$	$d_2' = 154.503$
Diamètre de base	$d_{b1} = 79.761$	$d_{b2} = 137.039$
Diamètre de tête non arrondi	$d_{a1} = 97.497$	$d_{a2} = 162.503$
Diamètre de tête arrondi	$d_{a1} = 97.500$	$d_{a2} = 162.500$
Diamètre de pied approximatif	$d_{f1} = 79.497$	$d_{f2} = 144.503$
Hauteur commune de dent	$h' = 8.000$	
Largeur de la denture	$b_1 = 25.000$	$b_2 = 25.000$
Angle de pression de tête	$\alpha_{a1} = 35.1093$	$\alpha_{a2} = 32.5081$
Longueur partielle de conduite	$g_{na1} = 10.265$	$g_{na2} = 10.786$
Rapport de conduite partiel	$\epsilon_{n1} = 0.869$	$\epsilon_{n2} = 0.913$
Rapport de conduite total	$\epsilon_n = 1.783$	
Inclinaison du contact	$\beta_{B1} = 18.486$	$\beta_{B2} = 19.285$
Angle entre les lignes de contact	$\varphi = 37.771$	
Sens des hélices sur les roues :		
Engrenage gauche à roues cylindriques : sens identique		
Profil de référence au taillage selon SN 215 520		
Saillie de l'outil :	$h_{aP}^* = 1.25$	
Vide à fond de dent relatif :	$c^* = 0.25$	
Rayon de tête de l'outil :	$R_{aP}^* = 0.38$	

22.8 EFFORTS SUR LES ROUES ET RENDEMENT

La détermination des efforts s'effectue sous les couples nominaux moteur et résistant compte tenu du frottement entre les dents. Les hypothèses introduites dans la détermination des équilibres sont :

- le point de contact se trouve au milieu des largeurs des roues,
- le glissement s'effectue dans le sens de l'hélice primitive de fonctionnement,
- le frottement obéit à la loi de Coulomb.
- les forces sont exprimées sur les cercles primitifs de référence. Si la denture est déportée, il suffit d'introduire dans les diverses expressions les diamètres et angles de fonctionnement correspondant.

22.8.1 FACTEUR D'APPLICATION DE LA CHARGE

Les couples à transmettre entre les deux roues ne sont jamais invariables. Dans le contrôle de l'engrenage, il est nécessaire d'introduire le facteur d'application de la charge K_A défini pour les engrenages parallèles et concourants. Le tableau correspondant est aussi applicable aux engrenages gauches à défaut de renseignements plus détaillés.

22.8.2 FACTEURS DE CHARGE DYNAMIQUE

Le comportement d'un engrenage gauche est différent de celui des engrenages parallèles ou concourants. Les efforts dynamiques peuvent être négligés dans la plupart des cas et les facteurs introduits valent :

- facteur de charge dynamique $K_v = 1,0$;
- facteur de répartition longitudinale $K_{H\beta} = 1,0$;
- facteur de répartition transversale $K_{H\alpha} = 1,0$.

22.8.3 ÉQUILIBRE DES ROUES

Soit l'une des roues de l'engrenage motrice, indice m, et l'autre roue entraînée, indice e. La puissance motrice étant désignée par P_m , la vitesse angulaire par ω_m , le couple moteur se trouve par :

$$M_m = P_m / \omega_m. \quad (22.24.1)$$

Le diamètre primitif (et de fonctionnement) étant d_m , la composante tangentielle de la force totale sur la denture de cette roue se trouve par :

$$F_{tm} = M_m / (d_m/2). \quad (22.24.2)$$

1. Equilibre de la roue motrice

La roue motrice est en équilibre sous l'action d'un couple moteur, d'une force spatiale provenant de l'action de la roue entraînée sur la denture de la roue motrice et des réactions des appuis supportant l'arbre. La force spatiale se décompose en trois composantes :

- une composante tangentielle : \vec{F}_{tm} ,
- une composante radiale : \vec{F}_{rm} ,
- une composante axiale : \vec{F}_{xm} .

La résultante de ces trois composantes est également la résultante de la composante normale entre dents \vec{F}_{nm} et de la force de frottement \vec{F}_R opposée au glissement du flanc moteur par rapport au flanc entraîné :

$$\vec{F}_{tm} + \vec{F}_{rm} + \vec{F}_{xm} = \vec{F}_{nm} + \vec{F}_R.$$

En supposant la composante normale F_{nm} connue, les autres composantes s'expriment par :

$$F_R = \mu F_{nm},$$

$$F_{tm} = F_{nm} \cos\alpha_n \cos\beta_m + \mu F_{nm} \sin\beta_m, \quad (22.24.3)$$

$$F_{rm} = F_{nm} \sin\alpha_n, \quad (22.24.4)$$

$$F_{xm} = F_{nm} \cos\alpha_n \sin\beta_m - \mu F_{nm} \cos\beta_m. \quad (22.24.5)$$

En mettant en évidence la composante normale et après simplification trigonométrique, les composantes tangentielle et axiale peuvent s'exprimer par :

$$F_{tm} = F_{nm} (\cos\alpha_n / \cos\rho) \cos(\beta_m - \rho),$$

$$F_{xm} = F_{nm} (\cos\alpha_n / \cos\rho) \sin(\beta_m - \rho).$$

Le coefficient de frottement est relié à l'angle de frottement par : $\mu = \tan\rho$.

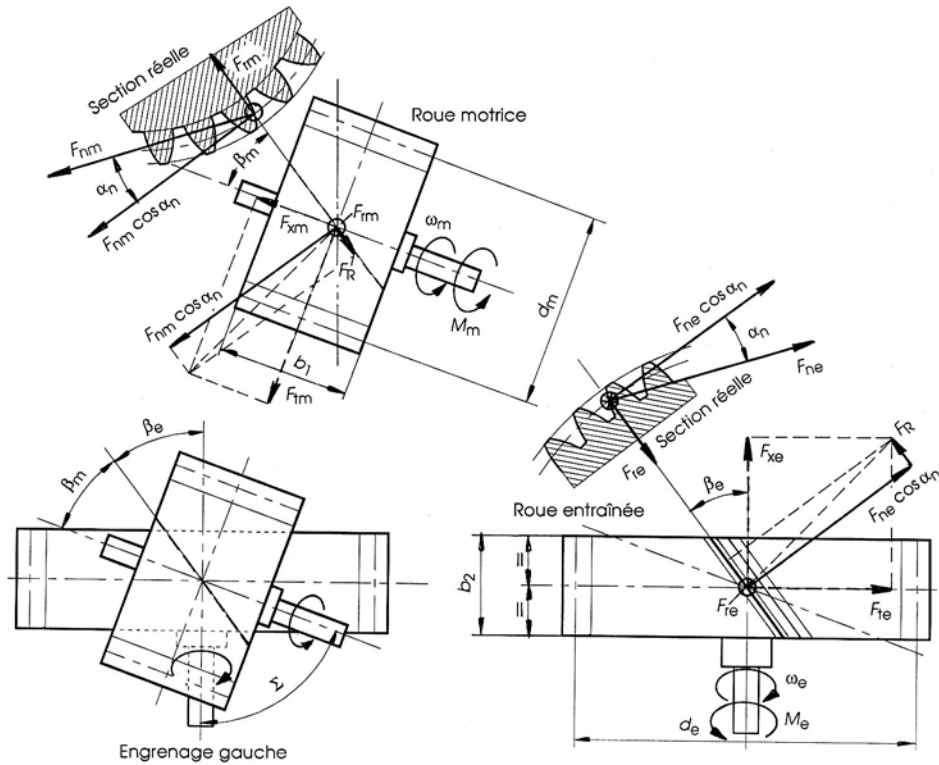


Figure 22.17 Couples, forces composantes sur les dents et vitesses angulaires

Roue motrice : $M_m, \omega_m, F_{tm}, F_{rm}, F_{xm}$
 Roue entraînée : $M_e, \omega_e, F_{te}, F_{re}, F_{xe}$

2. Equilibre de la roue entraînée

La roue entraînée est en équilibre sous l'action d'un couple résistant, d'une force spatiale provenant de l'action de la roue motrice sur la denture de la roue entraînée et des réactions des appuis supportant l'arbre. La force spatiale se décompose en trois composantes :

- une composante tangentielle : \vec{F}_{te} ;
- une composante radiale : \vec{F}_{re} ;
- une composante axiale : \vec{F}_{xe} .

La résultante de ces trois composantes est également la résultante de la composante normale entre dents \vec{F}_{ne} et de la force de frottement \vec{F}_R opposée au glissement du flanc entraîné par rapport au flanc moteur :

$$\vec{F}_{te} + \vec{F}_{re} + \vec{F}_{xe} = \vec{F}_{ne} + \vec{F}_R.$$

En supposant la composante normale \vec{F}_{ne} connue, les autres composantes s'expriment par :

$$F_R = \mu F_{ne} = \mu F_{nm},$$

$$F_{te} = F_{ne} \cos \alpha_n \cos \beta_e - \mu F_{ne} \sin \beta_e, \quad (22.25.1)$$

$$F_{re} = F_{ne} \sin \alpha_n = F_{rm}, \quad (22.25.2)$$

$$F_{xe} = F_{ne} \cos \alpha_n \sin \beta_e + \mu F_{ne} \cos \beta_e. \quad (22.25.3)$$

En mettant en évidence la composante normale et après simplification trigonométrique, les composantes tangentielle et axiale peuvent s'exprimer par :

$$F_{te} = F_{ne} (\cos \alpha_n / \cos \rho) \cos (\beta_e + \rho),$$

$$F_{xe} = F_{ne} (\cos \alpha_n / \cos \rho) \sin (\beta_e + \rho).$$

Le coefficient de frottement est relié à l'angle de frottement par : $\mu = \tan \rho$. Le couple résistant sur la roue entraînée se trouve par :

$$M_e = (d_2/2) F_{te}. \quad (22.25.4)$$

3. Relations entre les deux roues de l'engrenage gauche

La force connue est la composante tangentielle sur la roue motrice et la composante recherchée est la composante tangentielle sur la roue entraînée. Cette dernière peut s'exprimer directement en fonction de la première par :

$$F_{te} = F_{tm} \cos(\beta_e + \rho) / \cos(\beta_m + \rho), \quad (22.26.1)$$

et :

$$F_{nm} = F_{ne} = F_n = F_{tm} (\cos \rho / \cos \alpha_n) / \cos(\beta_m - \rho). \quad (22.26.2)$$

En négligeant les autres pertes dans l'engrenage, le couple de sortie vaut :

$$M_e = (d_2/2) F_{tm} \cos(\beta_e + \rho) / \cos(\beta_m + \rho). \quad (22.26.3)$$

Les composantes rectangulaires trouvées par ces relations permettent de trouver les réactions sur les paliers des arbres.

22.8.4 PERTES ET RENDEMENT DE L'ENGRENAGE

Le rendement mécanique de l'engrenage gauche est le rapport de la puissance de sortie à la puissance d'entrée. Il s'exprime d'une manière générale par :

$$\eta_{\text{méc tot}} = P_{\text{sortie}} / P_{\text{entrée}} = (M \omega)_{\text{sortie}} / (M \omega)_{\text{entrée}}.$$

Comme dans les engrenages à vis sans fin, la puissance perdue totale est la somme :

$$P_p = P_{pz} + P_{pp} + P_{p0}, \quad (22.27.1)$$

avec :

P_{pz} puissance perdue dans la denture,

P_{pp} puissance perdue dans les paliers,

P_{p0} puissance perdue à vide par brassage du lubrifiant.

Les puissances perdues à vide P_{p0} et dans les paliers P_{pp} peuvent s'estimer par les relations données pour les vis sans fin. La puissance sur l'arbre de sortie devient :

$$P_e = P_m - P_p, \quad (22.27.2)$$

et le couple sur l'arbre entraîné :

$$M_e = P_e / \omega_e = (P_m - P_p) / (2 \pi n_e). \quad (22.27.3)$$

1. Puissance perdue pour un angle $\Sigma \geq 50^\circ$

La puissance perdue entre les flancs de dents provient essentiellement du glissement longitudinal des dents. Cette puissance peut se trouver par :

$$P_{pz} = \mu_m F_n v_{gle} = P_e (1 - \eta_{pz}), \quad (22.28.1)$$

avec :

F_n selon (22.26.2),

v_{gle} selon (22.22.1),

μ_m coefficient moyen de frottement :

acier / acier lubrifié $\mu_m = 0,05$ à $0,10$;

acier / acier sec $\mu_m = 0,25$ à $0,60$;

acier / mat.synth. sec $\mu_m = 0,20$ à $0,40$.

À partir de l'équilibre des deux roues, il est aussi possible d'écrire :

$$P_{pz} = P_m - P_e \quad \text{et} \quad \eta_{pz} = P_e/P_m = (F_{te}/F_{tm})(v_{ue}/v_{um}).$$

Or le rapport des vitesses circonférentielles vaut : $v_{ue}/v_{um} = \cos\beta_m/\cos\beta_e$. Le rendement de la denture devient ainsi :

$$\eta_{pz} = \frac{\cos\alpha_n \cos\beta_e - \mu \sin\beta_e}{\cos\alpha_n \cos\beta_m + \mu \sin\beta_m} \cdot \frac{\cos\beta_m}{\cos\beta_e}. \quad (22.28.2)$$

En simplifiant cette expression par $\cos\alpha_n \cos\beta_m \cos\beta_e$ et en remplaçant $\mu/\cos\alpha_n$ par le coefficient de frottement équivalent μ_e , le rendement s'écrit :

$$\eta_{pz} = \frac{1 - \mu_e \cdot \tan\beta_e}{1 + \mu_e \cdot \tan\beta_m} = \frac{1 - \mu_e \cdot \tan\beta_e}{1 + \mu_e \cdot \tan\beta_m}. \quad (22.28.3)$$

Ainsi, la puissance perdue par frottement des flancs s'exprime par :

$$P_{pz} = \eta_{pz} P_m. \quad (22.28.4)$$

1. Puissance perdue pour un angle $\Sigma < 50^\circ$

La puissance perdue par frottement entre flancs se trouve à partir de la vitesse moyenne de glissement $v_{gl\ moy}$ (22.22.3) par :

$$P_{pz} = \mu_m F_n v_{gl\ moy}. \quad (22.28.5)$$

22.9 CONTRÔLES DES ENGRENAGES GAUCHES

Le contrôle des engrenages gauches à roues cylindriques est fortement simplifié. Il consiste à déterminer la pression superficielle entre flancs engendrée par le contact ponctuel, à estimer l'échauffement provoqué par le frottement et à trouver la contrainte de flexion dans le pied de dent surtout pour les roues à faible angle des axes.

22.9.1 USURE PAR GLISSEMENT DES FLANCS

La grandeur de contrôle de l'usure par glissement des flancs est la pression superficielle au point de contact. Cette grandeur est comparée à une pression admissible dépendant des matériaux des roues et de la vitesse de glissement.

1. Pression hertzienne entre les flancs de la denture

Dans la détermination de la pression hertzienne, les flancs en contact sont remplacés par deux cylindres de rayon ρ_{n1} et ρ_{n2} . L'angle entre les axes de ces deux cylindres correspond à l'angle entre les lignes d'engrènement, soit l'angle φ et la force normale est \vec{F}_{n0} produisant une surface de contact elliptique. La pression hertzienne se trouve par une relation semblable à la relation du chapitre 2, soit :

$$p_H = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_{n0} K_A Z_\epsilon}{\pi a b}. \quad (22.29.1)$$

avec :

F_{n0} force normale sur les flancs, cette force est calculée pour un engrenage sans frottement,

K_A facteur d'application de la charge,

Z_ϵ facteur de conduite pour les engrenages gauches :

$$Z_\epsilon = \{1/\epsilon_n\}^{0,5}, \quad (22.29.2)$$

a, b demi axes de l'ellipse de contact.

En régime permanent, le coefficient de sécurité doit être au moins 1,0 et peut atteindre 0,8 sous charge temporaire.

22.9.2 LIMITES DE GRIPPAGE ET D'ÉCHAUFFEMENT

Pour trouver les conditions de grippage et d'échauffement entre les flancs, il faudrait déterminer l'allure de la température en fonction de la position du point de contact et trouver la température éclair comme sur les flancs des roues cylindriques.

1. Détermination de la température éclair (température flash)

Le principe de la recherche de la température éclair a été présenté pour les roues cylindriques. La méthode proposée ici est une simplification des relations développées par H. Blok car les conditions exactes ne sont connues que pour des cas très particuliers. La température intégrale s'exprime par :

$$\vartheta_{\text{int}} = (\vartheta_{\text{huile}} + C_1 \vartheta_{\text{fla int}}) X_S + C_{2H} \vartheta_{\text{fla int}}, \quad (22.30.1)$$

avec :

ϑ_{huile}	la température du lubrifiant,	
C_1	une constante valant pratiquement :	$C_1 = 0,7;$
X_S	facteur de lubrification : barbotage :	$X_S = 1,0;$
	projection :	$X_S = 1,2;$
C_{2H}	constante expérimentale :	$C_{2H} = 1,8.$

La température moyenne d'éclair peut se trouver par la formule :

$$\vartheta_{\text{fla int}} = 110 \{F_{n0} K_A v_{u1}\}^{0,5} \mu_B X_G X_e / (X_{Ca} X_Q), \quad (22.30.2)$$

avec :

F_{n0}	force normale sur la dent (sans frottement),
K_A	facteur d'application de la charge,
v_{u1}	vitesse circonférentielle sur la roue 1,
μ_B	coefficient de frottement, pratiquement $\mu_B = \mu.$

Le facteur géométrique X_G se détermine par :

$$X_G = (\sin \Sigma / \cos \beta_2) (1/\rho_n)^{0,5} / [\{\lambda \sin \beta_1\}^{0,5} + \{\lambda \cos \beta_1 \tan \beta_2\}^{0,5}].$$

Le paramètre de contact, dépendant des dimensions de la surface elliptique déformée, vaut pratiquement : $\lambda = 2 \xi^2 \eta / 3$. Le facteur de conduite se trouve par l'expression :

$$X_e = (1/\varepsilon_n)^{0,5} [1 + 0,5 g^* (v_{gl1}/v_{gle} - 1)],$$

dans laquelle : $g^* = (g_{an1}^2 + g_{an2}^2) / (g_{an1}^2 + g_{an1} g_{an2}).$

Le facteur X_{Ca} tient compte de la correction de tête du profil de la dent. Il peut se trouver approximativement par les considérations suivantes, $C_a \leq C_{\text{eff}}$:

- dépouille de tête :	$C_{\text{eff}} \approx F_{n0} K_A / (b_{\text{eff}} c_\gamma),$
- largeur efficace :	$b_{\text{eff}} \approx 4 m_n,$
- raideur totale :	$c_g = 20 \text{ N}/(\text{mm } \mu\text{m}),$
- facteur de dépouille :	$X_{Ca} = 1 + 0,0155 \varepsilon_{\text{max}}^4 C_a.$

Le rapport partiel de conduite est calculé comme suit :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{n1} \cos^2 \beta_{b1} \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_{n2} \cos^2 \beta_{b2} \quad \varepsilon_{\text{max}} = \text{MAX}(\varepsilon_1 \text{ ou } \varepsilon_2).$$

Le facteur d'engrènement dépend des rapports de conduite partiels, la roue 1 étant motrice :

- si $z_1 \leq z_2$	\Rightarrow	si $1,5 \varepsilon_1 \leq \varepsilon_2$ alors $X_Q = 0,6$ sinon $X_Q = 1,0;$
- si $z_1 > z_2$	\Rightarrow	si $1,5 \varepsilon_2 > \varepsilon_1$ alors $X_Q = 1,0$ sinon $X_Q = 0,6.$

22. Engrenages à axes gauches

2. Limite de la température et sécurité

Si la vitesse de glissement est inférieure à 3 m/s, la sécurité au grippage ne doit pas être absolument vérifiée. Le coefficient de sécurité est défini par le rapport :

$$S_S = \vartheta_{S \text{ int}} / \vartheta_{\text{int}}, \quad (22.30.3)$$

avec :

$\vartheta_{S \text{ int}}$ la température limite dépendant du lubrifiant et des matériaux en contact. Cette température est relevée dans des machines d'essai de durée (FZG) sur des engrenages parallèles ou éventuellement hypoïdes. Le coefficient de sécurité devrait être au moins $S_{S \text{ min}} = 1,5$.

22.9.3 CONTRAINTE DE FLEXION DANS LA DENT

Le calcul de la contrainte de flexion est un contrôle complémentaire simplifié. Si l'angle des axes est inférieur à 25°, il est recommandé d'effectuer un contrôle au moyen des relations valables pour les engrenages parallèles. La contrainte de flexion au pied de dent dans les deux roues se détermine au moyen de la relation simplifiée suivante :

$$\sigma_F \approx 1,5 F_{n0} K_A / m_n^2, \quad (22.30.1)$$

La contrainte de flexion limite dans la dent étant désignée par $\sigma_{F \text{ lim}}$, le coefficient de sécurité peut se donner par le rapport :

$$S_F = \sigma_{F \text{ lim}} / \sigma_F. \quad (22.31.2)$$

Le coefficient de sécurité minimal est : $S_{F \text{ min}} = 2,0$.

22.9.4 EXEMPLE DE CONTRÔLE MÉCANIQUE

L'engrenage gauche précédent est à contrôler dans les conditions suivantes

- puissance sur l'arbre 1 : $P_1 = 2,5$ kW,
- fréquence de rotation $n_1 = 24$ t/s,
- facteur d'application de la charge $K_A = 1,25$,
- coefficient $\mu = 8\%$,
- huile ISO VG 100 à 60°C, lubrification par barbotage.

Tableau 22.8

Exemple de contrôle mécanique d'un engrenage gauche

CONTRÔLE MÉCANIQUE DE L'ENGRENAGE GAUCHE		
Grandeurs	Roue 1	Roue 2
<i>Grandeurs générales</i>		
Puissance d'entrée	$P_1 = 2.500$ kW	
Puissance de sortie	$P_2 = 2.107$ kW	
Rapport d'engrenage	$u = 1.688$	
Fréquence de rotation en t/s	$n_1 = 24.00$	$n_2 = 14.22$
Couple de torsion en m*N	$M_{t1} = 16.579$	$M_{t2} = 23.578$
Vitesse circonférentielle en m/s	$v_{u1} = 6.748$	$v_{u2} = 6.903$
Coefficient de frottement de calcul	$\mu_m = 8.0$ %	
Rendement de la denture seule	$\eta_{pz} = 84.3$ %	

Organes de transmission indirecte

CONTRÔLE MÉCANIQUE DE L'ENGRENAGE GAUCHE		
Grandeurs	Roue 1	Roue 2
Puissance perdue par brassage	$P_{p0} = 128.0$	W
Puissance perdue dans les paliers	$P_{pp} = 18.8$	W
Puissance perdue totale	$\Delta P_t = 539.8$	W
Couple de sortie net	$M_{t2 \text{ net}} = 21.936$	m*N
Rendement global de l'engrenage	$\eta_{\text{tot}} = 78.4$	%
Forces composantes sur la denture		
(Pertes seulement par frottement des flancs)		
Couple moteur	$M_{t1} = 16578$	$M_{t2} = 23578$
Composante normale	$F_{n1} = 509.0$	$F_{n2} = 509.0$
Composante tangentielle	$F_{t1} = 370.5$	$F_{t2} = 305.2$
Composante radiale	$F_{r1} = 174.1$	$F_{r2} = 174.1$
Composante axiale	$F_{x1} = 305.2$	$F_{x2} = 370.5$
<i>Valeur des vitesses de glissement sur les flancs</i>		
Glissement le long du flanc	$v_{g1e} = 9.65$	
Sur les profils	$v_{g11} = 1.55$	$v_{g12} = 0.40$
Inclinaison des vitesses	$\gamma_1 = 18.49$	$\gamma_2 = 19.28$
Composante sur l'hélice	$v_{g1\beta_1} = 10.28$	
Composante sur le profil	$v_{g1\alpha_1} = 1.85$	
Module de la vitesse	$v_{g1\gamma_1} = 10.44$	
Vitesse de glissement moyenne	$v_{g1moy} = 10.02$	
<i>Pression superficielle sur la denture</i>		
Force normale sur la dent ($\mu = 0$)	$F_{n0} = 551.3$	
Rayon réduit au point B	$\rho_n = 17.270$	
Facteur d'application	$K_A = 1.25$	
Facteur de conduite	$Z_\epsilon = 0.749$	
Demi axe de l'ellipse	$a = 1.402$	
Demi axe de l'ellipse	$b = 0.323$	
Pression hertzienne	$p_H = 501.7$	
Facteur de glissement	$Z_G = 0.700$	
Pression nominale limite	$p_{HV} = 1150.0$	
Pression limite	$p_{Hlim} = 805.2$	
Coefficient de sécurité	$S_H = 1.60$	
<i>Température éclair</i>		
Paramètre de longueur	$\lambda = 1.958$	
Facteur géométrique	$X_G = 0.145$	
Facteur de conduite	$X_\epsilon = 0.780$	
Facteur de glissement	$g^* = 1.026$	
Facteur de lubrification	$X_S = 1.00$	
Correction de tête en μm	$C_a = 2.15$	
Facteur de dépouille	$X_{Ca} = 1.00$	
Facteur d'engrènement	$X_Q = 1.00$	
Température éclair moyenne	$\vartheta_{fla \text{ int}} = 68.0$	°C
Température intégrale	$\vartheta_{\text{int}} = 229.9$	°C
Température limite	$\vartheta_{S \text{ int}} \approx 280.0$	°C
Coefficient de sécurité	$S_S = 1.22$	

22. Engrenages à axes gauches

CONTRÔLE MÉCANIQUE DE L'ENGRENAGE GAUCHE		
Grandeurs	Roue 1	Roue 2
<i>Contrainte de flexion dans le pied de dent</i>		
Contraintes limites	$\sigma_{11} = 650.0$	$\sigma_{12} = 350.0$
Contraintes de flexion Ac/Bz	$\sigma_{f1} = 64.6$	$\sigma_{f2} = 64.6$
Coefficients de sécurité	$S_{F1} = 10.1$	$S_{F2} = 5.4$

Les résultats de ce contrôle montrent que la pression superficielle est admissible alors que le coefficient de sécurité au grippage est plus faible que recommandé.

Remarques complémentaires :

La température moyenne éclair limite peut se trouver approximativement en fonction de la viscosité du lubrifiant. Les résultats expérimentaux trouvés dans la machine de test FZG au niveau de charge 10, couple test $M_T = 372,6$ mN permettent d'écrire pour les engrenages gauches en acier :

- température moyenne des masses : $\vartheta_{MT} \approx 0,23 M_T + 80^\circ\text{C},$ (22.32.1)

- température éclair : $\vartheta_{\text{fla int T}} \approx 0,2 M_T (100/\nu_{40})^{0,02},$ (22.32.2)

- température limite : $\vartheta_{S \text{ int}} \approx \vartheta_{MT} + 1,5 \vartheta_{\text{fla int T}}.$ (22.32.3)

Les matériaux utilisés dans la conception des engrenages figurent dans le tableau 22.6. Les aciers au bore, avec une couche Fe_2B monophasé, donnent les meilleurs résultats. La rugosité de la roue la plus dure doit être particulièrement soignée sinon l'usure des flancs est très rapide. La nitruration des flancs permet aussi d'améliorer la tenue à l'usure.

Pendant la période de rodage, le point de contact B entre les flancs se transforme progressivement en surface de contact par l'effet d'usure, ce qui d'une part diminue la pression et d'autre part augmente les rayons de courbure. Le traitement par phosphatage en surface facilite le rodage et le choix d'une huile adéquate pendant cette période est vivement recommandé dans les engrenages fortement sollicités. Les huiles et viscosités proposées pour les engrenages à vis sans fin sont aussi applicables aux engrenages gauches si aucune condition particulière n'est imposée. Les huiles avec additifs E.P. évitent partiellement le grippage mais augmentent l'usure dans les cas défavorables.

Finalement, la fabrication par taillage et par rectifiage de roues hélicoïdales n'est pas toujours possible du fait d'angles d'hélice très élevés. La mesure de la cote de contrôle W_k n'est pas toujours exécutable car les roues sont en général trop étroites. Il faut alors utiliser des billes à placer dans les espaces libres entre les flancs.

Organes de transmission indirecte

CHAPITRE 23

EMBRAYAGES , COUPLEURS ET FREINS

Cette partie de l'exposé traite principalement des embrayages, de coupleurs et des freins, les liens souples et les quelques transformateurs de mouvements seront exposés dans les chapitres suivants. Les embrayages et les freins représentent des éléments de machines essentiels dans la technique de transmission des couples entre deux arbres. Les embrayages servent à modifier la fréquence de rotation entre deux arbres principalement au démarrage, les freins à ralentir des masses en rotation ou en translation.

23.1 CLASSIFICATION GÉNÉRALE

Une classification générale des accouplements et embrayages est développée dans les deux recommandations VDI 2240 et VDI 2241. Ces documents traitent principalement des éléments dit rigides ou enclenchables (schaltbare Kupplungen), c'est-à-dire des embrayages à disques simple ou multiple transmettant les couples par frottement.

23.1.1 CLASSIFICATION DES EMBRAYAGES SELON VDI 2240

La classification, limitée à quatre niveaux, prévoit des sous-groupes à trois niveaux. Les propriétés des embrayages sont caractérisées par un numéro d'ordre et cette systématique permet de décrire les fonctionnalités générales de ces éléments de transmission. Les embrayages et les coupleurs se subdivisent en éléments à :

- commande externe, la transmission du couple ayant lieu par emboîtement ou frottement,
- commande par l'effet de la rotation des arbres,
- commande par la valeur du couple à transmettre,
- commande selon la direction de la transmission du couple.

Le flux d'énergie mécanique entre la partie menante et la partie menée peut s'effectuer suivant plusieurs principes :

- par frottement : frottement d'adhérence ou de glissement,
- par action d'un fluide : régimes hydrodynamique ou hydrostatique,
- par action électrique : électrodynamique, électrostatique ou magnétique.

La figure 23.1 montre les diverses variantes recensées actuellement.

23.1.2 CLASSIFICATION DES FREINS SELON LE MODE D'ACTION

La classification précédente ne donne aucun renseignement sur le mode d'action des divers types de freins. Les freins peuvent se classer dans l'une des familles suivantes :

- freins à tambour comme par exemple les freins Simplex et Duplex,
- freins à disque, couramment montés sur les véhicules routiers,
- freins à cône, peu utilisés dans la conception actuelle,
- freins à ruban à action extérieure ou intérieure,
- freins multidisques,
- freins à action électrique.

Le comportement et l'utilisation des freins seront traités dans un sous-chapitre particulier.

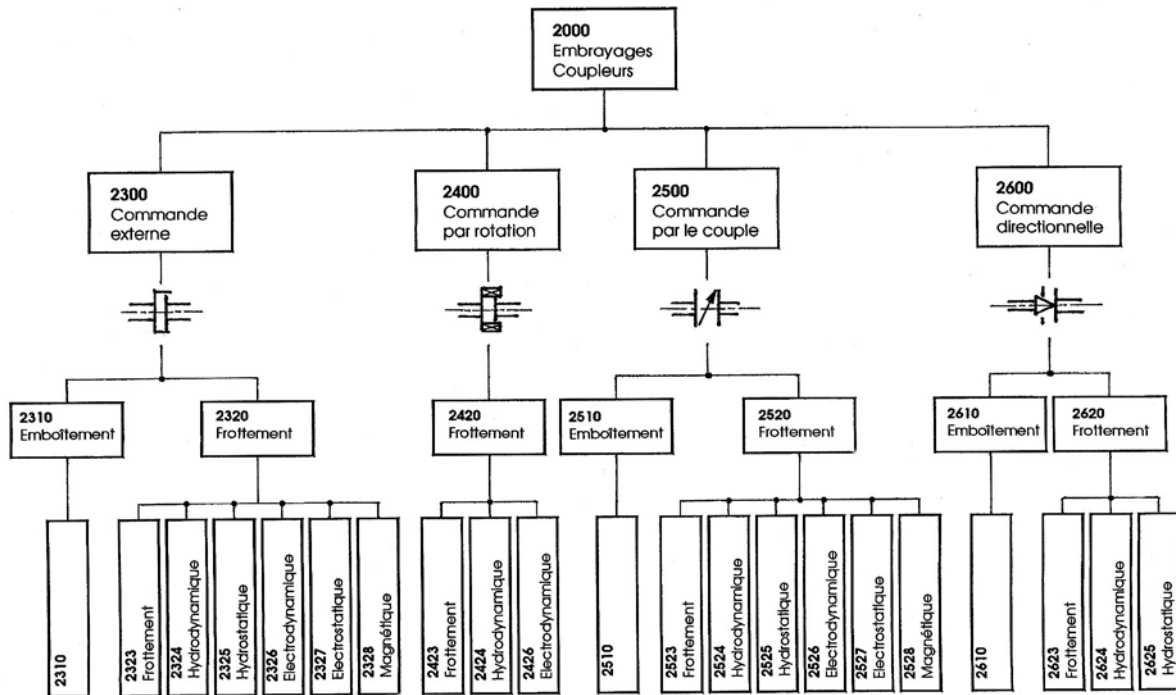


Figure 23.1 Systématique de la classification des embrayages et des coupleurs

23.2 PROPRIÉTÉS DES EMBRAYAGES ET DES FREINS

Les besoins en embrayage et freins s'étendent à tous les domaines industriels. Ces éléments de transmission participent grandement à l'automatisation des processus de fabrication. Les propriétés générales se retrouvent dans les embrayages et les freins. La recommandation VDI 2241, feuilles 1 et 2, a pour but de décrire les divers termes utilisés dans ces éléments et de fixer les méthodes générales de dimensionnement.

23.2.1 MATÉRIAUX DE FRICTION

Le temps de réaction, la grandeur et la capacité calorifique des embrayages et des freins dépendent principalement de l'appariement des matériaux de friction. Le temps de réponse est fonction de l'allure du couple de frottement pendant la période d'embrayage donc de la pression exercée et du coefficient de frottement. La discussion porte sur les appariements acier sur acier, acier sur bronze fritté, acier ou fonte sur garniture végétale.

23.2.1.1 COEFFICIENTS DE FROTTEMENT

La valeur des coefficients de frottement dépend des divers facteurs entrevus au chapitre 1, en particulier de la nature de l'appariement, de la géométrie des surfaces de friction, de l'état de surface, de la pression, de la vitesse relative de glissement, de la température en surface et de la présence ou de l'absence de lubrification. Pendant la manoeuvre d'embrayage, le coefficient de frottement de glissement est valable tant que le mouvement relatif existe entre les surfaces. Dès que les surfaces ne glissent plus l'une par rapport à l'autre, la transmission des efforts s'effectue grâce à l'action du coefficient de frottement d'adhérence. Dans les embrayages lubrifiés, l'entraînement des surfaces peut s'effectuer par frottement hydrodynamique.

Tableau 23.1

Caractéristiques de frottement des surfaces pour disques d'embrayage

(selon Recommandations VDI 2241, Feuille 2)

Appariement		Fonctionnement en milieu lubrifié				Fonctionnement à sec		
		Bz.f /Ac	Fe.f /Ac	Papier /Ac	Ac.t /Ac.t	Bz.f /Ac	G.vég Ft.g	Ac.n Ac.n
Coefficient Frottement	Coefficient de frottement de glissement μ à	0.05 0.10	0.07 0.10	0.10 0.12	0.05 0.08	0.15 0.30	0.30 0.40	0.30 0.40
	Coefficient de frottement d'adhérence μ_0 à	0.12 0.14	0.10 0.14	0.08 0.10	0.08 0.12	0.20 0.40	0.30 0.50	0.40 0.60
	Rapport μ_0/μ	1.4 2	1.2 1.5	0.8 1	1.4 1.6	1.25 1.6	0.0 1.3	1.2 1.5
Caractéristiques techniques	Vitesse de glisse't en m/s	40	20	30	20	25	40	25
	Pression maximale sur les surfaces de frottement N/mm ²	4	4	2	0.5	2	1	0.5
	Charge calorifique admissible par manœuvre J/mm ²	1 2	0.5 1	0.8 1.5	0.3 0.5	1 1.5	2 4	0.5 1
	Capacité de frottement admissible W/mm ²	1.5 2.5	0.7 1.2	1 2	0.4 0.8	1.5 2	3 6	1 2
	Débit d'huile de refroidissement mm ³ /mm ² s	0.1 2	0.1 1	0.1 2	0.1 0.5			
Fluide froid	Huile sans additif et huile légèrement additivée	⊗	⊗	⊗	⊗			
	Huile fortement additivée	-	⊗	⊗	⊗			
Ac.t acier trempé		Bz.f bronze fritté						
Ac.n acier nitruré		Ft.g fonte grise						
Fe.f fer fritté		G.vég garniture végétale						

Pendant la période d'embrayage, les surfaces actives des parties menante et mené glissent l'une par rapport à l'autre. La valeur des coefficients de frottement est supposée suivre exactement les deux lois de Coulomb citées au chapitre 1 :

- en glissement : coefficient de frottement de glissement μ ,
- au repos : coefficient de frottement d'adhérence μ_0 .

Le rapport de ces deux coefficients de frottement est donné dans le tableau 23.1 et caractérise le comportement de l'appariement :

$$\text{Rapport } R_\mu = \frac{\mu_0}{\mu} = \frac{\mu_{\text{stat}}}{\mu_{\text{dyn}}} \quad (23.1)$$

Ce rapport vaut approximativement :

Contact acier / acier : $R_\mu = 1,8$ à 2 ,

Contact acier / bronze fritté : $R_\mu = 1,3$ à $1,5$.

Les coefficients de frottement réels dépendent de la pression, de la vitesse de glissement et de la température des disques. Les figures 23.2 à 23.4 montrent cette variation dans le domaine d'utilisation des matériaux pour disques d'embrayage.

23.2.1.2 COMPORTEMENT DES APPARIEMENTS

1. Appariement acier sur acier

Les disques sont réalisés en acier trempé à cœur possédant une grande résistance à l'usure. Cet appariement est destiné au travail en milieu lubrifié. Lorsque le film liquide subsiste entre les disques, le coefficient de frottement et le couple enclenchables restent faibles. Dès la rupture du film, l'accroissement brusque du coefficient de frottement provoque une montée rapide du couple enclenchable. Ce phénomène, particulièrement sensible en commande manuelle, risque d'entraîner une accélération excessive des masses et des à-coups sur les arbres. La pression moyenne ne devrait pas dépasser 1 N/mm^2 et la vitesse de glissement 20 m/s . La figure 23.2 montre la variation du coefficient de frottement en fonction de la pression, de la vitesse de glissement des surfaces et de la température. L'usure reste faible si l'huile supporte les pointes de température. Par contre, dès que la charge calorifique dépasse la valeur admissible, l'usure va jusqu'au grippage et à la destruction des surfaces frottantes.

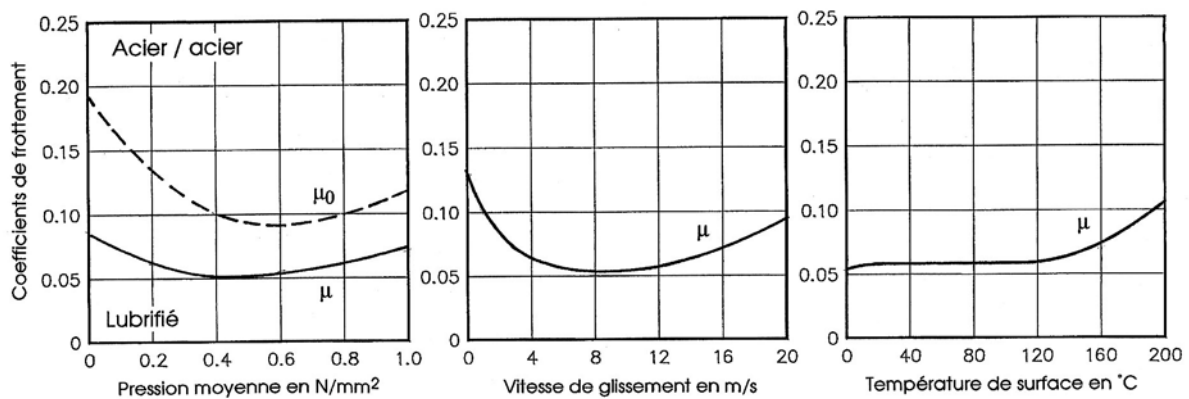


Figure 23.2 Coefficients de frottement : contact acier sur acier en milieu lubrifié (Ortlinghaus)

2. Appariement acier sur bronze fritté

La courbe décrite par le coefficient de frottement entre disques en acier et avec revêtement de bronze fritté possède une allure beaucoup plus régulière et progressive pendant la période d'embrayage jusqu'au synchronisme des deux arbres. Cet appariement convient pour le travail en milieu lubrifié et à sec.

Travail en milieu lubrifié : Le rapport entre les coefficients de frottement d'adhérence et de glissement est plus favorable que pour l'appariement acier/acier. La pression moyenne peut atteindre 3 N/mm^2 et la vitesse de glissement 40 m/s , voir le haut de la figure 23.3.

Travail à sec : Le rapport entre les coefficients de frottement d'adhérence et de glissement devient encore plus favorable. Il se situe autour de 1,2 à 1,3. Par contre, la pression maximale ne devrait pas dépasser 1 N/mm^2 et la vitesse de glissement 25 m/s , voir figure 23.3 en bas. Les garnitures en bronze fritté existent en plusieurs qualités pour fonctionner à sec ou en milieu lubrifié. Les nuances prévues pour travailler en milieu lubrifié sont très résistantes à l'usure. L'huile retenue dans les pores assure un refroidissement efficace. Le profil des disques et la bonne répartition du lubrifiant évitent l'encrassement des pores à haute température superficielle. Dans les qualités destinées au fonctionnement à sec, l'action des éléments autolubrifiants assure une répartition uniforme de la température en cas de surchauffe ponctuelle.

23. Embrayages, coupleurs et freins

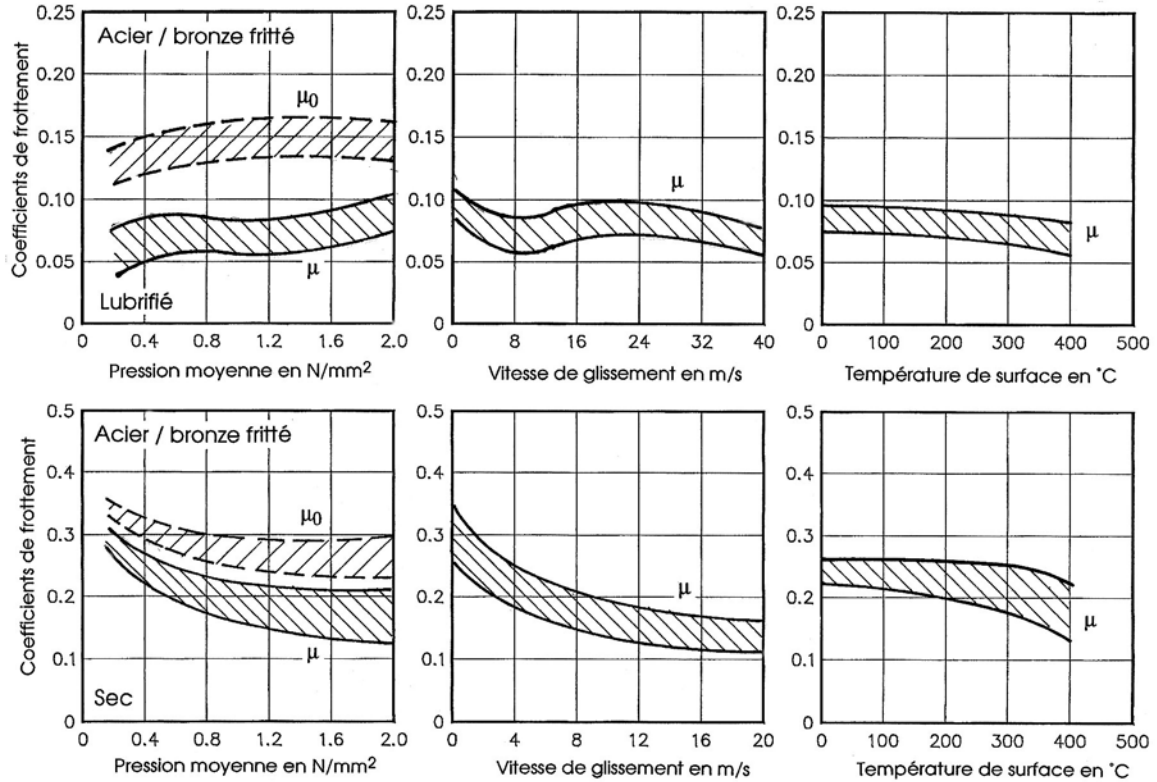


Figure 23.3 Coefficients de frottement : appariement acier sur bronze fritté (selon Ortlinghaus)

3. Appariement acier ou fonte sur garniture végétale pour fonctionnement à sec

La garniture végétale, sans amiante, est prévue pour fonctionner à sec. Elle est fixée sur l'armature en acier, sous forme de segments ou de couronne, soit par rivetage, soit par collage. Le coefficient de frottement est élevé et le rapport R_μ reste favorable. La pression maximale ne devrait pas dépasser 1 N/mm² et la vitesse relative 20 m/s. L'usure reste faible jusqu'aux températures superficielles de 150°C et augmente ensuite rapidement. Les garnitures végétales actuelles permettent d'atteindre, dans des conditions favorables, des températures critiques situées autour de 300°C.

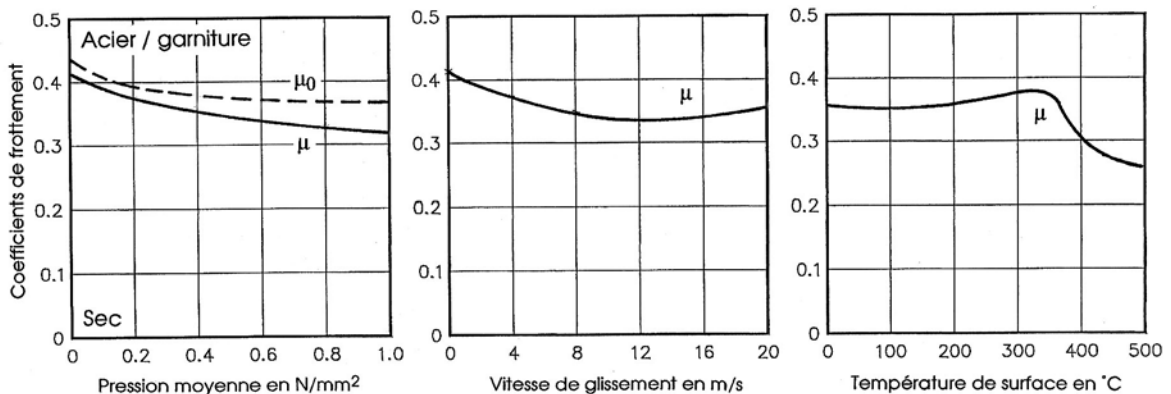


Figure 23.4 Coefficients de frottement : appariement acier ou fonte sur bronze fritté (Ortlinghaus)

23.2.1.3 RÉSISTANCE À L'USURE

L'importance de l'usure des disques dépend du temps d'embrayage, de l'échauffement du matériau et de la nature du contre-disque. Elle reste modeste tant que la température reste dans les limites admissibles. Le refroidissement par un lubrifiant réduit l'usure. Le liquide doit être amené le plus près possible des surfaces en glissement. Le profil spécial avec rainures en spirale, radiales ou en gaufrage assure une bonne répartition du fluide et son évacuation vers l'extérieur. Les embrayages travaillant à sec doivent posséder une conception assurant une bonne dissipation de l'énergie calorifique produite et empêchant une usure exagérée.

23.2.2 PRESSION , VITESSE ET COUPLES

Les relations entrevues au sous-chapitre 1.3.1 pour les butées planes sont applicables aux disques des embrayages et freins. Les hypothèses simplificatrices introduites étaient :

1. Hypothèse 1 : pression répartie uniformément sur la surface annulaire.
2. Hypothèse 2 : pression répartie hyperboliquement afin de simplifier l'expression du couple de frottement en introduisant le rayon de calcul égal au rayon géométrique moyen.

23.2.2.1 PRESSIONS MOYENNE ET MAXIMALE

Les dimensions du disque plan sont :

- d_i diamètre intérieur de contact du disque,
- d_e diamètre extérieur de contact du disque,
- F_{na} force normale sur le disque,
- A_d aire de contact sur le disque.

La pression se trouve par :

- Hypothèse 1 : $p = \text{constante}$:
$$\bar{p} = \frac{F_{na}}{\pi \cdot (d_e^2 - d_i^2) / 4}, \quad (23.2.1)$$

- Hypothèse 2 : $d_c = d_{\text{moy}}$:
$$p_{\text{max}} = \frac{2}{d_i} \cdot \frac{F_{na}}{\pi \cdot (d_e - d_i)}. \quad (23.2.2)$$

Dans cette seconde hypothèse, la pression est maximale au diamètre intérieur et minimale au diamètre extérieur. Si le rapport des diamètres $d_e/d_i = 2$, la pression maximale calculée au moyen de cette hypothèse vaut $p_{\text{max}} = 1,5$ fois la pression moyenne. Pratiquement, la pression peut prendre des valeurs différentes suivant la forme des disques, les erreurs géométriques sur les surfaces, la valeur de la force normale, la présence ou l'absence de rainures. Une estimation exacte est excessivement difficile.

23.2.2.2 VITESSES DE GLISSEMENT DES SURFACES

La vitesse de glissement des surfaces portantes des disques dépend de la différence des vitesses angulaires et de la distance à l'axe. En écrivant ω_1 la vitesse angulaire de la partie motrice et ω_2 la vitesse angulaire de la partie menée, la vitesse de glissement au point P , distant de $r = d/2$, se trouve par la relation générale :

$$v_{\text{gl}} = (\omega_1 - \omega_2) r = (\omega_1 - \omega_2) \cdot d/2.$$

Les vitesses de glissement maximale et minimale valent :

$$v_{\text{gl max}} = (\omega_1 - \omega_2) \cdot d_e/2 \quad \text{et} \quad v_{\text{gl min}} = (\omega_1 - \omega_2) \cdot d_i/2.$$

Pratiquement, la recherche de la vitesse moyenne de glissement $v_{\text{gl c}}$ s'effectue sur le rayon de calcul $r_c = d_c/2$:

$$v_{glc} = (\omega_1 - \omega_2) \cdot r_c = (\omega_1 - \omega_2) \cdot \frac{d_c}{2}. \quad (23.3)$$

Le rayon de calcul se détermine par :

$$\text{- Hypothèse 1 : } p = \text{constante : } r_c = \frac{2(r_e^3 - r_i^3)}{3(r_e^2 - r_i^2)} = \frac{(d_e^3 - d_i^3)}{3(d_e^2 - d_i^2)}. \quad (23.4.1)$$

$$\text{- Hypothèse 2 : } d_c = d_{\text{moy}} : r_c = \frac{r_e + r_i}{2} = \frac{d_e + d_i}{4}. \quad (23.4.2)$$

Le rayon de calcul, pour un une pression supposée constante et un rapport des diamètres de 2, vaut $r_c = 1,04 r_{\text{moy}}$. Ce résultat montre qu'il est possible de définir la vitesse de glissement sur le rayon géométrique moyen.

23.2.2.3 COUPLE DE FROTTEMENT

Il faut distinguer le couple de frottement pendant le glissement du couple de frottement au repos lorsque les vitesses angulaires des parties menantes et menées sont égales. Le premier couple est souvent nommé couple dynamique, symbole M_S , et le second couple transmissible, symbole $M_{\bar{u}}$. Les définitions selon VDI 2241 pour les embrayages sont :

Couple enclenchable M_S :

Il est défini comme étant le moment du couple agissant sur les arbres pour accélérer les masses en présence, à partir du glissement de l'embrayage et compte tenu du couple de charge, jusqu'à liaison complète des arbres menant et mené.

Couple transmissible $M_{\bar{u}}$:

Le couple transmissible ou couple statique se définit comme le moment du couple de rotation applicable à l'embrayage sans que celui-ci commence à patiner.

Ces deux couples peuvent se trouver par les expressions :

$$\text{- couple enclenchable : } M_S = \mu \cdot r_c \cdot z \cdot F_{na} = \mu \cdot \frac{d_c}{2} \cdot z \cdot F_{na}. \quad (23.5)$$

$$\text{- couple transmissible : } M_{\bar{u}} = \mu_0 \cdot r_c \cdot z \cdot F_{na} = \mu_0 \cdot \frac{d_c}{2} \cdot z \cdot F_{na}. \quad (23.6)$$

Le rayon et le diamètre moyens se calculent par les relations précédentes selon l'hypothèse adoptée. Dans ces deux expressions, z est le nombre de surfaces actives transmettant un couple.

23.2.3 CINÉMATIQUE ET DYNAMIQUE DANS LES EMBRAYAGES

La recherche des dimensions d'un embrayage, à partir des divers éléments d'un catalogue, fait intervenir obligatoirement une étude cinématique et dynamique de l'entraînement complétée le plus souvent par un calcul de l'échauffement. La figure 23.5 montre à gauche la conception très simplifiée d'un embrayage à plusieurs disques, dit embraye multidisque, avec $z = 4$ surfaces frottantes, les dimensions diamétrales et la force normale appliquée sur les disques.

23.2.3.1 TEMPS DE MANOEUVRE

La figure 23.5 montre à droite le principe de la variation du couple sur un embrayage en fonction du temps et des conditions de manoeuvre. Il est possible de définir les intervalles de temps suivants :

1. Période d'embrayage

Retard de réponse t_{11} :

C'est le temps écoulé entre l'action de l'effort de commande jusqu'au début de la montée du couple. Ce temps correspond au temps mort de l'embrayage.

Temps de mise en régime t_{12} :

C'est le temps écoulé entre le commencement de la montée du couple jusqu'à l'obtention du couple nominal enclenchable M_S .

Temps d'embrayage t_1 :

C'est la somme du retard en réponse et du temps de mise en régime : $t_1 = t_{11} + t_{12}$.

Temps de glissement t_3 :

C'est l'intervalle de temps pendant lequel existe le mouvement relatif des surfaces frottantes sous l'effet de la force de serrage.

2. Période de débrayage

Retard de réponse t_{21} :

C'est le temps entre la suppression de l'effort de commande et le commencement de la chute du couple par rapport à $M_{\text{ü}}$ (ou du couple caractéristique M_K).

Temps de débrayage t_{22} :

C'est le temps de chute du couple après la suppression de l'effort de commande jusqu'à l'obtention de 10% du couple caractéristique M_K .

Temps de libération t_2 :

C'est la somme du retard en réponse et du temps de débrayage : $t_2 = t_{21} + t_{22}$.

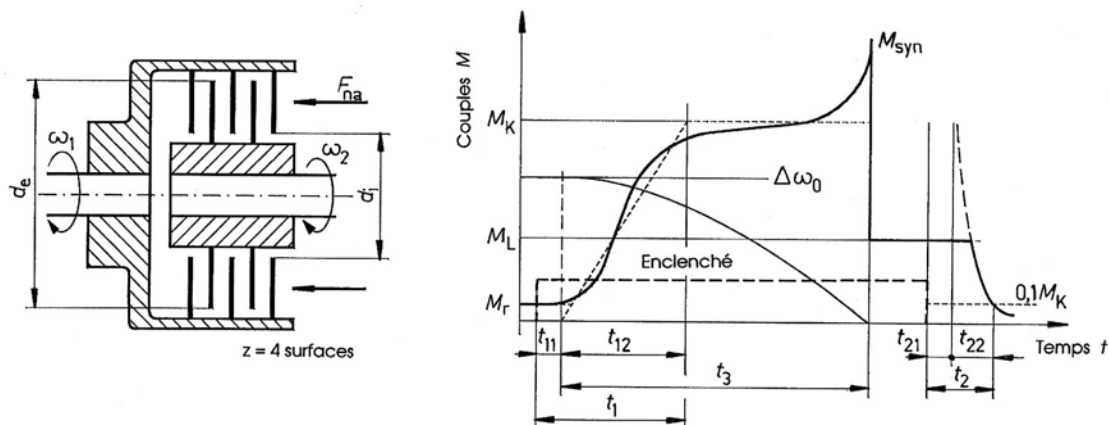


Figure 23.5 Allure du couple en fonction du temps dans un embrayage

23.2.3.2 ALLURE DES COUPLES PENDANT L'EMBAYAGE

L'allure du couple transmis par l'élément pendant la période d'embrayage en fonction du temps doit être simplifiée afin de pouvoir trouver sa taille. Aux deux couples définis sous 23.2.2.3 s'ajoutent les couples suivants :

Couple de charge M_L :

Le couple de charge est défini comme le moment du couple agissant côté mené de l'embrayage. Sa valeur est égale à la somme de tous les moments de force et couples appliqués sur l'arbre mené.

Couple à vide M_r :

Le couple à vide ou résiduel se définit comme le moment du couple transmis par l'embrayage dans la position débrayée.

Couple d'accélération M_a :

Le couple d'accélération, ou de décélération dans le cas d'un couple négatif, est la grandeur dynamique imprimant l'accélération des masses en rotation de la vitesse angulaire ω_i à la vitesse angulaire ω_j .

Couple caractéristique M_K :

L'allure du couple sur l'embrayage, relevé expérimentalement, est remplacé par une variation simplifiée composée de deux segments de droite : une montée linéaire du couple de zéro jusqu'au couple caractéristique suivi d'un couple constant. L'aire de la surface sous le comportement simplifié devrait être égale à celle de la surface réelle. Le couple caractéristique M_K peut alors se lire directement sur le graphique. Le couple caractéristique M_K est habituellement inférieur au couple transmissible $M_{\ddot{u}}$.

Couple synchrone M_{syn} :

C'est le couple pouvant intervenir momentanément en fin d'embrayage.

Couple moteur M_A :

C'est le couple introduit sur l'arbre menant.

23.2.3.3 RELATIONS DYNAMIQUES DE BASE

Sous l'effet des divers couples, en particulier du couple dans l'embrayage M_K , les parties menantes et menées modifient leurs vitesses angulaires. Ces variations de vitesse dépendent également de l'inertie des pièces en rotation. Désignons par :

J_A moment d'inertie de toutes les masses réduites sur l'arbre menant,

J_L moment d'inertie de toutes les masses réduites sur l'arbre mené.

La réduction des masses s'effectue suivant la méthode développée au chapitre sur la dynamique des systèmes.

Sur l'arbre menant, le couple provoquant la variation de vitesse vaut : $M_A - M_K$ et sur l'arbre mené : $M_K - M_L$. Les deux relations dynamiques de base s'écrivent alors :

- arbre menant :
$$M_A - M_K = J_A \cdot \alpha_1,$$

- arbre mené :
$$M_K - M_L = J_L \cdot \alpha_2.$$

La figure 23.6 montre schématiquement les trois composants de l'entraînement.

23.2.3.4 DYNAMIQUE DE L'EMBRAYAGE À COUPLES CONSTANTS

Pour simplifier l'étude dynamique, les couples moteur M_A , caractéristique dans l'embrayage M_K et de charge M_L sont supposés constants pendant l'intervalle de temps t_3 . Les vitesses angulaires au moment de l'embrayage valent :

- sur l'arbre menant :
$$\omega_{10},$$

- sur l'arbre mené :
$$\omega_{20},$$

- vitesse angulaire en fin d'embrayage :
$$\omega_{syn}.$$

Comme les couples et les inerties sont constants, les accélérations angulaires le sont aussi. Les relations générales deviennent :

- sur l'arbre menant :
$$M_A - M_K = J_A \cdot \alpha_1 = \frac{\omega_{syn} - \omega_{10}}{t_3} \cdot J_A. \quad (23.7.1)$$

- sur l'arbre mené :
$$M_K - M_L = J_L \cdot \alpha_2 = \frac{\omega_{syn} - \omega_{20}}{t_3} \cdot J_L. \quad (23.7.2)$$

Après élimination de la vitesse angulaire synchrone de ces deux relations, il est possible d'exprimer :

1. le temps de glissement t_3 pour un couple caractéristique donné :

$$t_3 = \frac{J_A J_L}{(M_K - M_L)J_A - (M_A - M_K)J_L} \cdot (\omega_{10} - \omega_{20}). \quad (23.8.1)$$

Cas particulier : pour $M_A = M_K$:

$$t_3 = \frac{J_L}{M_K - M_L} \cdot (\omega_{10} - \omega_{20}).$$

2. le couple caractéristique M_K pour un temps de glissement donné :

$$M_K = \frac{J_A \cdot J_L}{J_A + J_L} \cdot \frac{\omega_{10} - \omega_{20}}{t_3} + \frac{J_L}{J_A + J_L} \cdot M_A + \frac{J_A}{J_A + J_L} \cdot M_L. \quad (23.8.2)$$

3. la vitesse angulaire ω_{syn} commune au synchronisme :

$$\omega_{\text{syn}} = \frac{(M_K - M_L)J_A \omega_{10} - (M_A - M_K)J_L \omega_{20}}{(M_K - M_L)J_A - (M_A - M_K)J_L}. \quad (23.8.3)$$

Cas particulier : pour $M_A = M_K$, la vitesse synchrone vaut : $\omega_{\text{syn}} = \omega_{10}$.

Dans ce cas simplifié, la représentation du couple dans l'embrayage se réduit à un rectangle de base t_3 et de hauteur M_K . La figure 23.6 montre au centre la variation linéaire des vitesses angulaires pendant l'intervalle de temps t_3 .

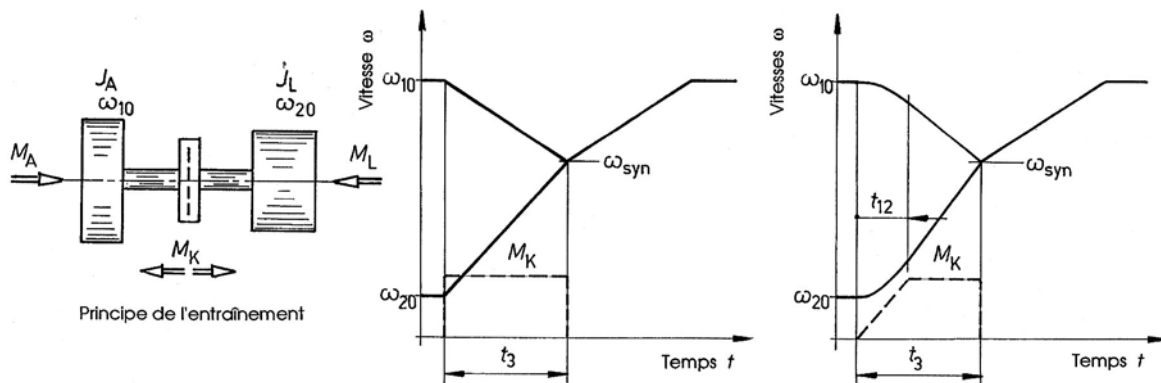


Figure 23.6 Ensemble simplifié et variation des vitesses angulaires

23.2.3.5 DYNAMIQUE DE L'EMBRAYAGE AVEC MONTÉE DU COUPLE

Contrairement à la représentation de la figure 23.6 à droite où la variation des vitesses angulaires des arbres menant et mené tient compte de tous les effets des couples, l'étude est simplifiée en supposant une fréquence de rotation constante sur l'arbre moteur. Le couple moteur M_A est admis égal au couple caractéristique M_K . Le temps de glissement des surfaces de l'embrayage se trouve alors par l'expression :

$$t_3 = \frac{J_L (\omega_{10} - \omega_{20})}{M_K - M_L} + \frac{t_{12}}{2} \cdot \left(\frac{M_L}{M_K} + 1 \right). \quad (23.9)$$

Le couple M_K varie linéairement pendant l'intervalle de temps t_{12} de zéro à sa valeur nominale. Il serait également possible de trouver les vitesses angulaires en fonction du temps : variation tout d'abord quadratique, puis linéaire jusqu'à la vitesse synchrone.

23.2.3.6 CHARGE THERMIQUE

Le glissement des surfaces portantes pendant l'embrayage engendre une perte d'énergie mécanique, celle-ci se transformant en énergie calorifique. Le travail produit par le couple caractéristique M_K , supposé constant pendant l'intervalle de temps t_3 , se trouve par sommation des travaux élémentaires provoqués par le frottement.

$$W_{fr} = \int_{t=0}^{t=t_3} M_K \cdot d\varphi = \int_0^{t_3} M_K \cdot \Delta\omega_{12} \cdot dt.$$

avec :

$$\Delta\omega_{12} = (\omega_{10} - \omega_{20}) \cdot \left(1 - \frac{t}{t_3}\right).$$

L'intégration de cette relation donne le travail de frottement et l'énergie calorifique produite, soit en remplaçant le temps t_3 par son expression :

$$W_{fr} = Q = M_K \cdot (\omega_{10} - \omega_{20}) \cdot \frac{t_3^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot (\omega_{10} - \omega_{20})^2 \cdot \frac{J_A J_L}{\left(1 - \frac{M_L}{M_K}\right) \cdot J_A + \left(1 - \frac{M_A}{M_K}\right) \cdot J_L}. \quad (23.10.1)$$

La puissance perdue par frottement ou la puissance calorifique produite varie linéairement avec le temps. La puissance maximale vaut :

$$P_{fr \max} = \dot{Q}_{\max} = M_K \cdot (\omega_{10} - \omega_{20}).$$

Si l'on tient compte du temps de mise en régime t_{12} et d'une vitesse angulaire constante pour l'arbre menant, l'énergie calorifique produite vaut :

$$W_{fr} = Q = \frac{1}{2} \cdot (\omega_{10} - \omega_{20})^2 \cdot \frac{J_L}{1 - M_L / M_K} + \frac{1}{2} \cdot (\omega_{10} - \omega_{20}) \cdot t_{12} \cdot M_L. \quad (23.10.2)$$

Cette énergie calorifique doit s'évacuer vers l'extérieur de l'embrayage.

23.2.3.7 CAPACITÉ CALORIFIQUE DE L'EMBRAYAGE

La capacité calorifique d'un embrayage à frottement ou d'un frein dépend directement des facteurs suivants :

- énergie absorbée à chaque manoeuvre : W_{fr} ,
- fréquence des manoeuvres,
- temps d'embrayage : t_s ,
- temps de repos entre deux manoeuvres : t_0 ,
- période d'embrayage ou de freinage : $t_z = t_s + t_0$,
- dissipation calorifique.

Afin de limiter l'énergie mécanique transformée en énergie calorifique, il faut restreindre les masses à accélérer et rechercher l'endroit le plus propice pour le montage de l'embrayage. La dissipation calorifique joue un rôle de premier plan. L'évacuation de la chaleur produite à l'air ambiant est facilitée par des ailettes de refroidissement (embrayage monodisque à commande pneumatique). Le travail d'embrayage admissible $W_{fr \text{ adm}}$ est l'énergie maximale produite dans l'embrayage ne provoquant aucune surcharge thermique. Cette caractéristique peut se trouver soit graphiquement à partir de la courbe limite $W_{fr \text{ adm}} = Q_{\text{adm}} = f(S_h)$ soit numériquement à partir des deux grandeurs thermiques Q_E et $S_{h\ddot{u}}$:

$$Q_{\text{adm}} = Q_E \cdot \left(1 - e^{-S_{h\ddot{u}}/S_h}\right). \quad (23.10.3)$$

avec : Q_E travail d'embrayage admissible pour enclenchement unique,
 S_h nombre d'embrayages pendant un temps donné, généralement par heure,

$S_{hü}$ valeur caractéristique de la fréquence d'embrayage, point de concours des deux asymptotes sur la courbe caractéristique.

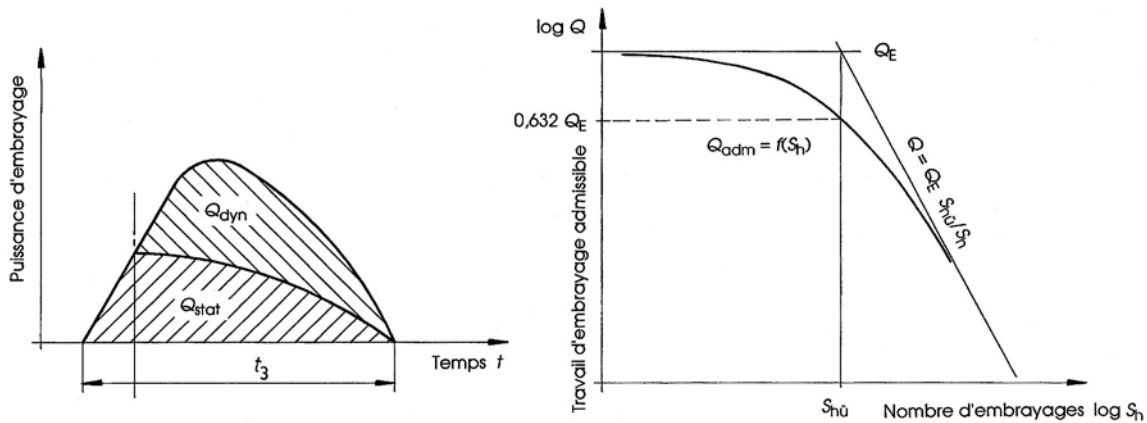


Figure 23.7 Energies absorbées dans un embrayage
Energie admissible par manoeuvre en fonction de la fréquence de manoeuvre par heure

La courbe caractéristique, donnée par les fabricants d'embrayages, est une représentation doublement logarithmique. Elle est influencée par : les conditions de refroidissement, la vitesse de glissement initiale, le genre de service, le choix de la partie menante, le rapport des temps de commande $\delta = t_s/t_z$.

L'indice calorifique d'un embrayage multidisque, nommée également charge calorifique admissible, s'applique à un embrayage utilisé périodiquement avec possibilité de refroidissement entre deux enclenchements. Cet indice dépend du matériau de friction et de la capacité d'évacuation de la chaleur. La capacité calorifique spécifique est égale à l'énergie absorbée par heure et par unité de surface de friction, q_{adm} exprimée en $\text{kJ}/\text{cm}^2\text{h}$. Les valeurs admissibles sont :

- Appariement acier / acier et lubrification : par barbotage $q_{adm} = 1,3$ à $1,7 \text{ kJ}/\text{cm}^2\text{h}$,
température maximale : 200 à 250°C par circulation $q_{adm} = 1,7$ à $2,1 \text{ kJ}/\text{cm}^2\text{h}$.
- Appariement acier / bronze fritté : sec $q_{adm} = 2 \text{ kJ}/\text{cm}^2\text{h}$,
température maximale : 500 à 600°C lubrifié $q_{adm} = 10$ à $30 \text{ kJ}/\text{cm}^2\text{h}$.
- Appariement acier / garniture végétale : monodisque $q_{adm} = 10 \text{ kJ}/\text{cm}^2\text{h}$,
température maximale : 250 à 300°C multidisque $q_{adm} = 15 \text{ kJ}/\text{cm}^2\text{h}$.

23.3 CARACTÉRISTIQUES TECHNIQUES DES EMBRAYAGES

Les embrayages peuvent se classer suivant leur conception interne ou selon le mode de commande externe. Le choix du mode de commande le mieux adapté à une implantation donnée dépend de plusieurs facteurs : fluides de commande à disposition, temps et précision de réponse requise, possibilité de commande à distance, automatique ou programmable, caractéristiques particulières désirées. De plus, la valeur de la force normale sur les disques, absente ou présente, sans action extérieure permet de différencier deux modes de fonctionnement : à enclenchement ou à déclenchement.

23.3.1 TAILLE DES EMBRAYAGES D'APRÈS CATALOGUE

Les catalogues des divers fabricants contiennent chacun des méthodes différentes de dimensionnement et de choix des embrayages. Les relations fondamentales sont le plus souvent fortement simplifiées et numériques afin de faciliter la recherche de la taille.

23.3.1.1 TAILLE À PARTIR DU COUPLE NOMINAL

Le couple nominal de la machine motrice se calcule par la relation générale :

$$M = \frac{P}{\omega}$$

avec : P la puissance nominale à transmettre,
 ω la vitesse angulaire de l'arbre menant.

Il faut tenir compte de la variation de couple dans les parties motrice et réceptrice. Les irrégularités de couple et les à-coups ne doivent pas provoquer de glissement des surfaces après la manoeuvre d'embrayage terminée. Pour faciliter la recherche du couple de calcul, les catalogues introduisent un coefficient de sécurité ou un facteur de service. Le couple de calcul, correspondant au couple caractéristique, se trouve alors par :

$$M_K \geq f_s \cdot \frac{P}{\omega} \quad (23.11.1)$$

Le facteur de service f_s pour les embrayages peut se lire dans le tableau 23.2.

En règle générale, seul le couple caractéristique doit entrer en ligne de compte pour le choix de l'embrayage. Le couple caractéristique doit être constamment supérieur au couple appliqué sur l'entraînement pendant la période d'embrayage. Pour permettre une accélération acceptable des masses à entraîner, le couple de charge M_L devrait atteindre seulement 30 à 50% du couple caractéristique M_K .

23.3.1.2 CHOIX À PARTIR DE CAS PARTICULIERS D'ENTRAÎNEMENT

La recherche de la taille de l'embrayage se simplifie dans les conditions suivantes.

1. Temps exigé d'accélération t_3

En supposant un couple caractéristique constant pendant cet intervalle de temps et en l'absence de couple mené, le temps d'accélération se trouve par :

$$t_3 \approx \frac{J_{LA} \cdot (\omega_{10} - \omega_{20})}{M_K} \quad (23.11.2)$$

En présence d'un couple résistant M_L , l'intervalle de temps devient :

$$t_3 = \frac{J_{LA} \cdot (\omega_{10} - \omega_{20})}{M_K - M_L} \quad (23.11.3)$$

avec : J_{LA} moment d'inertie total de l'entraînement : $J_{LA} = J_A + J_L$.

Le temps total à partir du signal enclenché jusqu'à la vitesse de synchronisation est la somme de t_{11} et de t_3 selon figure 23.5.

2. Energie mécanique d'enclenchement

2.1 Energie statique pure $W_{\text{stat}} = Q_{\text{stat}}$

Si la somme des moments d'inertie des parties menante et menée est négligeable, le couple de l'embrayage sert seulement à vaincre le couple de charge M_L . En supposant un couple caractéristique variable, l'énergie mécanique à produire sera :

Tableau 23.2

Facteur de service f_s pour les embrayages (selon Ortlinghaus)

	Machines motrices		
	Moteurs électriques Turbines, transmissions Moteurs à > 2 pistons	Moteurs à 2 cylindres Moteurs à gaz Machines à vapeur	Moteurs à un seul cylindre
Machines réceptrices	Facteur de service f_s		
Générateurs, transporteurs à chaîne, compresseurs centrifuges, Sableuses, machines textiles, installations de manutention, ventilateurs, Pompes centrifuges	1.5	2.0	2.5
Ascenseurs, élévateurs à godets, fours rotatifs, dévidoirs, mécanismes de Roulement pour grues et chariots, tambours de refroidissement, treuils, Agitateurs, cisailles, machines-outils, machines à laver, métiers à tisser, Agitateurs, cisailles, machines-outils, machines à laver, métiers à tisser, Presses à briques	2.0	2.5	3.0
Pelles mécaniques, foreuses, presses à briquettes, ventilateurs de mine, Mélangeurs de caoutchouc, appareils de levage, broyeurs à meules, pompes à pistons, tambours à rouler, vibrateurs, broyeurs à tube	2.5	3.0	3.5
Compresseurs à pistons, scies alternatives, presses, calendres à papier, Trains de rouleaux, tambours de séchage, mélangeurs à cylindres, Broyeurs à ciment, centrifugeuses	3.0	3.5	4.0

$$W_{\text{stat}} = Q_{\text{stat}} = M_L \cdot \frac{1}{2} (\omega_{10} - \omega_{20}) \cdot t_{12} \quad (23.11.4)$$

2.2 Energie dynamique pure $W_{\text{dyn}} = Q_{\text{dyn}}$

Si le couple résistant est négligeable, voire nul, l'énergie mécanique introduite est transformée partiellement en énergie cinétique et l'énergie dynamique se trouve par :

$$W_{\text{dyn}} = Q_{\text{dyn}} = \frac{1}{2} (\omega_{10} - \omega_{20})^2 \cdot J_L \quad (23.11.5)$$

Les catalogues font rarement la distinction entre les divers moments d'inertie de masse.

2.3 Energies statique et dynamique $W_{\text{fr}} = Q$

Dans le cas général, la charge thermique se trouve par l'expression globale donnée précédemment :

$$W_{\text{fr}} = Q = \frac{1}{2} (\omega_{10} - \omega_{20}) \cdot t_{12} \cdot M_L + \frac{1}{2} (\omega_{10} - \omega_{20})^2 \cdot \frac{1}{1 - M_L / M_K} \cdot J_L \quad (23.11.6)$$

2.4 Choix de l'embrayage en fonction de la charge thermique

La charge thermique étant connue, le graphique doublement logarithmique du travail d'embrayage admissible en fonction du nombre d'embrayages par heure et du modèle adopté permet de contrôler la justesse du choix. Si l'embrayage travaille à une vitesse angulaire supérieure à la vitesse limite admissible, il faut encore calculer l'énergie produite par le couple résiduel :

$$W_r = M_r \cdot (\omega - \omega_{\text{lim}}) \cdot \Delta t, \quad (23.11.7)$$

avec : Δt intervalle de temps pendant lequel l'embrayage n'est pas enclenché.

23.3.2 EMBRAYAGES MONODISQUES

Cette famille d'embrayages est caractérisée par un disque unique transmettant le couple sur les deux surfaces actives. Les avantages de cette disposition sont : bonne évacuation de l'énergie calorifique produite, peu de collage des surfaces, ajustement précis du couple. La plupart de ces embrayages transmettent le couple en mode désactivé, la commande de débrayage étant mécanique ou hydraulique.

23.3.2.1 EMBRAYAGES DE VÉHICULES

Les embrayages monodisques se trouvent placés entre le moteur et la boîte de vitesses. Il est nécessaire d'assurer une mise en rotation progressive de l'arbre mené et la possibilité de changer le rapport des vitesses en marche. Lié au moteur, l'embrayage doit pouvoir tourner jusqu'à 120 à 150 t/s et son centre de gravité doit coïncider exactement avec l'axe de rotation afin d'éviter tout effet de balourd. Les embrayages à disque unique équipent la plupart des véhicules. Ils se composent d'un disque muni de garnitures sur les deux faces, d'un plateau porté par une cloche fixée au volant du moteur, de ressorts produisant l'effort normal et d'une tringlerie de débrayage. Le plateau et le volant possèdent deux surfaces de glissement parfaitement dressées et polies. La libération des surfaces est obtenue par déplacement de la butée de débrayage commandée par un levier à fourche.

L'embrayage doit à tout instant pouvoir transmettre le couple maximal du moteur et son couple de frottement doit être supérieur à cette valeur.

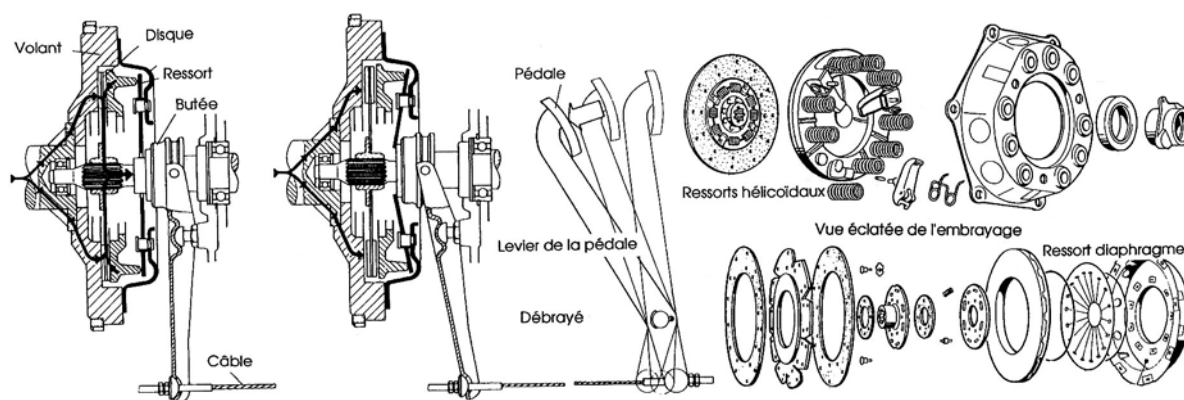


Figure 23.8 Embrayages de véhicule : principe de fonctionnement, vues éclatées de deux conceptions

23.3.2.2 EMBRAYAGES MONODISQUES INDUSTRIELS

La commande des embrayages monodisques industriels s'effectue le plus souvent par l'intermédiaire d'un coulisseau annulaire. Les disques sont équipés de garniture végétale et la force normale est produite par des ressorts hélicoïdaux, à rondelle ou à membrane. L'utilisation des forces normales d'action et de réaction et d'une transmission par denture compense toute composante axiale sur les moyeux.

23.3.2.3 EMBRAYAGES MONODISQUES À COMMANDE ÉLECTRIQUE

1. Définitions pour les commandes électriques

Les définitions utilisées dans la commande électrique des embrayages et des freins sont très souvent basées sur la prescription VDE 0580. Le temps de déclenchement est l'intervalle de temps qui s'écoule entre l'instant de coupure de la tension d'excitation et l'instant où le couple M_{d} tombe à 10% du couple dynamique. Le couple dynamique M_{S} est le couple qui

intervient en cas de patinage; il est fonction du coefficient de frottement μ . Le couple statique $M_{\bar{u}}$ est le couple applicable sur l'embrayage sans qu'il se produise de patinage. Le couple résiduel M_r est la valeur maximale du couple persistant après la coupure de l'alimentation électrique à la température de fonctionnement, voir la figure 23.9.

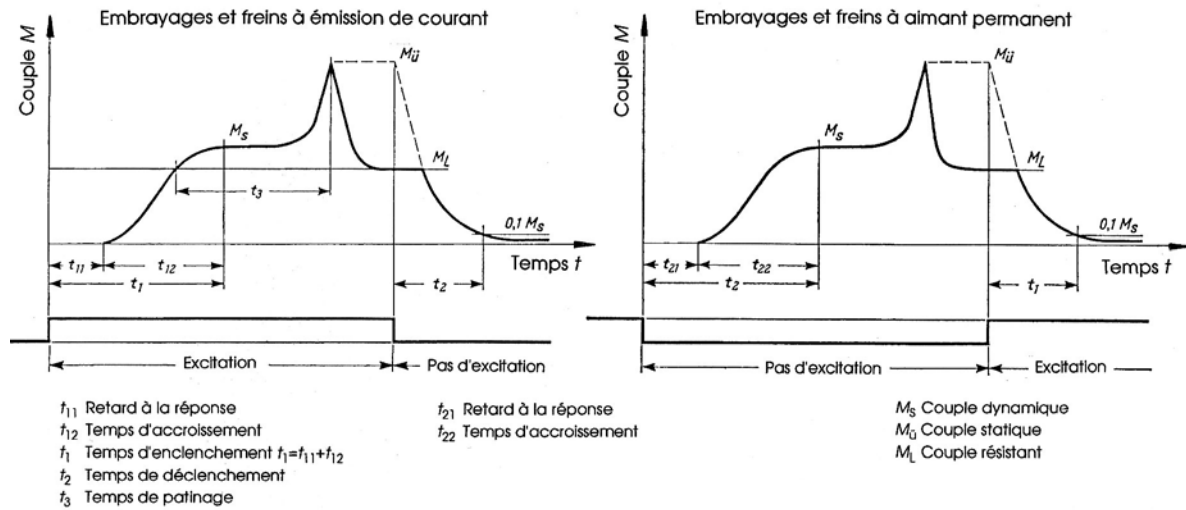


Figure 23.9 Définition et variation des couples dans les embrayages à émission de courant et à manque de courant selon VDE 0580 (cliché ZF)

La figure 23.9 représente à gauche l'allure du couple à l'enclenchement suivi d'un déclenchement. Après le retard t_{11} , le couple dynamique M_S prend naissance pendant le temps t_{12} . Le couple d'accélération $M_S - M_L$ est tel que les parties menante et menée sont en synchronisme après l'intervalle de temps t_3 . Le couple atteint un court instant le couple statique $M_{\bar{u}}$ avec coefficient de frottement μ_0 , puis tombe à la valeur du couple résistant M_L .

2. Description d'embrayages monofriction ZF

Les embrayages monofriction, fabriqués par la firme ZF (Zahnradfabrik Friedrichshafen), sont conçus sans bague collectrice. Leur avantage réside dans la double traversée du disque d'armature par le flux magnétique, la force d'attraction étant utilisée à deux reprises. Les deux surfaces de frottement sont en métal et ces embrayages répondent aux normes de protection de l'environnement. Ils peuvent travailler à sec ou lubrifié. En fonctionnement à sec, ils sont insensibles à l'encrassement par l'huile ou la graisse. Le couple est transmis, sans jeu radial, par une membrane métallique reliée côté frontal au disque d'armature en trois ou six points selon le modèle. Deux versions sont à disposition.

2.1 Version à émission de courant

Ces embrayages (et freins) fonctionnent sous une tension continue de 24 V. Lorsque la bobine est excitée, il y a formation d'un champ magnétique engendrant une force d'attraction qui agit sur le disque et l'armature. La membrane élastique autorise la course de l'armature dans le sens axial. Lors de la coupure de l'alimentation de la bobine, elle provoque la séparation rapide et complète des surfaces de friction en annulant tout couple résiduel.

2.2 Version à aimantation permanente

Un aimant permanent provoque une force d'attraction agissant sur le disque d'armature. Il y a embrayage par manque de courant. La bobine excitée, alimentée sous un courant continu de 24 V, produit un champ s'opposant à celui de l'aimant permanent et annule ainsi l'action de la force d'attraction. La membrane élastique provoque alors la séparation rapide et complète des surfaces de friction. Tant que la bobine est excitée, l'embrayage reste en position

débrayée. Si l'alimentation fait défaut, le champ de l'aimant permanent provoque de nouveau le rapprochement des surfaces. L'inversion de polarité effectuée pour renforcer le champ de l'aimant est admissible. Cela permet de raccourcir le temps d'enclenchement et d'augmenter les couples de 30 à 40%.

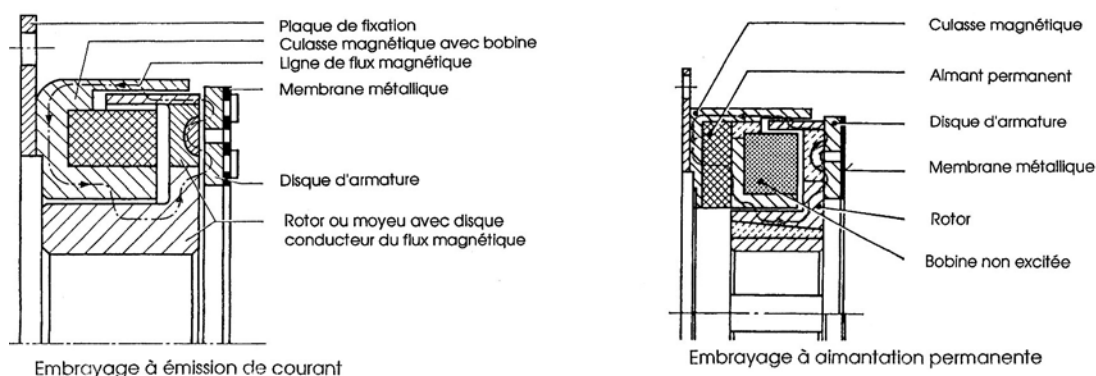


Figure 23.10 Embrayages monofriction à émission de courant et à aimant permanent (selon ZF)

3. Réglage des temps de manoeuvre

3.1 Temps d'enclenchement

Lors de l'enclenchement, le courant et la force d'attraction du champ magnétique croissent suivant une loi exponentielle. Il est possible de réduire le retard t_{11} en réduisant la constante de temps. L'excitation rapide ou la surexcitation s'y prêtent parfaitement, figure 23.11 à gauche.

3.2 Temps de déclenchement

L'allure du courant obéit également à une loi exponentielle. Seule la contre-excitation permet d'atteindre un temps de déclenchement très court, figure 23.11 à droite.

3.3 Isolation magnétique

Pour les embrayages et freins à aimant permanent, il importe de tenir compte des flux de fuite. Ces flux risquent d'empêcher le débrayage de l'embrayage ou le desserrage du frein à la tension nominale. Il est recommandé de fabriquer toutes les parties d'accouplement en matériau amagnétique.

Les fabricants d'embrayages à commande électromagnétique proposent divers schémas électriques permettant d'atteindre les temps d'enclenchement désirés.

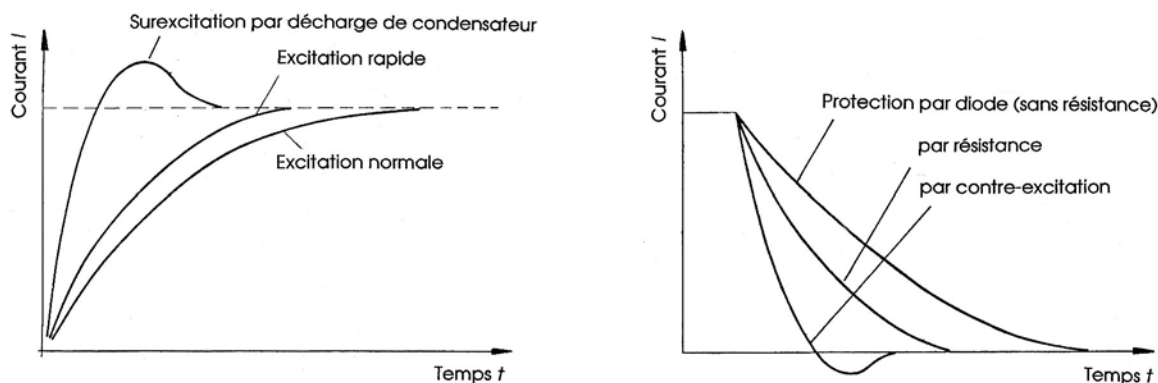


Figure 23.11 Allure du courant dans le temps d'enclenchement et de déclenchement

23.3.3 EMBRAYAGES MULTIDISQUES

Les embrayages multidisques appartiennent aux éléments classiques de liaison entre des arbres menant et mené. L'obtention de la force normale sur l'empilage de disques s'effectue par commande mécanique, hydraulique, pneumatique ou électrique.

23.3.3.1 DISQUES

Les disques disponibles de catalogue, comme chez le fabricant Ortlinghaus, existent en plusieurs appariements standard : acier/acier, acier/garniture frittée, acier/molybdène, acier/garniture végétale, fonte spéciale/garniture végétale. Ces disques sont équipés de crans ou de dentures afin d'assurer la transmission du couple des disques vers les arbres menant et mené. Ils permettent d'adapter la transmission aux impératifs mécaniques rencontrés dans la pratique. Les disques plans présentent quelques difficultés lors de l'embrayage et du débrayage. A l'embrayage, le couple de frottement a tendance à augmenter brusquement et au débrayage, les disques restent collés les uns contre les autres. Les fabricants offrent des solutions à ce genre de problème en prévoyant : des ressorts intermédiaires, des disques ondulés (disques Sinus chez Ortlinghaus), etc. Le choix de l'appariement dépend également du milieu ambiant : fonctionnement avec lubrifiant ou frottement à sec. En fonctionnement à sec, il se produit une usure engendrée par l'énergie dissipée pendant la manoeuvre. Tout choix erroné a pour conséquence une usure accrue et une déformation des disques.

Dans le calcul du couple transmis par le paquet de disques, il est admis une force normale constante du premier au dernier disque et un couple de frottement égal sur toutes les surfaces frottantes de mêmes dimensions géométriques et même coefficient de frottement. Cette condition idéale n'est pas remplie dans un embrayage manoeuvré sous charge par suite du frottement sur les faces d'appui. L'effort normal diminue progressivement du point d'action de la force vers la surface d'appui opposée. D'après W. Steinhilper, pour un embrayage à 7 disques avec un coefficient de frottement $\mu = 0,03$ sur les guidages, l'effort normal résiduel sur la dernière surface vaut 70% de la force normale primitive!

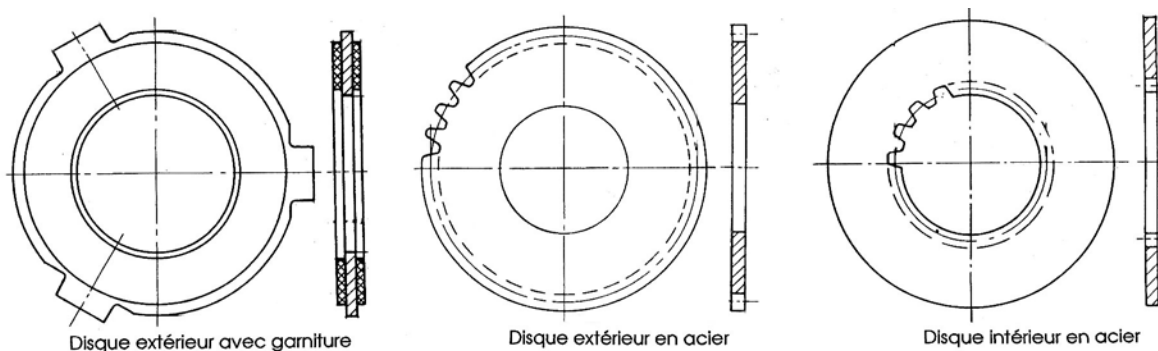


Figure 23.12 Disques extérieurs et intérieurs à crans et denture

23.3.3.2 EMBRAYAGES À COMMANDE MÉCANIQUE

L'obtention de l'effort normal F_{na} sur l'empilage de disques s'effectue par un dispositif de commande approprié comme un mécanisme à levier et collier. Le coulisseau agit sur plusieurs leviers coudés, généralement 3 pièces, par une rampe et assure la fermeture de l'embrayage. La seconde face des leviers appuie sur le paquet de disques, assurant ainsi la friction entre les disques. L'élasticité des leviers compense une légère usure des disques et évite la chute du couple transmissible. La figure 23.13 montre une exécution et une application d'embrayage à commande par collier.

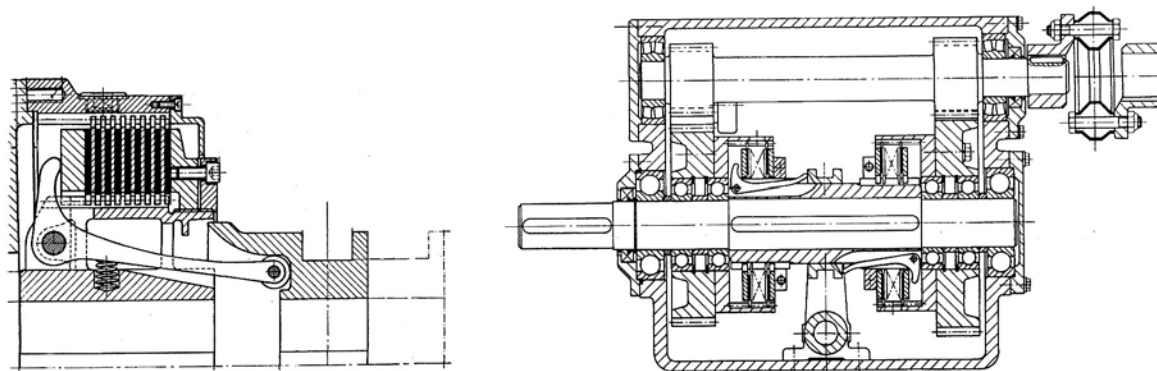


Figure 23.13 Embrayage Ortlinhaus à commande mécanique en version fermée
Embrayage double à commande mécanique dans un inverseur marin

23.3.3.3 EMBRAYAGES À COMMANDE HYDRAULIQUE

Dans les embrayages à commande hydraulique, l'huile sous pression est introduite dans le cylindre par le centre de l'arbre ou par un collecteur incorporé. Elle agit sur le piston qui comprime les disques. Des ressorts repoussent le piston dans sa position initiale après coupure de la pression. La vitesse limite est déterminée par la force des ressorts de rappel. L'huile contenue dans le cylindre est soumise à l'effet centrifuge: la force centrifuge doit être surmontée par la force des ressorts au débrayage. L'usure des disques est compensée automatiquement par la course du piston. La pression de service est comprise entre 15 et 30 bars selon les modèles et les fabricants, cette limite étant imposée par les joints. Les embrayages à commande hydraulique permettent de transmettre des couples très importants à volume restreint, en particulier en augmentant la pression d'alimentation. Le temps de réponse est fonction de la cylindrée et du débit de la pompe. Ces embrayages représentent une solution onéreuse et sont réservés aux implantations spéciales. La figure 23.14 montre les composants d'un embrayage hydraulique et le schéma hydraulique standard de commande.

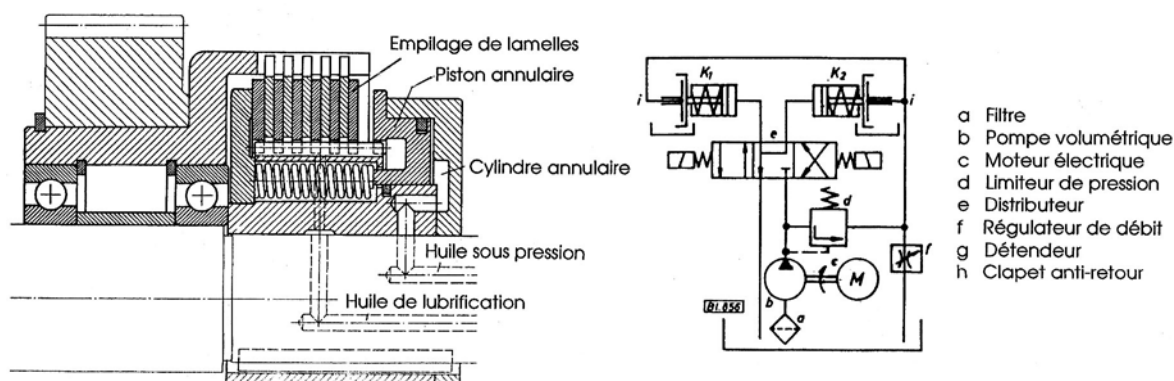


Figure 23.14 Embrayage à commande hydraulique et schéma hydraulique standard

Les accessoires nécessaires à cette commande sont : un groupe générateur de pression hydrostatique comprenant principalement une pompe motorisée, un limiteur de pression, un distributeur et la tuyauterie, au moins un joint tournant monté en bout d'arbre servant à l'introduction de l'huile, les joints d'étanchéité, les appareils de sécurité et de commande.

23.3.3.4 EMBRAYAGES À COMMANDE PNEUMATIQUE

Dans les embrayages à commande pneumatique, la force axiale nécessaire à l'obtention du couple est produite à l'aide d'air comprimé agissant sur un piston étanche. Après coupure de

l'air comprimé, des ressorts de rappel repoussent le piston dans la position initiale. La température du cylindre ne doit pas dépasser 80 à 100°C en service afin d'éviter la détérioration des joints. Pour assurer la précision des réponses, il faut prévoir des tuyauteries courtes et des valves rapides à grand débit. Monter de préférence le distributeur sur le joint d'alimentation de l'embrayage. Pour obtenir des cadences élevées, comme c'est le cas des presses, il est utile de monter, en amont sur le distributeur, un réservoir compensateur de pression afin d'assurer le volume nécessaire d'air pendant la période de commande. Pendant les manoeuvres, la pression en amont ne doit pas tomber à moins de 90% de la pression de service. Cette dernière correspond à la pression usuelle des commandes pneumatiques, soit 6 bars. L'avantage essentiel de la commande pneumatique est ses temps d'embrayage et de débrayage très courts. La figure 23.15 montre un embrayages Ortlinghaus à double disque, muni de garnitures, commandé par la pression pneumatique, le schéma d'un ensemble d'alimentation d'air comprimé avec réservoir et les temps de réponse en commande purement pneumatique ou électropneumatique.

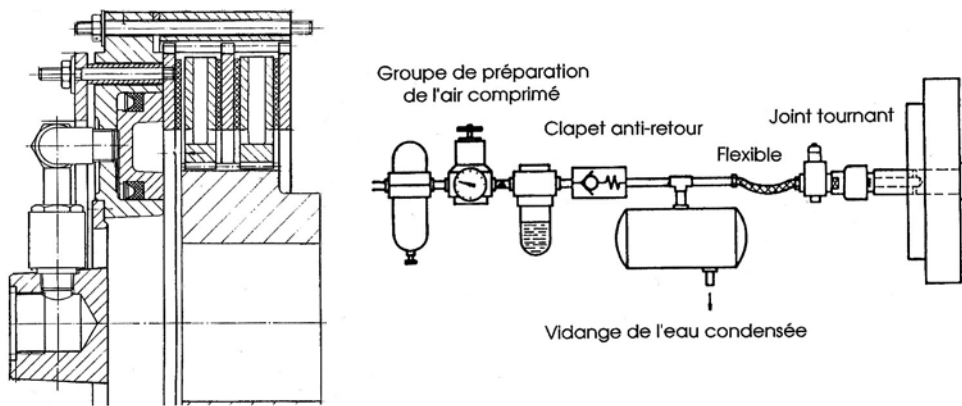


Figure 23.15 Embrayages à commande pneumatique et alimentation

23.3.3.5 EMBRAYAGES À COMMANDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Les embrayages à commande électromagnétique sont fréquemment utilisés dans les entraînements de machines automatiques. Ces embrayages se subdivisent en :

1. Embrayage avec bague collectrice et disques non induits

Les disques sont en acier avec couche métallique antifriction ou équipés de garniture. Le circuit magnétique ne traverse pas les disques car l'entrefer est situé à l'extérieur de l'empilage. Ces embrayages peuvent travailler à sec ou avec lubrification selon la nature du revêtement.

2. Embrayages avec bague collectrice et disques induits

Les disques sont obligatoirement en acier car le circuit magnétique les traverse. Ils doivent travailler en milieu lubrifié, l'apport d'huile s'effectuant par barbotage ou brouillard d'huile. La lubrification et le refroidissement sont assurés généralement par des canaux radiaux forés dans l'arbre en cas de vitesses ou de charges thermiques élevées. L'usure des disques est compensée automatiquement.

3. Embrayages sans bague collectrice

De construction plus volumineuse, ce type possède une bobine extérieure fixe et ne nécessite de ce fait pas directement de point d'alimentation. Le circuit magnétique est prévu avec un entrefer ou les disques sont induits. L'inducteur doit être soigneusement centré. Le corps magnétique doit être fixé par un dispositif anti-rotation.

Les bobines sont prévues pour une durée d'enclenchement de 100% et la température permanente ne devrait pas dépasser 70 à 80°C. La tension continue d'alimentation est normalement de 24 V. Cette tension permet d'atteindre les couples proposés dans les catalogues. Une sur-tension de 10% est admissible. Les remarques et recommandations données sous 23.3.2.3 sont applicables aux embrayages multidisques à commande électromagnétique.

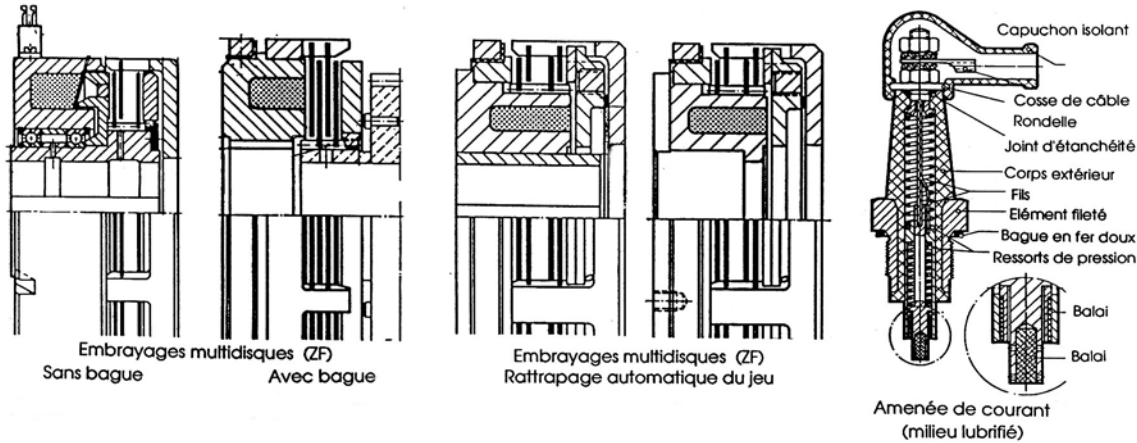


Figure 23.16 Embrayages à commande électromagnétique

Pour les embrayages avec inducteur statique, le raccordement s'effectue soit par connexion à fiches, par borniers ou par câble coulé dans le corps magnétique. Pour les appareils avec inducteur rotatif, le courant est amené par des balais sur les bagues collectrices trempées et rectifiées. En fonctionnement à sec, il faut utiliser des balais Cu-Graphite, en milieu lubrifié, des balais en bronze. La vitesse de glissement est limitée à 15 - 20 m/s.

Lors de la coupure de courant de commande, il subsiste une certaine aimantation résiduelle. Cette rémanence retarde le recul de l'armature mobile ou la séparation des disques, en particulier dans le cas de disques induits. Cette aimantation résiduelle peut être supprimée très rapidement par une contre-excitation momentanée avec inversion de la polarité.

23.3.4 LIMITEURS DE COUPLE ET DE SÉCURITÉ

Le calcul préalable exact des couples à transmettre entre un arbre menant et un arbre mené est rarement possible car le comportement de la partie menée n'est jamais connu avec précision. Les limiteurs de couple et de sécurité réduisent les pointes de couple et protègent les divers organes tels les arbres, les réducteurs de vitesse et tout autre élément mécanique placé dans la ligne d'arbres. Ils sont utilisés principalement en coupleur de démarrage. Ils sont complétés par des contrôleurs de glissement, parties d'un système de surveillance et de sécurité. Le couple limite est obtenu après rodage. Dans les limiteurs de couple mécaniques, la plus grande difficulté consiste à obtenir un couple constant au départ du glissement et en glissement des surfaces en contact. Il faudrait atteindre $\mu_0 = \mu$ ou $R_\mu = 1$. Le glissement provoque la transformation de l'énergie mécanique en chaleur; cette énergie doit être évacuée vers l'extérieur par rayonnement et convection, ou par le lubrifiant du carter. Le temps de patinage autorisé est fonction de la capacité de dissipation calorifique du limiteur. Les contrôles comprennent les points suivants :

1. pour des périodes de glissement rares et courtes, choisir le limiteur en fonction du couple maximal transmissible $M_K \geq 1,3 M_L = 1,3 P_L / \omega_2$;
2. pour des périodes de glissement rares, mais longues, utiliser le bilan thermique;

3. pour des glissements continus ou des périodes de glissement très fréquentes, mais courtes, utiliser le bilan thermique.

23.3.4.1 LIMITEURS MONODISQUES

Ces limiteurs se composent de moyeux menant et mené, d'un disque flottant et d'une bague de pression soumise à l'action de ressorts. Le limiteur de couple Rimostat, fabriqué par Ringspann, appartient à cette catégorie d'éléments limiteurs. Les ressorts possèdent une faible raideur de manière à compenser l'usure des garnitures organiques.

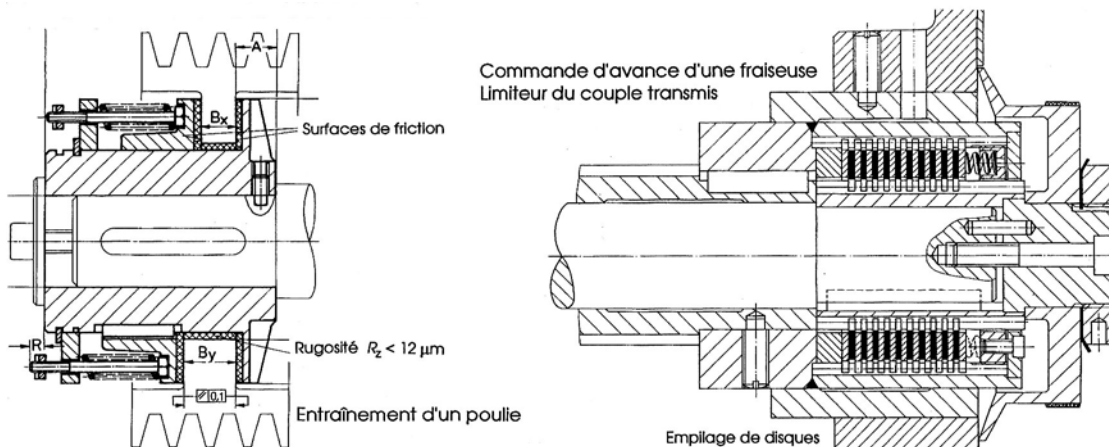


Figure 23.17 Limiteur monodisque (Ringspann), multidisque (Ortlinghaus)

23.3.4.2 LIMITEURS MULTIDISQUES

Le limiteur de couple multidisque se compose d'un empilage de disques extérieurs et intérieurs, contact acier sur garniture frittée pour un fonctionnement en milieu lubrifié ou acier sur garniture végétale en milieu sec. La force normale sur le paquet est obtenue par un ou plusieurs ressorts hélicoïdaux à tension préliminaire réglable. Une réduction efficace des pointes de couple dépend essentiellement d'un petit couple d'inertie des masses en rotation sur la partie menée du limiteur.

23.3.4.3 LIMITEURS À RAMPES

La difficulté majeure de limitation des couples avec les appareils à friction est d'atteindre un coefficient de frottement constant dans toutes les conditions d'utilisation. La précision est relativement médiocre, mais le plus souvent acceptable. Pour améliorer la fiabilité du couple, les fabricants offrent des limiteurs à rampes. Dans ces limiteurs, le déplacement relatif des parties menante et menée est assuré par roulement et non par frottement. Décrivons brièvement deux exécutions de la firme Ringspann. Dans le limiteur de couple à rouleaux, la limitation précise du couple est obtenue par six paires de rouleaux pressés par des ressorts dans les rainures radiales en forme de V du collecteur. Les rouleaux sont guidés dans des cavités de la bague d'entraînement. Le couple passe de l'arbre à la bague d'entraînement par l'intermédiaire du moyeu du collecteur et des paires de rouleaux. Le couple transmissible par la précontrainte des ressorts représente environ 90% du couple de déclenchement. Si le couple dépasse le couple de précontrainte, les rouleaux sont poussés dans leur logement et finalement sortent de la rainure en V. La bague de pression se déplace et peut agir sur le détecteur de couple. Après une rotation de 360°, les rouleaux reprennent leur place dans les rainures en V, voir figure 23.18 à gauche.

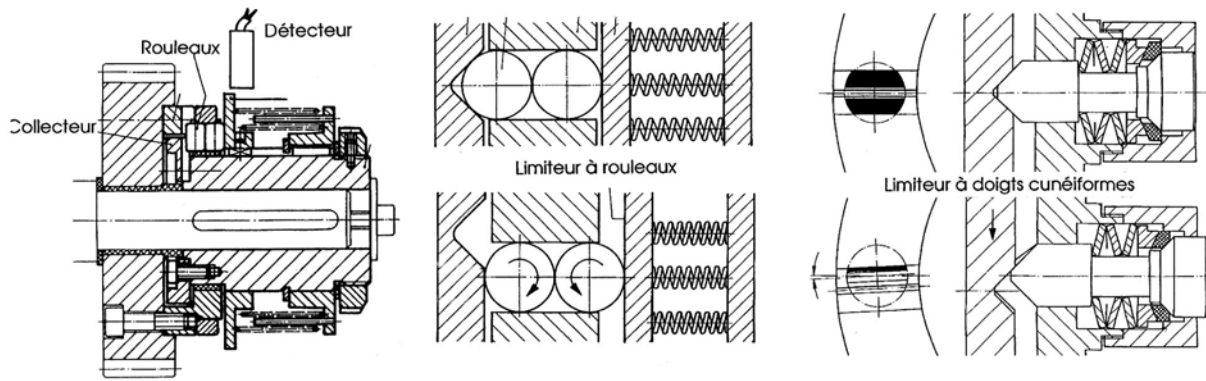


Figure 23.18 Limiteurs de couple à rampes : à rouleaux et à doigts (modèles SA et SK de Ringspann)

Dans le limiteur de couple cunéiforme, les côtés menant et mené sont reliés par des doigts cylindriques cunéiformes. Ces derniers sont logés dans des cartouches. Ils sont précontraints par un empilage de rondelles ressort. Ces cartouches sont fixées côté moteur. Le côté récepteur porte des cavités dans lesquelles s'insèrent les extrémités des doigts. Si le couple dépasse la valeur limite, les doigts se déplacent en tournant sur eux-mêmes. Le contact surfacique entre le doigt et la cavité est maintenu pendant le déclenchement. Dès que le doigt est totalement repoussé, le couple devient nul.

23.3.5 AUTRES EMBRAYAGES ET LIMITEURS

23.3.5.1 EMBRAYAGES CENTRIFUGES

Les embrayages centrifuges sont constitués presque exclusivement par des systèmes à tambour et masselottes équipées de garniture antifriction. Les pièces mobiles sont retenues sur le moyeu par des ressorts et sont soumises à l'effet de la force centrifuge dépendant du carré de la vitesse angulaire :

$$F_c = r m \omega^2,$$

avec : r rayon du centre de masse des pièces mobiles,
 m masselotte soumise à la force centrifuge,
 $\omega = 2 \pi n$ vitesse angulaire.

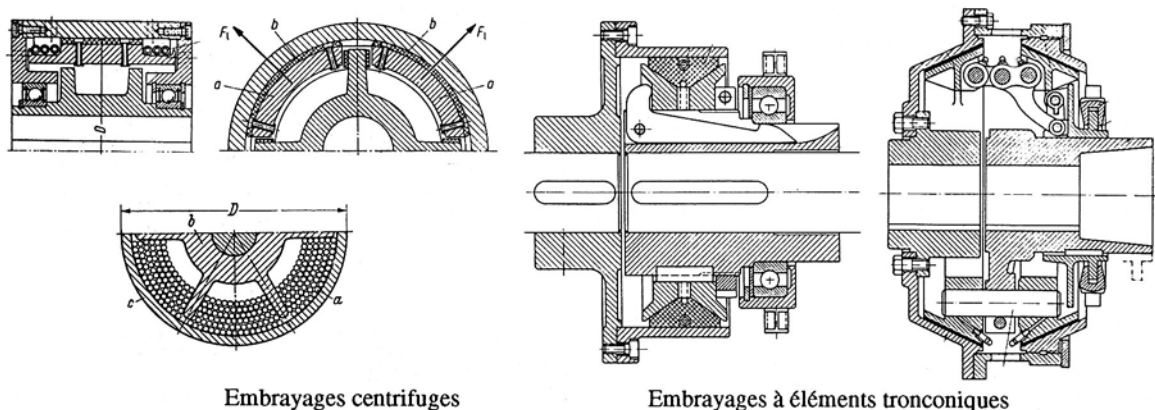


Figure 23.19 Embrayages centrifuges Embrayages à éléments tronconiques

La force utile à la formation du couple commence à devenir efficace lorsque la force centrifuge devient supérieure à la force des ressorts de retenue. L'avantage des embrayages centri-

fuges est de faciliter le démarrage des machines à couple résistant important alors que le couple moteur ne possède pas cette propriété à faible vitesse. La production de la force centrifuge peut aussi se réaliser en employant des billes ou des rouleaux en acier, du sable graphité ou de la poudre métallique graphitée, placés entre un moyeu étoilé et un tambour.

23.3.5.2 EMBRAYAGES À ÉLÉMENTS TRONCONIQUES

L'emploi de la forme conique permet d'augmenter la force de frottement par l'amplificateur à plan incliné. Deux variantes sont représentées sur la figure 23.19 à droite.

L'embrayage Conax, fabriqué par H. Desch KG, existe en plusieurs modèles. La conception de ce mécanisme comporte un anneau doublement tronconique décomposé en six segments a , retenu par un ressort hélicoïdal b et poussé contre l'intérieur d'un tambour cylindrique par deux joues inclinées. Le tambour est monté sur l'arbre menant, le système de friction sur l'arbre mené. En déplaçant l'anneau de commande vers la gauche, le levier coudé pivote autour de son point fixe et presse contre l'un des disques à joue. Au débrayage et après élimination de l'effort normal, le ressort hélicoïdal ramène les segments dans leur position de repos et la joue mobile se déplace vers la gauche. L'usure des segments est compensée par un anneau butée réglable au moyen d'un filetage.

L'embrayage CanaLus, fabriqué par Lohmann & Stolterfoht SA, possède un double tambour à faces tronconiques. L'anneau de commande e et le disque f se déplacent sur le moyen c . En déplaçant ces éléments vers la gauche, un système de leviers articulés déplace les joues tronconiques a et b vers les faces du tambour. Les deux joues sont rendues solidaires par des tourillons d .

23.3.5.3 COUPLEURS HYDRODYNAMIQUES

Les coupleurs hydrauliques se composent essentiellement d'une pompe et d'une turbine hydrauliques reliés par un fluide liquide. La pompe est entraînée par l'arbre moteur et transforme l'énergie mécanique en énergie hydraulique. Cette énergie est ensuite transmise à la turbine qui la transforme en énergie mécanique. La pompe et la turbine sont des machines hydrodynamiques travaillant selon le principe de la pompe centrifuge et de la turbine centripète. Inventé par Föttinger, le coupleur hydrodynamique présente comme originalité de pouvoir travailler aussi bien comme coupleur que comme transformateur de couple après adjonction d'une roue à aubages fixes.

Description des coupleurs hydrodynamiques Voith et Flender (Fludex)

La roue-pompe et la roue-turbine sont disposées dans un carter fermé, en alliage léger, de telle sorte que, lorsque cet ensemble est rempli d'huile et que la roue-pompe est entraînée par le moteur, un circuit hydraulique continu se forme dans le coupleur. Le ralentissement imposé aux filets liquides par la déviation réalisée dans les aubages de la roue-turbine donne naissance dans cette dernière à un couple d'autant plus élevé que la turbine tourne plus lentement. Il atteint son maximum, soit environ le double, à l'arrêt de la roue-turbine, c'est-à-dire au démarrage. L'écoulement ne peut exister qu'en présence d'une différence de vitesse entre les deux roues. Pour un remplissage de 85%, le couple maximal vaut 2,4 fois le moment nominal et pour un remplissage partiel, seulement 1,3 fois ce moment. Une surcharge sur le coupleur provoque immédiatement une diminution de la vitesse de l'arbre mené. Le glissement est proportionnel au couple transmis et inversement proportionnel au produit du carré de la vitesse angulaire par la cinquième puissance du diamètre des roues :

$$\text{Glissement} = k \frac{M}{\omega^2 d_{\text{roue}}^5},$$

avec : k un facteur de proportionnalité dépendant de la conception du coupleur.

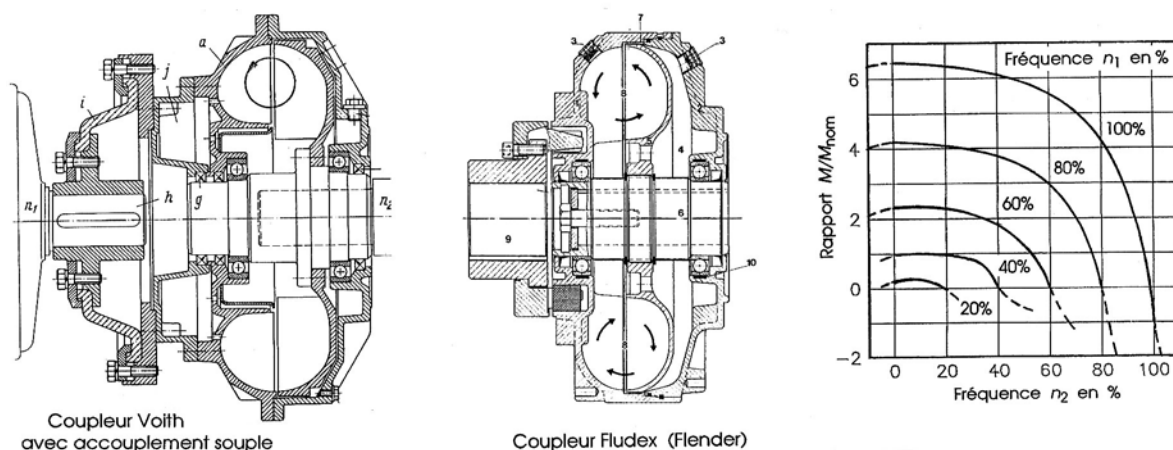


Figure 23.20 Coupleurs hydrodynamiques, fabrication Voith et Flender, comportement du coupleur

Le coupleur est équipé d'une chambre de compensation. Lors d'une baisse de la vitesse angulaire, la pression d'huile diminue dans la chambre de compensation et le fluide s'écoule des canaux de travail vers cet espace jusqu'à ce que les pressions soient identiques. Cette vidange partielle est favorable au comportement du coupleur en surcharge.

Le coupleur hydraulique possède un très bon système de protection du moteur et des éléments de transmission contre les vibrations et les fausses manoeuvres. Comme cet élément exige toujours un glissement entre les deux arbres, des pertes non négligeables sont toujours présentes. Ces pertes se transforment en énergie calorifique et doivent s'évacuer vers l'extérieur par l'intermédiaire du carter. Ces coupleurs sont équipés de bouchons fusibles, température normale de fusion 140°C, et la température maximale admissible se situe à 90°C. Attention : en cas de fusion des fusibles, le liquide du coupleur coule du carter et la transmission est interrompue entre les deux arbres ! Un système d'alarme et un bac de rétention sont vivement recommandés dans ce cas particulier.

23.3.6 EXEMPLES DE RECHERCHE ET CONTROLE D'EMBRAYAGES

Deux exemples de recherche de dimensions et de contrôle sont proposés dans ce sous-chapitre : mise en marche d'une machine à grande inertie au moyen d'un moteur électrique, boîte à deux vitesses.

23.3.6.1 DÉMARRAGE D'UN MOULIN - BROYEUR

Un moulin est entraîné par un moteur électrique produisant une puissance de 55 kW à la fréquence de rotation de 16,3 t/s. L'embrayage doit être capable de transmettre un couple de glissement valant 1,5 fois le couple nominal. Les moments d'inertie de masse sont :

$$\text{- moteur : } J_A = 4,3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, \quad \text{- moulin : } J_L = 18,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

Le démarrage s'effectue sans charge sur le moulin et cette opération s'effectue une fois toutes les 4 heures.

1. VALEURS CINÉMATIQUES ET DYNAMIQUES

Il est prévu de placer un embrayage monodisque avec deux surfaces de frottement entre le moteur et le moulin. Le disque est à choisir dans un catalogue.

- Puissance nominale : $P = 55\,000 \text{ W}$,
- Vitesse angulaire : $\omega = 2 \pi 16,3 \text{ s}^{-1} = 102,4 \text{ s}^{-1}$,
- Couple nominal : $M_{\text{nom}} = 55\,000 \text{ W} / 102,4 \text{ s}^{-1} = 537,1 \text{ m}\cdot\text{N}$,

Organes de transmission indirecte

- Couple à produire : $M_{\text{gliss}} = M_K = 1,5 \cdot 537,1 \text{ m}\cdot\text{N} = 805,7 \text{ m}\cdot\text{N}$ soit pratiquement 806 m·N.

- Puissance maximale de freinage : $P_{\text{max}} = 806 \text{ m}\cdot\text{N} \cdot 102,4 \text{ s}^{-1} = 82\,534 \text{ W}$.

- Couple par face : $M_{K1} = M_{K2} = 403 \text{ m}\cdot\text{N}$.

Temps de démarrage et énergie de démarrage :

En appliquant la relation (23.8.1) pour le cas particulier où $M_A = M_K$: $t_3 = J_L \cdot \omega / M_K$, soit :

$$t_3 = 18,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \cdot 102,4 \text{ s}^{-1} / 806 \text{ m}\cdot\text{N} = 2,35 \text{ s}.$$

Energie de freinage : $W_{\text{fr}} = 0,5 \cdot \Delta\omega \cdot M_{\text{gliss}} \cdot t_3 = 0,5 \cdot 102,4 \text{ s}^{-1} \cdot 806 \text{ m}\cdot\text{N} \cdot 2,35 \text{ s} = 96\,980 \text{ J}$.

Charge thermique : $Q = 0,5 \cdot (\Delta\omega)^2 \cdot J_L = 0,5 \cdot (102,4 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 18,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 = 96\,990 \text{ J}$.

Ces deux valeurs doivent être identiques.

Charge thermique par surface : $Q_1 = Q_2 = 48\,495 \text{ J}$.

2. CHOIX DU DISQUE D'EMBAYAGE

Trois disques Ortlinghaus avec garniture végétale sont pris en considération. Les dimensions diamétrales des garnitures sont :

disque 1 : 225 / 155 mm disque 2 : 250 / 175 mm disque 3 : 270 / 189 mm

D'après le tableau 23.1, le coefficient de frottement de glissement vaut $\mu = 0,3$ à $0,4$ pour des disques avec garniture. Introduisons un coefficient de frottement moyen $\mu = 0,35$. D'après ce même tableau, le coefficient de frottement d'adhérence vaut $\mu_0 = 0,3$ à $0,5$ soit en moyenne $0,4$. Le rapport des coefficients vaut $R_\mu = \mu_0/\mu = 1,14$. Le couple statique doit atteindre alors : $M_{\text{syn}} = 920 \text{ m}\cdot\text{N}$.

Contrôle de la pression

Modèle	Disque 1	Disque 2	Disque 3
Dimensions [mm]	225 / 155	250 / 175	270 / 189
Diamètre moyen [mm]	$d_{m1} = 190$	$d_{m2} = 212,5$	$d_{m3} = 229,5$
Aire de la surface des garnitures [mm ²]	$A_1 = 20\,891$	$A_2 = 25\,034$	$A_3 = 29\,200$
Force de frottement sur le diamètre moyen [N]	$F_{t1} = 4\,242$	$F_{t2} = 3\,793$	$F_{t3} = 3\,512$
Force normale par face [N]	$F_{na1} = 12\,120$	$F_{na2} = 10\,837$	$F_{na3} = 10\,034$
Pression moyenne [N/mm ²]	$p_1 = 0,580$	$p_2 = 0,433$	$p_3 = 0,344$

Contrôle du glissement

Vitesse moyenne de glissement [m/s]	$v_1 = 9,73$	$v_2 = 10,88$	$v_3 = 11,75$
Vitesse maximale de glissement [m/s]	$v_{1\text{max}} = 11,52$	$v_{2\text{max}} = 12,8$	$v_{3\text{max}} = 13,82$

La pression et la vitesse de glissement sont admissibles pour les trois disques.

Contrôle de la capacité calorifique sur le disque :

Capacité P_{max}/A [W/mm ²]	$q_1 = 3,95$	$q_2 = 3,30$	$q_3 = 2,83$
Charge thermique par unité de surface Q_1/A [J/mm ²]	$q_1 = 2,32$	$q_2 = 1,94$	$q_3 = 1,66$

D'après le tableau 23.1, le disque 1 225/155 ne convient pas car la charge calorifique est trop élevée (valeurs admissibles comprises entre 2 et 4 J/mm², ici limitée à 2 J/mm² par face).

3. ÉCHAUFFEMENT ET RÉPARTITION DE LA TEMPÉRATURE

L'échauffement et la répartition de la température sont déterminés pour le disque 2, dimensions 250 / 175. Le disque à garniture est pressé par deux plateaux symétriques, voir figure 23.21. La recherche de la température en fonction du temps nécessite la solution d'un système d'équations différentielles aux dérivées partielles de second ordre (équation de Fourier). Pour faciliter la solution, il est fait appel à un modèle à axe de symétrie. Pour ce cas particulier, la relation différentielle est :

23. Embrayages, coupleurs et freins

$$\rho C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{xx} \left(\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + \lambda_{yy} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \ddot{q}$$

avec : ρ masse volumique,
 C_p chaleur massique,
 λ conductivité thermique, direction radiale xx , direction axiale yy ,
 q puissance chaleur,
 T température,
 t temps,
 x direction radiale,
 y direction axiale.

Pour obtenir une solution, les hypothèses suivantes sont introduites dans le calcul :

1. la puissance chaleur est appliquée seulement sur la surface frottante du plateau presseur car la conductivité thermique de cette pièce est environ 100 fois plus grande que celle de la garniture.
2. la puissance de frottement diminue linéairement de la valeur maximale à zéro pendant 2,35 s.
3. la température initiale est supposée constante dans tout le plateau. Elle est admise à 25°C.

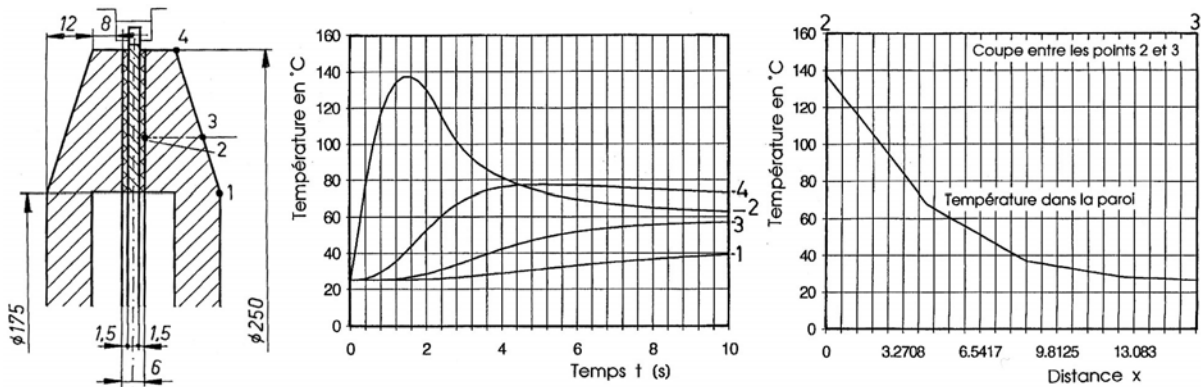


Figure 23.21 Dimensions du modèle de calcul avec les points particuliers en étude,
 Variation de la température dans le plateau aux points 1, 2, 3 et 4 en fonction du temps
 Variation de la température dans l'épaisseur du plateau à $t = 1,8$ seconde

4. la température extérieure varie linéairement de 25°C à 50°C pendant le temps d'embrayage. Elle reste constante jusqu'à $t = 4$ secondes, puis baisse jusqu'à 25°C après 10 secondes.
5. la convection est répartie sur la surface extérieure du plateau et vaut 20 à 50 W/m²K selon la vitesse circonférentielle de la surface d'échange. La conduction est identique dans les deux directions xx et yy .
6. La puissance par unité de surface vaut : $q = 0,5 \cdot 82534 \text{ W} / 0,025 \text{ m}^2 = 1\,650\,700 \text{ W/m}^2$.

La solution retenue utilise la méthode des éléments finis. Le temps d'intégration est choisi à $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ en fonction de la dimension des éléments et des caractéristiques thermiques de la matière.

Résultats du calcul selon figure 23.21 :

La température maximale pendant l'embrayage ne dépasse pas 150°C; le choix du disque est correct. La figure montre l'allure de la température en quatre points en fonction du temps pour t compris entre 0 et 10 secondes. Le dernier graphique donne la répartition de la température dans la paroi au temps pour lequel cette température est maximale au niveau de la surface de frottement. La forme de la courbe dépend également du nombre d'éléments adopté dans le modèle, ici trois éléments dans la section.

23.3.6.2 COMMANDE À DEUX VITESSES

Une commande à deux vitesses comprend deux engrenages à denture déportée de même entraxe dont les nombres de dents sont :

Organes de transmission indirecte

$$\begin{array}{ll} \text{Engrenage 1 :} & z_1 = 21 & z_2 = 68 \\ \text{Engrenage 2 :} & z_3 = 53 & z_4 = 37 \end{array}$$

La puissance à transmettre vaut 23 kW à la fréquence de 20 t/s. Le changement des vitesses est assuré par deux embrayages multidisques à commande électrique. Le nombre de changements de vitesse est estimé à 40 par heure avec $M_L = 0$. Le moment d'inertie de masse de l'arbre entraîné et de ses annexes, arbre 2, vaut $J_L = 0,85 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

1. GRANDEURS FONDAMENTALES

Les vitesses et couples à transmettre sont les suivants :

$$\begin{array}{ll} \text{Vitesse angulaire sur l'arbre moteur :} & \omega_A = 40 \pi = 125,7 \text{ s}^{-1}. \\ \text{Couple sur l'arbre moteur :} & M_A = 23\,000 \text{ W} / 125,7 \text{ s}^{-1} = 183,0 \text{ m}\cdot\text{N}. \\ \text{Rapport de transmission de l'engrenage 1 :} & i_1 = 68/21 = 3,24. \\ \text{Rapport de transmission de l'engrenage 2 :} & i_2 = 37/53 = 0,698. \\ \text{Vitesse angulaire de l'arbre mené, engrenage 1 en prise :} & \omega_{L1} = 125,7 \text{ s}^{-1} \cdot 21/68 = 38,81 \text{ s}^{-1}. \\ \text{Vitesse angulaire sur l'arbre mené, engrenage 2 en prise :} & \omega_{L2} = 125,7 \text{ s}^{-1} \cdot 53/37 = 180,0 \text{ s}^{-1}. \\ \text{Couple sur l'arbre mené, engrenage 1 en prise :} & M_{L2} = 183,0 \text{ m}\cdot\text{N} \cdot 68/21 = 592,7 \text{ m}\cdot\text{N}. \\ \text{Couple sur l'arbre mené, engrenage 2 en prise :} & M_{L2} = 183,0 \text{ m}\cdot\text{N} \cdot 37/53 = 127,8 \text{ m}\cdot\text{N}. \end{array}$$

Deux possibilités s'offrent au concepteur :

- première solution : placer les embrages sur les roues 1 et 4 ;
- deuxième solution : placer les embrayages sur les roues 2 et 3.

La première solution provoque une multiplication de la vitesse de la roue 1 par 4,64 lorsque le deuxième engrenage est en service, soit une fréquence de 92,8 t/s. La deuxième solution nécessite la transmission de deux couples fortement différents et un entraxe suffisant pour les deux arbres. Cette deuxième variante est conservée. Le choix des modèles d'embrayage devient :

Embrayage multidisque sans bague collectrice, fabrication ZF, disques trempés, permettant de transmettre des couples dynamiques de 200 m.N et 600 m.N. Les caractéristiques selon catalogue sont les suivantes :

Modèle	2LE1 420-0ADx0	2LE1 460-0ADx0
- couple dynamique :	200 m.N	600 m.N
- couple statique :	400 m.N	1 100 m.N
- fréquence maximale :	3500 t/min ou 58 t/s	3000 t/min ou 50 t/s
- retard :	$t_{11} = 120 \text{ ms}$	$t_{11} = 200 \text{ ms}$
- temps de montée du couple :	$t_{12} = 330 \text{ ms}$	$t_{12} = 550 \text{ ms}$
- temps d'embrayage :	$t_1 = 450 \text{ ms}$	$t_1 = 750 \text{ ms}$
- temps de débrayage :	$t_2 = 200 \text{ ms}$	$t_2 = 300 \text{ ms}$
- moment d'inertie côté de la culasse :	123 kg·cm ²	345 kg·cm ²
- moment d'inertie côté entraînement :	74 kg·cm ²	275 kg·cm ²
- masse de l'embrayage :	9,7 kg	19,0 kg
- énergie admissible pour un embrayage Q_E	20 kJ	44 kJ
- nombre caractéristique d'embrayages $S_{hü}$	60 par heure	60 par heure
- diamètre hors tout :	166 mm	210 mm
- entraxe minimal des engrenages : 0,5 (166 mm + 210 mm) + jeu = 188 mm + jeu radial.		

2. CONDITIONS D'EMBRAYAGE

2.1 Engrenage 1

Deux conditions de fonctionnement peuvent intervenir : accélération de l'arbre II à partir de la vitesse nulle ou passage de la vitesse supérieure de sortie à la vitesse inférieure. Les relations 23.9 et

23. Embrayages, coupleurs et freins

23.10.2 sont appliquées dans les conditions particulières avec $M_L = 0$ et $M_L = M_S$ selon catalogue, soit 600 m·N.

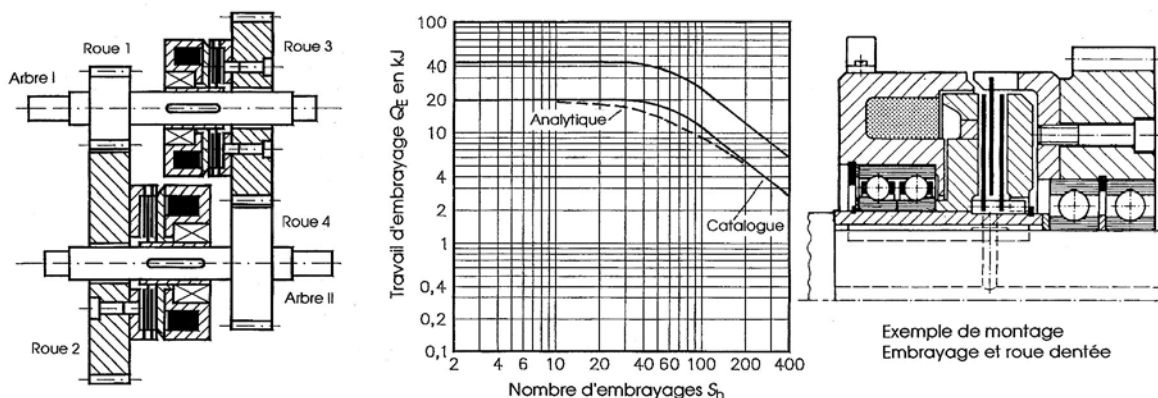


Figure 23.22 Chaîne cinématique du réducteur-multiplicateur Charge thermique de base
Exemple de montage d'un embrayage avec une roue dentée (selon ZF)

Accélération

- temps d'accélération : $t_3 = 0,85 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \cdot 38,81 \text{ s}^{-1} / 600 \text{ m}\cdot\text{N} + 0,55 \text{ s} / 2 = 0,33 \text{ s}.$

- charge thermique : $W_{fr} = Q = 0,5 \cdot (38,81 - 0)^2 \text{ s}^{-2} \cdot 0,85 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 = 640 \text{ J}.$

Passage de la vitesse supérieure à la vitesse inférieure

- temps de décélération : $t_3 = 0,85 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \cdot (180,0 - 38,81) \text{ s}^{-1} / 600 \text{ m}\cdot\text{N} + 0,55 \text{ s} / 2 = 0,48 \text{ s}.$

- charge thermique : $W_{fr} = Q = 0,5 \cdot (180,0 - 38,81)^2 \text{ s}^{-2} \cdot 0,85 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 = 8,47 \text{ kJ}.$

2.2 Engrenage 2

Ces deux conditions existent également : accélération de l'arbre II à partir de la vitesse nulle ou passage de la vitesse inférieure de sortie à la vitesse supérieure. Comme l'embrayage se trouve sur l'arbre moteur, l'inertie de l'arbre mené doit être réduite sur l'arbre menant.

- Moment d'inertie : $J_A = 0,85 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \cdot (53/37)^2 = 1,74 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$

Accélération

- temps d'accélération : $t_3 = 1,74 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \cdot 125,7 \text{ s}^{-1} + 0,33 \text{ s} / 2 = 1,26 \text{ s}.$

- charge thermique : $W_{fr} = Q = 0,5 \cdot (125,7 - 0)^2 \text{ s}^{-2} \cdot 1,74 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 = 13,75 \text{ kJ}.$

Passage de la vitesse inférieure à la vitesse supérieure

Le calcul est effectué sur l'arbre mené.

- couple produit sur l'arbre mené : $M = 200 \text{ m}\cdot\text{N} \cdot 37/53 = 139,6 \text{ m}\cdot\text{N}.$

- temps d'accélération : $t_3 = 0,85 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \cdot (180,0 - 38,81) \text{ s}^{-1} / 139,6 \text{ m}\cdot\text{N} + 0,33 \text{ s} / 2 = 1,02 \text{ s}.$

- charge thermique : Elle est la même que pour le freinage sur l'engrenage 1, soit 8,47 kJ.

Remarque : la taille de cet embrayage est à la limite de l'acceptable car les temps calculés sont supérieurs à une seconde.

2.3 Nombre de manoeuvres

Il est prévu 40 manoeuvres par heure. La lecture sur le graphique du catalogue montre que la charge thermique est admissible dans cette condition. La charge thermique admissible, calculée par la relation 23.10.3 vaut :

- embrayage 200 m·N : $Q_{adm} = 20 \text{ kJ} (1 - e^{-60/40}) = 15,54 \text{ kJ}.$

- embrayage 600 m·N : $Q_{adm} = 44 \text{ kJ} (1 - e^{-60/40}) = 34,18 \text{ kJ}.$

Ces deux valeurs sont plus grandes que les charges thermiques maximales sur les deux embrayages, donc le choix est correct.

23.4 COUPLEURS

Les coupleurs sont des organes de machines rendant solidaires les arbres menant et mené au moyen d'emboîtements ou de frottement lorsque la différence des vitesses angulaires entre les deux arbres est pratiquement nulle. Ils se commandent manuellement, par fluide ou automatiquement selon leur conception interne.

23.4.1 COUPLEURS À EMBOÎTEMENT

Pour relier un arbre menant à un arbre mené au moyen d'un coupleur à emboîtement, il faut que les fréquences de rotation soient absolument identiques sur les deux arbres et que les couples restent très modestes pendant cette opération.

23.4.1.1 COUPLEURS À CRABOTS ET À ENCLIQUETAGES

Les coupleurs à crabots ou à dentures frontales représentent la solution la plus élémentaire des coupleurs. Ils se composent de profils dentés sur les deux parties et se commandent le plus souvent manuellement. La figure 23.23 montre un coupleur simple à commande manuelle au moyen d'une fourche. La forme de la denture peut s'adapter au but poursuivi par la liaison entre les deux arbres, les profils usuels étant aussi donnés sur la figure. Le changement de vitesse dans une transmission à roues dentées peut aussi se réaliser par déplacement d'un manchon craboteur depuis la position de repos vers l'une des roues motrices 2 ou 3. Ce changement de vitesse ne peut avoir lieu qu'au repos.

Les encliquetages, extérieurs et intérieurs, servent à bloquer le mouvement de rotation dans un sens et à le libérer dans l'autre sens. Le cliquet vient s'appliquer dans la denture de la roue à rochet par son poids propre ou le plus souvent par un ressort. De nombreuses variantes sont à disposition avec ou sans contrôle du sens du blocage. L'angle α de la rampe vaut approximativement 17° , soit dans la direction de la tangente à un cercle de diamètre $0,3 d$.

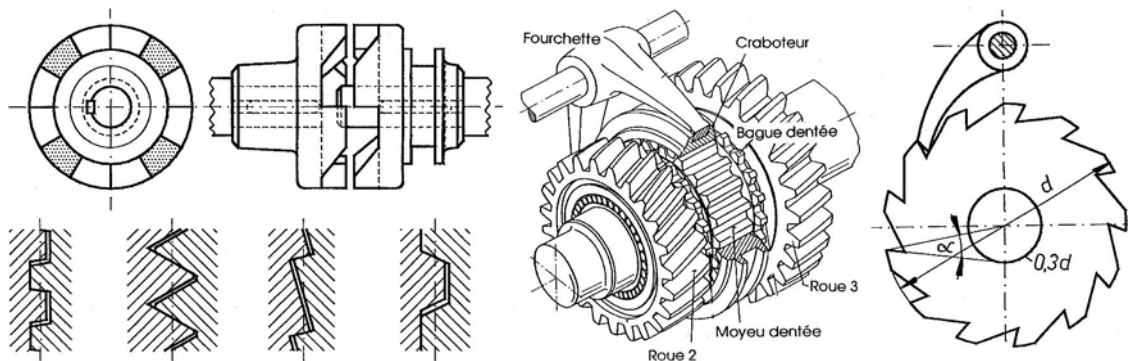


Figure 6.23 Coupleur simple à crabots et commande manuelle, profils usuels des dentures.
Coupleurs pour roues dentées (fabrication ZF), encliquetage à denture extérieure

23.4.1.2 COUPLEURS ÉLECTROMAGNÉTIQUES À DENTURE FRONTALE

Ces coupleurs à denture transmettent le mouvement et le couple grâce à l'engrènement de deux dentures frontales placées face à face. Ils ont l'avantage de transmettre, à encombrements identiques, des couples beaucoup plus élevés que les embrayages à disques. L'absence de couple résiduel permet des fréquences de rotation très élevées. Le couplage des deux parties s'effectue au repos ou à très faible vitesse relative. Le débrayage est possible à n'importe quelle vitesse ainsi que sous charge. Lorsque deux coupleurs à denture sont commandés alter-

nativement et à l'arrêt, un système de contre-réaction permet de réduire considérablement le temps de réponse au déclenchement. Il faut soigneusement étudier le comportement dynamique de la chaîne cinématique en tenant compte des caractéristiques de démarrage des moteurs ainsi que des modalités de réponse éventuelle d'embrayages à friction. Le couple adopté doit rester à tout instant supérieur au couple à transmettre réellement.

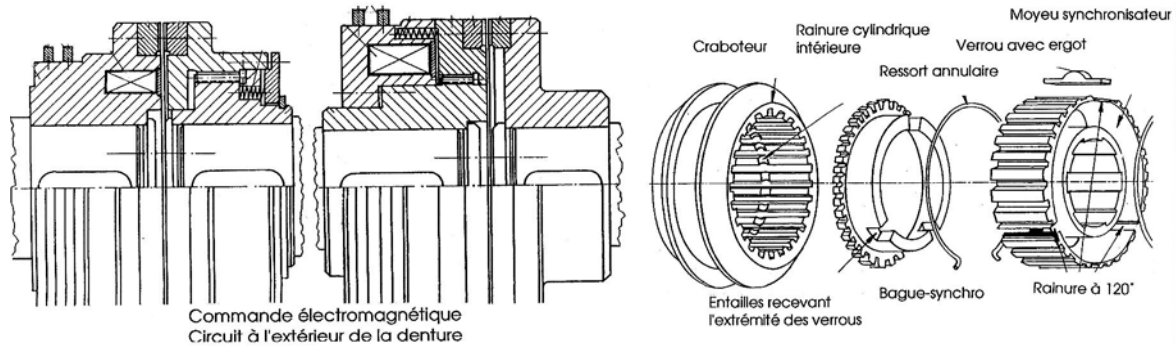


Figure 23.24 Couples électromagnétiques à denture frontale (fabrication Stomag)
Vue éclatée d'un synchroniseur à cônes, conception Spicer

23.4.1.3 COUPLEURS DE BOÎTE DE VITESSES SYNCHRONISÉES

Les systèmes de synchronisation montés dans les boîtes de vitesses à commande manuelle des véhicules routiers sont en principe des coupleurs pour roues dentées équipés d'un embrayage et de verrous de sécurité. La tâche du conducteur est fortement simplifiée par ce dispositif ingénieux. Les opérations à effectuer par ce mécanisme sont d'amener la roue dentée libre à la vitesse angulaire de l'arbre moteur et de coupler cette roue à l'arbre quelle que soit la position des pièces composantes. Le coupleur pour roues dentées selon figure 23.23 ne peut satisfaire cette exigence. La variante "Spicer" représentée sur la figure ci-dessus se compose d'un moyeu synchronisateur fixé sur l'arbre moteur, d'un ressort circulaire de chaque côté du craboteur mobile commandé par la fourchette de changement de vitesses, d'une bague-synchro avec cône femelle pour chacune des roues et de trois verrous avec ergot. Les verrous maintiennent le craboteur centré au point mort. Au moment du changement de vitesse, le craboteur est poussé par la fourche vers le pignon. L'ensemble se déplace par rapport au moyeu et la bague-synchro vient en contact avec le cône mâle du pignon. L'égalisation des vitesses est assurée par l'embrayage sur le cône du pignon. Lorsque l'égalisation des vitesses est presque atteinte, le verrou bascule et dégage le craboteur qui coiffe d'abord la denture de la bague-synchro, puis celle taillée sur le pignon. L'emboîtement est ainsi satisfait.

23.4.2 COUPLEURS À FROTTEMENT

Les coupleurs à frottement introduisent les possibilités de blocage existant entre deux surfaces soumises au frottement d'adhérence. Le déplacement relatif des surfaces en contact reste impossible tant que les réactions d'appui se situent à l'intérieur du cône de frottement d'adhérence d'angle au sommet ρ_0 .

23.4.2.1 DESCRIPTION DE ROUES LIBRES

Les coupleurs à roues libres transmettent le couple de torsion dans un seul sens de rotation entre deux arbres coaxiaux grâce au frottement entre des galets et des surfaces cylindriques ou planes. La transmission du couple dans le sens inverse est rendue impossible par l'élimination du frottement d'adhérence. Ces coupleurs peuvent servir également de sécurité, empêchant un arbre de tourner dans un sens déterminé. La valeur limite du couple transmissible dépend es-

sentiellement de la pression superficielle admissible. Les relations de Hertz servent de base de contrôle. Ces coupleurs ne peuvent jamais servir de palier d'arbre. La classification décrite ici des roues libres tient compte essentiellement de la forme des galets et des supports.

1. *Roue libre à galets cylindriques et étoile intérieure*

La roue libre à galets cylindriques et étoile intérieure est l'élément le plus simple à fabriquer. Elle se compose d'une pièce intérieure profilée, appelée étoile intérieure, avec plusieurs rampes planes, éventuellement convexes afin de maintenir l'angle de serrage constant. Cette dernière solution est difficilement exécutable et diminue de ce fait la capacité portante de la roue libre. Les rouleaux sont placés entre l'étoile et la bague extérieure cylindrique et sont pressés légèrement contre la surface intérieure de la bague par des poussoirs à ressort.

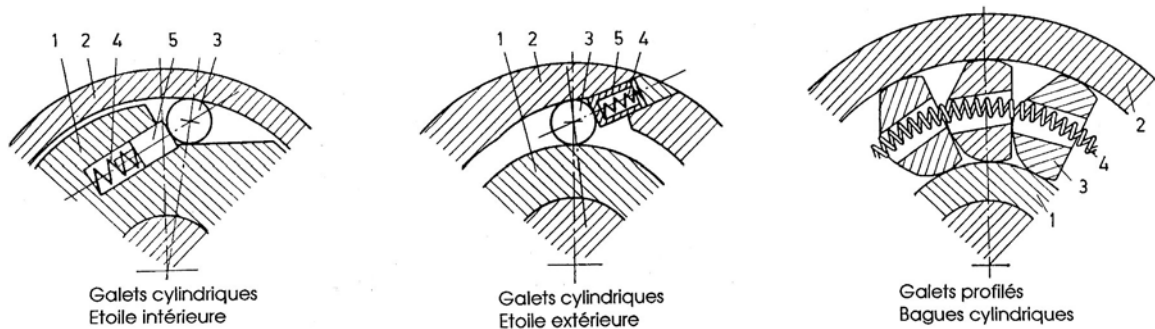


Figure 23.25 Roues libres à galets cylindriques à étoiles intérieure et extérieure, galets de forme

2. *Roue libre à galets cylindriques et étoile extérieure*

La roue libre à galets cylindriques et étoile extérieure est plus difficile à fabriquer car les appuis plans ou concaves doivent se concevoir à l'intérieur de la bague extérieure. Les galets sont pressés contre la bague cylindrique intérieure par des ressorts. L'angle de coincement est imposé par la direction des rampes et la ligne de contact sur la bague cylindrique intérieure.

3. *Roue libre à galets de forme placés entre des surfaces cylindriques*

Il existe plusieurs versions de la roue libre équipée de galets de forme placés entre deux bagues cylindriques appartenant au moyeu et au manchon extérieur. Les galets de blocage sont placés entre les deux chemins de roulement concentriques. La forme de ces galets est telle que les deux forces directement opposées, provenant du contact entre les galets et les bagues, soient situées à l'intérieur des cônes de frottement. Pour obtenir l'autoverrouillage, la tangente de l'angle de coincement doit être inférieure au coefficient de frottement d'adhérence.

23.4.2.2 ROUES LIBRES À GALETS CYLINDRIQUES

Dans les roues libres à galets cylindriques, chaque rouleau est soumis à l'action de deux forces directement opposées et inclinées par rapport aux deux normales. Ces deux forces F_B doivent se situer à l'intérieur du cône de frottement de glissement d'angle au sommet ρ_0 , si les galets ont tendance à glisser. Soit F_R la force de frottement, F_n la composante normale et F_B la résultante, les forces appliquées sur la surface de contact.

1. *Proportions à adopter*

En conception courante, les proportions à adopter dans une première étude sont les suivantes :

- diamètre intérieur de la bague extérieure : $d_{2e} \approx 2$ à $2,5$ fois le diamètre de l'arbre moteur,
- diamètre des galets : $d_r \approx 0,1 d_{2e}$,
- longueur des galets : $l_r \leq 4 d_r$,

- nombre de galets : 3 à 12 selon le couple à transmettre et la place libre,
- angle de coincement : $\alpha \leq 3,5^\circ$ ou $\tan \alpha \leq 0,06$ (surfaces lubrifiées),
- arbre de transmission : $\tau_{adm} \approx 25 \text{ N/mm}^2$.

Il faut utiliser le nombre minimal de rouleaux afin d'éviter des frais inutiles de fabrication. Dans le cas de la roue libre à étoile intérieure, la position du galet sur la rampe et dans la bague extérieure doit permettre d'atteindre l'angle de coincement. La figure 23.26 permet de trouver cet angle car l'angle au centre, compris entre le rayon normal à la rampe et le rayon passant par le centre du galet, vaut 2α , donc :

$$\cos 2\alpha = \frac{b + 0,5d_r}{0,5 \cdot (d_{2i} - d_r)} \Rightarrow \alpha = \dots \quad (23.12.1)$$

La distance b peut se trouver par : $b = 0,5 (d_{2i} - d_r) \cos 2\alpha - 0,5 d_r$.

Lorsque le blocage est libéré, le jeu j entre le rouleau et le diamètre intérieur de la bague extérieure doit éviter tout entraînement et tout coincement du galet. La position extrême du galet sera repérée par l'angle β défini par :

$$\cos \beta = \frac{0,5(d_{2i} - d_r) \cdot \cos 2\alpha}{0,5(d_{2i} - d_r) - j} \quad (23.12.2)$$

Toutes les dimensions géométriques sont affectées de tolérances dimensionnelles.

2. Transmission du couple dans la roue libre à étoile intérieure

La transmission du couple est assurée par la somme des forces de frottement sur la surface cylindrique intérieure de la bague extérieure de la roue libre à étoile intérieure. Les dimensions intervenant dans la définition des forces et couples sont :

- d_r diamètre des galets cylindriques,
- l_r longueur de contact entre galets et pièces voisines,
- z nombre de galets,
- d_{2i} diamètre intérieur de la bague extérieure,
- b distance de la rampe à l'axe de l'étoile,
- j jeu radial.

Le couple transmissible par la bague extérieure se trouve par :

$$M = 0,5 z d_{2i} F_{R'} = 0,5 z d_{2i} F_n \tan \alpha. \quad (23.12.3)$$

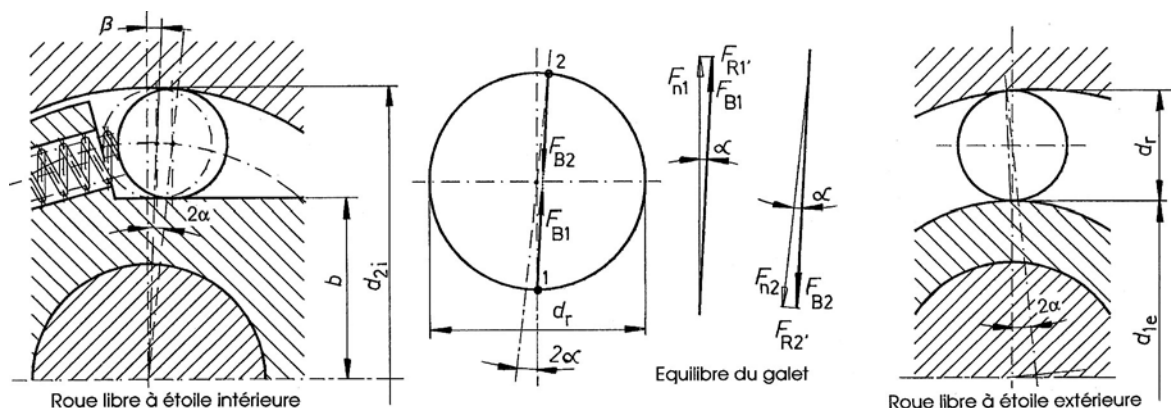


Figure 23.26 Condition de transmission du couple dans une roue libre à étoile intérieure ou extérieure

Dans cette expression, l'angle α est l'angle compris entre la force totale F_B et la normale à la surface de direction radiale. Cet angle doit remplir la condition minimale :

$$\alpha < \rho_0, \quad (23.12.4)$$

afin d'assurer le coincement du mécanisme.

3. Transmission du couple dans la roue libre à étoile extérieure

L'équilibre du galet cylindrique fait apparaître également deux forces directement opposées, inclinées par rapport à la normale de l'angle α . Les conditions d'équilibre sont semblables à celles de la roue libre à étoile intérieure. Le couple transmissible se trouve par l'expression :

$$M = 0,5 z d_{1e} F_{R'} = 0,5 z d_{1e} F_n \tan\alpha. \quad (23.12.5)$$

L'angle α est l'angle compris entre la composante normale F_n et la force totale F_B .

4. Pression superficielle

La pression superficielle dépend de l'effort normal et des dimensions géométriques des galets et des appuis. Elle est maximale sur la ligne de contact à rayon réduit minimal et se trouve par la relation développée par Hertz.

$$p_{\max} = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E_r}{r_r l_r}}, \quad (23.30.1)$$

avec : F_n composante normale de la force totale sur le galet,

E_r module d'élasticité résultant,

r_r rayon réduit : $r_r = (r_1 r_2)/(r_1 + r_2)$,

l_r longueur de contact entre le galet et son appui.

Les galets et les bagues sont en acier durcis superficiellement, le module d'élasticité de toutes les pièces en acier étant identique. La pression hertzienne admissible vaut :

Surfaces durcies et rectifiées, charges normales : $p_{\text{adm}} \leq 1\,700 \text{ N/mm}^2$,

Surfaces durcies et rectifiées, charges progressives : $p_{\text{adm}} \leq 2\,400 \text{ N/mm}^2$.

Les extrémités des galets doivent subir une correction de profil afin d'éviter des pressions locales excessives. La durée de vie d'une roue libre dépend de l'allure de la charge en fonction du temps, du nombre de charges et des conditions de service, voir graphique de la figure. 23.27.

5. Ressorts d'appui

Les ressorts d'appui sur les rouleaux devront fournir un effort axial représentant approximativement 30 fois le poids du galet. Prévoir si possible deux appuis parallèles par galet. Le guidage des poussoirs, dans la position extrême, sera au moins 1,5 fois le diamètre. Lorsque le mécanisme est en rotation, il faut contrôler tous les efforts appliqués sur le galet. Si la bague extérieure tourne, le galet est soumis à l'action du ressort et des forces d'appui intérieure et extérieure. Si par contre c'est l'étoile intérieure qui tourne alors que la bague extérieure est mobile ou fixe, la force centrifuge s'ajoute aux efforts cités. La condition d'équilibre de rotation du galet est donnée par l'inégalité :

$$\mu_e (F_2 + F_C) < \mu_r F_r + \mu_1 F_1,$$

la force centrifuge se trouvant par l'expression usuelle :

$$F_C = m_r \omega^2 (d_{2i} - d_1)/2.$$

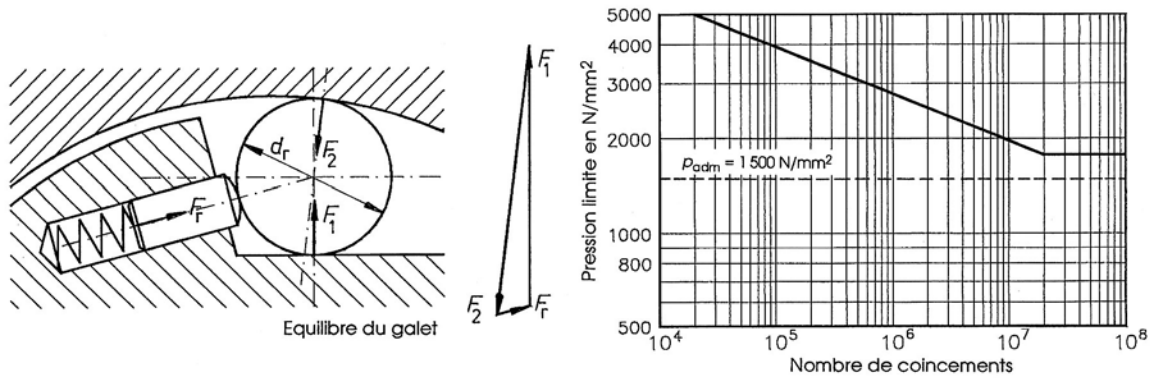


Figure 23.27 Equilibre du galet sous l'effet du ressort d'appui Pression hertzienne limite

6. Contraintes et déformations de la bague extérieure

La bague extérieure est soumise à l'action des efforts normaux et des forces de frottement, cette dernière composante étant négligeable vis à vis de la composante normale. La bague extérieure est soumise à la traction, la flexion et au cisaillement. Isolons un tronçon de bague limité par deux sections radiales situées à mi distance des lignes d'action des efforts normaux. Le demi angle d'ouverture de ce tronçon vaut : $\varphi_1 = \pi/z$. La section résistante possède une épaisseur s_2 et une largeur b_2 égale à la longueur de la bague. La valeur du moment fléchissant dans les deux sections terminales peut se trouver par intégration de l'énergie élastique. Sans démonstration, ce moment vaut :

$$M_{f1} = \frac{F_n r_{2m}}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sin \varphi_1} - \frac{1}{\varphi_1} \right) \tag{23.13.1}$$

Dans la section où $\varphi = 0$, les contraintes simples se trouvent par les expression suivantes :

- contrainte de traction sur la force F_n : $\sigma_n = \frac{F_n}{2 \tan \varphi_1 \cdot b_2 s_2}$.

- contrainte de cisaillement simple : $\tau_{c \text{ moy}} = \frac{F_n}{2 b_2 s_2}$.

- contrainte de flexion : $\sigma_{fl} = \frac{3 F_r \cdot r_{2m}}{b_2 s_2^2} \cdot \left(\frac{1}{\tan \varphi_1} - \frac{1}{\varphi_1} \right)$ (23.13.2)

Dans la section située à l'extrémité du tronçon, soit pour $\varphi = \varphi_1 = \pi/z$, les contraintes valent :

- contrainte de traction : $\sigma_n = \frac{F_n}{2 \sin \varphi_1 \cdot b_2 s_2}$.

- contrainte de cisaillement : $\tau_{c \text{ moy}} = 0$.

- contrainte de flexion : $\sigma_{fl} = \frac{3 F_n r_{2m}}{b_2 s_2^2} \cdot \left(\frac{1}{\sin \varphi_1} - \frac{1}{\varphi_1} \right)$ (23.13.3)

Les efforts normaux des cylindres provoquent des déformations dans la bague extérieure, dans la bague intérieure et sur les deux surfaces des cylindres en contact avec les bagues. La déformation radiale sur la ligne d'action de l'effort normal peut se trouver en utilisant les intégrales de Mohr. Après intégration, la déformation se calcule par :

$$\Delta r_{2i} = \frac{F_n r^3}{2 E I_z} \cdot J_1 + \frac{F_n r}{2 E A} \cdot J_2, \tag{23.13.4}$$

avec : $I_z = b_2 \cdot s_2^3 / 12$ moment quadratique de la section,
 $A = b_2 \cdot s_2$ aire de la section,

J_1 et J_2 résultats partiels de l'intégration :

$$J_1 = 0,5 \cdot \left(\frac{1}{\tan \varphi_1} + \frac{\varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} \right) - \frac{1}{\varphi_1} \quad \text{et} \quad J_2 = 0,5 \cdot \left(\frac{1}{\tan \varphi_1} + \frac{\varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} \right).$$

La déformation des cylindres peut se trouver par la relation proposée dans la théorie de Hertz. Toutes ces déformations modifient l'angle de coincement et peuvent mettre en danger la fonction du mécanisme. Ces particularités doivent faire l'objet d'une étude détaillée des conditions de frottement.

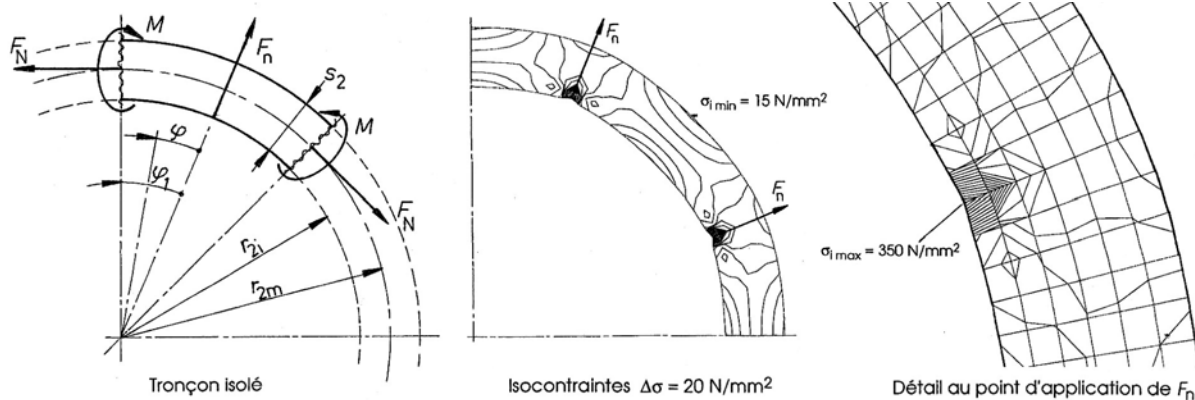


Figure 23.28 Efforts et déformations sur un tronçon élémentaire Isocontraintes idéales

23.4.2.3 EXEMPLE DE CONTRÔLE D'UN ANTIDÉRIVEUR À GALETS

Une roue libre présente 8 galets cylindriques montés dans une bague extérieure dont les dimensions sont : $r_{2i} = 28$ mm, $r_{2e} = 35$ mm, diamètre des 8 rouleaux cylindriques $d_r = 8$ mm, longueur portante 11 mm pour modèle RC-8x12 selon SKF.

La composante normale sur chaque rouleau vaut 400 N par mm de longueur de contact. Déterminer : le couple transmissible, les contraintes et la déformation radiale sur la bague extérieure, toutes les pièces étant en acier.

1. COUPLE TRANSMISSIBLE ET PRESSION SUPERFICIELLE

- force normale totale : $F_n = 400 \text{ N/mm} \cdot 11 \text{ mm} = 4\,400 \text{ N}$.
- force de frottement pour $\alpha = 3,5^\circ$: $F_{R'} = 4400 \text{ N} \cdot \tan 3,5^\circ \cdot 8 = 2153 \text{ N}$.
- couple transmissible : $M = 0,028 \text{ m} \cdot 2\,153 \text{ N} = 60 \text{ m}\cdot\text{N}$.
- rayon réduit : $r_{r1} = 4 \text{ mm}$ et $r_{r2} = 4,667 \text{ mm}$.
- pressions hertziennes : $p_{H\max1} = 0,418 \cdot (4400 \text{ N} \cdot 21000 \text{ N/mm}^2 / 4 \text{ mm} \cdot 11 \text{ mm})^{0,5} =$
 $p_{H\max1} = 1916 \text{ N/mm}^2$ et $p_{H\max2} = 1773 \text{ N/mm}^2$.
- durée de vie probable : 10 000 000 de coincements.

2. CONTRAINTES DANS LA BAGUE EXTÉRIEURE

En appliquant les relations précédentes, avec $\varphi_1 = 22,5^\circ = 0,3927$ rad, les résultats pour $r_{2m} = 31,5$ mm, $b_2 = 11$ mm, $s_2 = 7$ mm, sont donnés ci-après.

1. Contraintes sur la ligne d'action de la force :

Contraintes normales : $\sigma_n = 4400 \text{ N} / (2 \tan 22,5^\circ \cdot 11 \text{ mm} \cdot 7 \text{ mm}) = 69 \text{ N/mm}^2$.

Contrainte de cisaillement : $\tau_{c\text{ moy}} = 4400 \text{ N} / (2 \cdot 11 \text{ mm} \cdot 7 \text{ mm}) = 28,6 \text{ N/mm}^2$.

Contrainte de flexion : $\sigma_{fl} = 3 \cdot 4400 \text{ N} \cdot 31,5 \text{ mm} / (11 \text{ mm} \cdot 7^2 \text{ mm}^2) \cdot (1/\tan 22,5^\circ - 1/0,3927) =$
 $\sigma_{fl} = -102 \text{ N/mm}^2$.

2. Contraintes dans la coupe imaginaire située dans le plan de symétrie :

$$\text{Contraintes normales : } \sigma_n = 4400 \text{ N} / (2 \sin 22,5^\circ \cdot 11 \text{ mm} \cdot 7 \text{ mm}) = 74,7 \text{ N/mm}^2.$$

$$\text{Contrainte de flexion : } \sigma_{fl} = 3 \cdot 4400 \text{ N} \cdot 31,5 \text{ mm} / (11 \text{ mm} \cdot 7^2 \text{ mm}^2) \cdot (1/\sin 22,5^\circ - 1/0,3927) = \sigma_{fl} = 51,4 \text{ N/mm}^2.$$

3. DÉFORMATION RADIALE

$$\text{Intégrations partielles : } J_2 = 0,5 (1/\tan 22,5^\circ + 0,3927/\sin^2 22,5^\circ) = 2,54788.$$

$$J_1 = J_2 - 1/0,3927 = 0,001395.$$

$$\text{Caractéristiques : } A = 11 \text{ mm} \cdot 7 \text{ mm} = 77 \text{ mm}^2,$$

$$I_z = 11 \text{ mm} \cdot 7^3 \text{ mm}^3 / 12 = 314,4 \text{ mm}^4.$$

$$\text{Déformation sur la ligne de } F_n : \Delta r_{2i} = 4400 \text{ N} \cdot 31,5^3 \text{ mm}^3 \cdot 0,001395 / (2 \cdot 21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2 \cdot 314,4 \text{ mm}^4) + 4400 \text{ N} \cdot 31,5 \text{ mm} \cdot 2,54788 / (2 \cdot 21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2 \cdot 77 \text{ mm}^2) = 0,0124 \text{ mm}.$$

4. RÉSULTAT DE L'ANALYSE PAR LES ÉLÉMENTS FINIS

La modélisation de la bague extérieure est limitée au premier quadrant. Le nombre d'éléments est 216 et la charge est appliquée à $22,5^\circ$ et $67,5^\circ$. La figure 23.28 montre la répartition de la contrainte de comparaison dans un quart de la pièce et dans la zone d'application de la charge. La déformation trouvée sur la ligne d'action de la force vaut $0,0172 \text{ mm}$, cette déformation étant représentée d'un façon exagérée sur la figure. La différence entre les deux méthodes de calcul est importante. La méthode analytique ne tient pas compte de la déformation au point d'application de la force concentrée et recherche le déplacement au milieu de l'épaisseur de la bague. La contrainte idéale au milieu de l'épaisseur dans le plan de symétrie vaut 70 N/mm^2 , ce qui correspond à la valeur calculée. Les isocontraintes idéales sont représentées avec $\Delta\sigma = 20 \text{ N/mm}^2$.

23.4.2.4 ROUES LIBRES À GALETS DE FORME

Les roues libres à galets de forme possèdent une bague intérieure et une bague extérieure cylindriques, des corps intermédiaires de forme appropriée transmettant par frottement le couple de torsion d'une bague à l'autre dans un seul sens de rotation. Les points principaux cités précédemment restent applicables pour ce type de mécanisme. La figure 23.29 montre diverses variantes de ces éléments. Les éléments de blocage sont très rapprochés les uns des autres, même jointifs, et la transmission du couple est répartie régulièrement sur un grand nombre de galets. Le deuxième modèle provient de la maison Ringspann et existe en éléments jointifs et galets équipés d'un ressort individuel. La durée de vie des galets et des chemins des bagues a été augmentée en adoptant un profil corrigé afin de réduire l'usure en phase roue libre. Pour tous les galets, la surface d'usure modifie l'angle de coincement et l'antidériveur risquerait de ne plus remplir sa fonction si l'usure devenait trop importante.

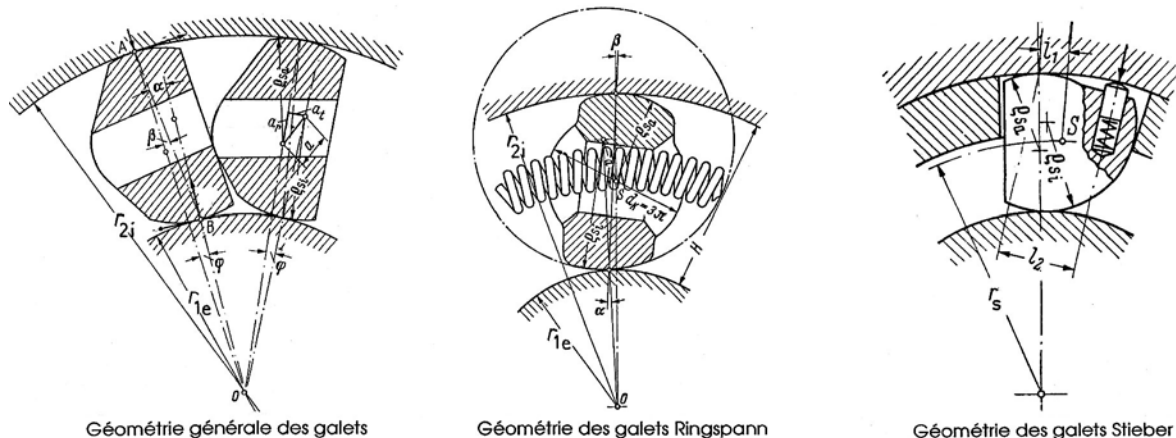


Figure 23.29 Coupleurs à galets de forme

La géométrie des corps doit être choisie de telle sorte que l'angle de contact soit toujours placé à l'intérieur du cône de frottement : $\tan\alpha < \mu$ ou au repos $\tan\alpha < \mu_0$. De plus, il est possible d'adapter les rayons de courbure afin d'obtenir à peu près les mêmes pressions hertziennes sur les deux bagues. La troisième variante utilise la force centrifuge pour libérer les corps du contact avec la bague intérieure. Lors de la marche en roue libre, la bague extérieure est en rotation et entraîne les galets à la même vitesse. La position du centre de masse des galets est choisie de telle sorte que les corps pivotent autour de leur ligne de contact. Il n'y a plus de contact entre les galets et la bague intérieure. La roue libre tourne sans usure. Pour les très grandes vitesses, la maison Ringspann offre des roues libres avec soulèvement hydrodynamique des galets par un courant d'huile.

23.4.2.5 COUPLEURS À RESSORTS OU À VIS

Les coupleurs à ressort utilisent le faible frottement pouvant exister entre un ressort hélicoïdal, de section carrée ou rectangulaire, ajusté sur un arbre ou dans un moyeu. Dans l'exécution représentée sur la figure, le ressort est fixé sur le moyeu court de droite et l'autre extrémité dans l'anneau en deux parties. Cette pièce est pressée contre l'alésage du moyeu de gauche par un petit ressort. Le couple de frottement qui en résulte agit sur l'extrémité du ressort. Le mouvement relatif des moyeux dans un sens provoque le gonflement du ressort qui vient s'appliquer contre la paroi du moyeu ainsi que l'entraînement souhaité. Le mouvement dans l'autre sens engendre une contraction du ressort et libère ainsi l'entraînement. La force tangentielle maximale produite par le ressort se trouve par :

$$F_{t\max} = F_{t0} \cdot e^{\mu \cdot \alpha_{\text{total}}},$$

F_{t0} étant la force tangentielle initiale, α_{total} l'angle d'enroulement total du ressort dans le moyeu ou sur l'arbre selon l'exécution et μ le coefficient de frottement.

Une autre conception de coupleur utilise un mécanisme à vis allié à un embrayage à cône ou à disque. La figure montre le principe de cet élément.

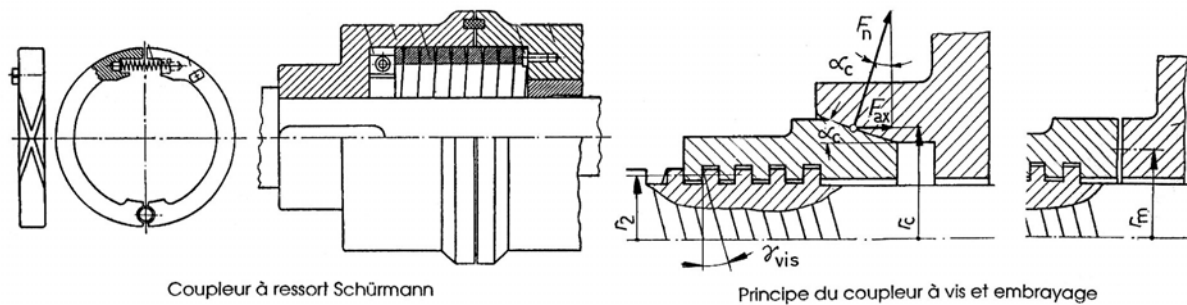


Figure 6.30 Principe du coupleur à ressort Coupleur à vis avec embrayage à cône ou à disque

Le couple sur la vis est relié à la composante axiale par la relation usuelle de ces mécanismes , soit :

$$M_t = F_{ax} r_2 \tan(\gamma_{\text{vis}} + \rho_{\text{vis}}),$$

et le couple transmis :

$$M_t = r_c \cdot \mu F_n.$$

Les angles du filet et du cône sont choisis assez grands afin d'éviter tout coincement, le mécanisme devant rester réversible.

23.5 LES FREINS

Un frein est un mécanisme destiné à ralentir ou même arrêter le mouvement d'un corps ou d'un ensemble de corps en translation et/ou en rotation en absorbant une partie de son énergie cinétique. Les freins peuvent se subdiviser en :

- freins de retenue : frein permettant d'éviter tout mouvement d'un arbre ou d'un corps en position de repos;
- freins d'arrêt : frein permettant d'atteindre la position de repos sous l'effet de son action, même en présence de panne de courant ou sous l'effet d'une commande d'arrêt d'urgence;
- freins de réglage : frein permettant de maintenir une certaine vitesse de rotation d'un arbre ou de translation d'un corps;
- freins de puissance utilisés sur les bancs d'essai permettant de charger une machine et d'en mesurer ses caractéristiques mécaniques.

23.5.1 CLASSIFICATION DES FREINS MÉCANIQUES

Dans ce chapitre, la classification des freins s'effectue en fonction de la configuration mécanique des composants : freins à tambour, à disque ou à ruban. Le couple de freinage dépend essentiellement du coefficient de frottement entre les parties glissantes.

23.5.1.1 CLASSIFICATION SELON LES COMPOSANTS MÉCANIQUE

Le catalogue des freins usuels est représenté sur la figure 23.31 et les principales caractéristiques de comparaison sont données dans le texte du tableau. Les valeurs numériques et propriétés proposées servent simplement de repère pour toute comparaison.

23.5.1.2 FREINS À TAMBOUR AVEC MÂCHOIRES INTÉRIEURES

Ces freins sont utilisés en construction automobile sur les essieux arrières de la plupart des voitures et sur les essieux avant. Un bon frein doit être capable d'atteindre des distances de freinage les plus courtes possibles, obtenues par un temps de réponse minimal et par une bonne répartition de la force de freinage suivant la répartition de la charge dynamique sur les roues. Les freins à tambour et mâchoires intérieures, appelées aussi segments, existent en plusieurs versions. Les segments sont dits comprimés lorsque l'effet du frottement augmente le couple de basculement sur la mâchoire, donc le couple de freinage, tirés lorsque l'effet du frottement diminue ce couple.

Les freins Simplex et Servo peuvent se monter sur les essieux avant ou arrière. Les freins Duplex par contre ne se montent que sur l'essieu avant et seulement exceptionnellement sur l'essieu arrière. Le coefficient d'efficacité du frein est le rapport entre l'effort tangentiel sur le tambour et la poussée produite par le cylindre de roue. Il dépend du type de frein et du coefficient de frottement de la garniture. Pour un coefficient de frottement $\mu = 0,4$, il vaut 5,5 pour le frein Servo, 3,3 pour le frein Duplex et 2 pour le frein Simplex, ainsi que 0,8 pour le frein à disque.

Organes de transmission indirecte

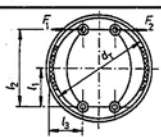
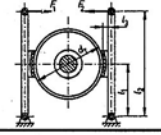
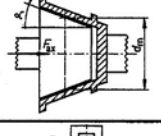
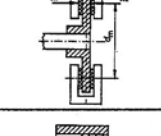
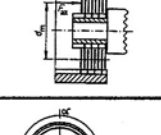
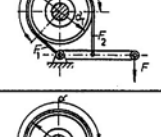
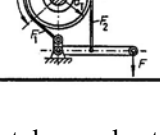
CLASSE	PARTIE PRINCIPALE		DOMAINE D'UTILISATION		APPENDICE
Principe de base	Exemples		Forces et couple de freinage		Performances
Production et frottement	Versions industrielles		Forces appliquées		
Numéro	Dimensions générales				Avantages et / ou défauts
TAMBOUR CYLINDRIQUE	1	Cylindrique intérieure		$F_R = F_1 \cdot b / (l_1 + l_2)$ $M_R = d \cdot (F_{R1} + F_{R2}) / 2$	
TAMBOUR CYLINDRIQUE	2	Cylindrique extérieure		$F_R = F_1 \cdot b / (l_1 + l_2)$ $M_R = d \cdot (F_{R1} + F_{R2}) / 2$	Force et couple de freinage Forces et course à produire Contact pression N/cm ² Puissance spécifique en W/mm ²
TAMBOUR CONIQUE	3	Conique Intér/extérieure		$F_R = \mu \cdot F_{Cox} / \sin \alpha$ $M_R = d \cdot n \cdot F_R / 2$	Force et couple de freinage Forces et course à produire Contact pression N/cm ² Puissance spécifique en W/mm ²
DISQUE PLAN	4	Monodisque $i = 1$		$F_{R1} = \mu \cdot F_{Cox}$ $M_R = d \cdot n \cdot (F_{R1} + F_{R2}) / 2$	Force et couple de freinage Forces et course à produire Contact pression N/cm ² Puissance spécifique en W/mm ²
DISQUES PLANS	5	Multidisque $i > 1$		$\Sigma F_R = \mu \cdot n \cdot F_{Cox}$ $M_R = (d \cdot n / 2) \cdot \Sigma F_R$	Force et couple de freinage Forces et course à produire Contact pression N/cm ² Puissance spécifique en W/mm ²
RUBAN, LEVIER ET POULIE	6	Le ruban épouse la poulie sur α		$F_R = F_2 \cdot (e^{\mu \cdot \alpha} - 1)$ $M_R = (d \cdot l / 2) \cdot F_R$	Force et couple de freinage Forces et course à produire Contact pression N/cm ² Puissance spécifique en W/mm ²
RUBAN, LEVIER ET POULIE	7	Le ruban épouse la poulie sur α		$F_R = F_2 \cdot (e^{\mu \cdot \alpha} - 1)$ $M_R = (d \cdot l / 2) \cdot F_R$	Force et couple de freinage Forces et course à produire Contact pression N/cm ² Puissance spécifique en W/mm ²

Figure 23.31 Catalogue des types de freins et propriétés générales

1. Frein à tambour Simplex

Dans le frein Simplex, la mâchoire primaire (segment dit comprimé) est pressée contre le tambour dans le sens de rotation de celui-ci. La mâchoire de frein secondaire (segment dit tendu) est pressée contre le tambour dans le sens de rotation contraire de celui-ci. L'effet de freinage est presque identique dans les deux sens de rotation. Le frein Simplex est commandé par un cylindre de roue à double effet. L'appui des mâchoires s'effectue soit sur un point fixe, soit sur deux points. Le réglage de la position des garnitures antifrottement a lieu soit sur le cylindre de roue, soit par excentrique.

2. Frein à tambour Duplex et Duo-Duplex

Dans le frein Duplex, les deux mâchoires de frein sont pressées contre le tambour dans le sens de rotation. Ils agissent tous les deux comme des segments comprimés. En marche arrière, l'effet du freinage diminue car les segments agissent comme deux segments tendus. Pour obtenir le même effet de freinage en marche avant ou en marche arrière, on utilise le frein Duo-Duplex. Dans ce frein, les deux segments de frein sont comprimés dans les deux sens de marche.

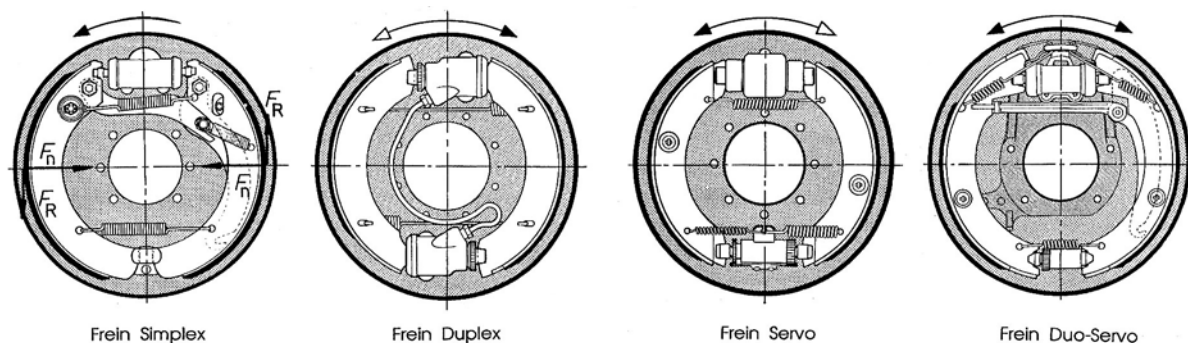


Figure 23.32 Freins à tambour à mâchoires intérieures (freins pour véhicules, fabrication ATE)

3. Frein à tambour Servo et Duo-Servo

Dans le frein Servo, deux mâchoires de frein sont pressées contre le tambour dans le sens de rotation. Le segment primaire est commandé par le cylindre de roue tandis que l'autre segment secondaire est pressé contre le tambour par la force d'appui du segment primaire et par le cylindre de la roue. En marche arrière, le frein Servo fonctionne en frein Simplex et la force de freinage est diminuée. Si l'on désire le même effet de freinage dans les deux sens de marche, il faut utiliser un frein Duo-Servo.

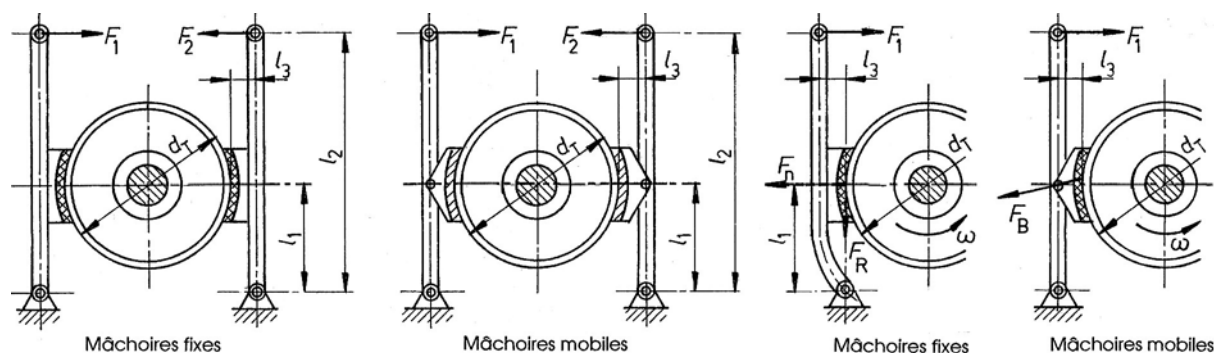


Figure 23.33 Principes de conception des freins à tambour avec mâchoires extérieures

23.5.1.3 FREINS À TAMBOUR AVEC MÂCHOIRES EXTÉRIEURES

Ces freins sont surtout utilisés dans les engins de levage et servent à ralentir la charge ou à maintenir immobile le crochet de levage. Les efforts F_1 et F_2 à l'extrémité des leviers sont produits par une tringlerie et un contrepoids équipé d'un système de levage, figure 23.33.

La position des points d'action des forces sur les leviers et la liaison entre les leviers et les mâchoires influencent le couple de freinage. Généralement, pour deux forces identiques sur les leviers, la force de frottement sur le tambour n'est pas égale de chaque côté. Pour éviter une réaction radiale sur le tambour, il faut rendre égales les deux forces totales F_{B1} et F_{B2} . Cette condition est atteinte en articulant les mâchoires sur les leviers ou en plaçant le point d'articulation du levier dans l'axe de la force de frottement. La mise en équilibre de chaque pièce du frein permettra d'atteindre une solution optimale. Les normes DIN 15435 à DIN 15437 donnent les cotes de raccordement, les dimensions des mâchoires et des garnitures, les spécifications techniques pour les matériaux pour cette famille de freins.

23.5.1.4 FREINS MONODISQUES

Ces freins se composent essentiellement d'un disque fixé sur l'arbre et d'une ou de plusieurs pinces montées dans un étrier et équipées de cylindres de poussée et de plaquettes de

friction. Le déplacement des plaquettes vers la surface du disque s'effectue par une commande hydraulique, exceptionnellement par une commande pneumatique.

1. Freins à disque pour véhicule

L'installation de freins à disque est aujourd'hui courante dans la construction automobile. Les avantages du frein à disque, du point de vue sécurité d'un véhicule dans la circulation, ont conquis presque l'ensemble du marché automobile. Il existe de nombreuses versions, adaptées à la particularité des véhicules. Les étriers peuvent être fixes, à cadre flottant, à griffe, basculant, équipé de 2 ou 4 cylindres et complétés par un mécanisme permettant d'assurer la fonction du frein à main. La figure 23.34 montre quelques versions produites par ATE.

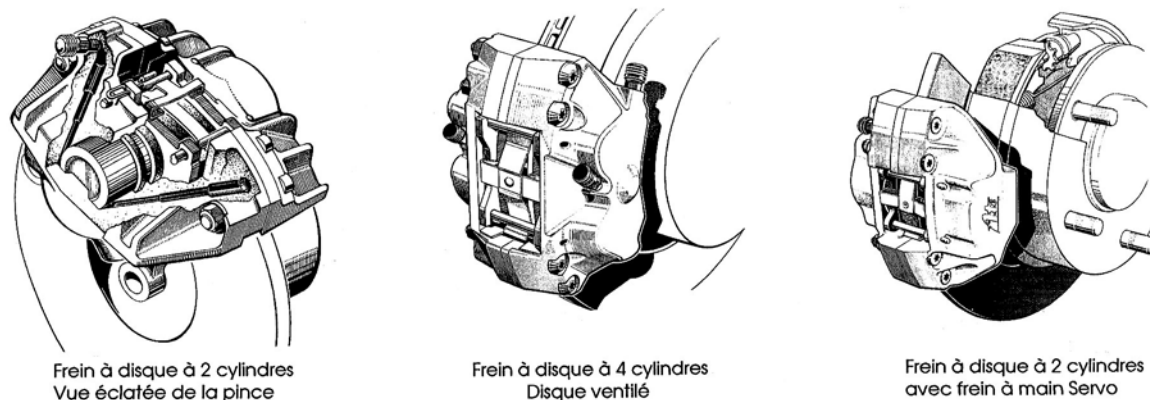


Figure 23.34 Freins à disque pour véhicule (selon le Manuel des freins ATE)

2. Freins à disque industriels

Les dimensions géométriques et les cotes de raccordement principales des freins à disque industriels font l'objet de proposition de normalisation selon DIN.

Les diamètres nominal et intérieur maximal des disque prévus par la norme DIN 15432 sont :

315 /175	355/200	400 /220	450/250	500 /280	560/310	630 /350	710/390
800 /440	900/500	1000 /560	mm/mm .				

L'épaisseur proposée est 30 mm dans la série 1. Il est recommandé d'adopter un diamètre nominal correspondant à la série R10, en gras dans la liste. Les cotes principales de raccordement sont données dans la norme DIN 15433.

23.5.1.5 FREINS À RUBAN

Ces freins sont utilisés sur les tambours à câble des engins de levage et dans les boîtes automatiques pour véhicules routiers. L'efficacité du frein dépend du coefficient de frottement, de la position des attaches du ruban sur le levier et surtout de l'angle d'enroulement du ruban sur la poulie. La figure 23.35 montre quelques exemples d'attaches. La force de freinage sur le tambour est la différence des tensions dans le ruban. La relation générale trouvée précédemment s'applique à cette conception et la force tangentielle ou force de frottement vaut :

$$F_t = F_{n2} - F_{n1} = F_{n1} (e^{\mu\alpha} - 1) = F_{n2} (1 - e^{-\mu\alpha}),$$

et l'efficacité du frottement : $\text{Efficacité}_{\text{ruban}} = 1 - e^{-\mu\alpha}$.

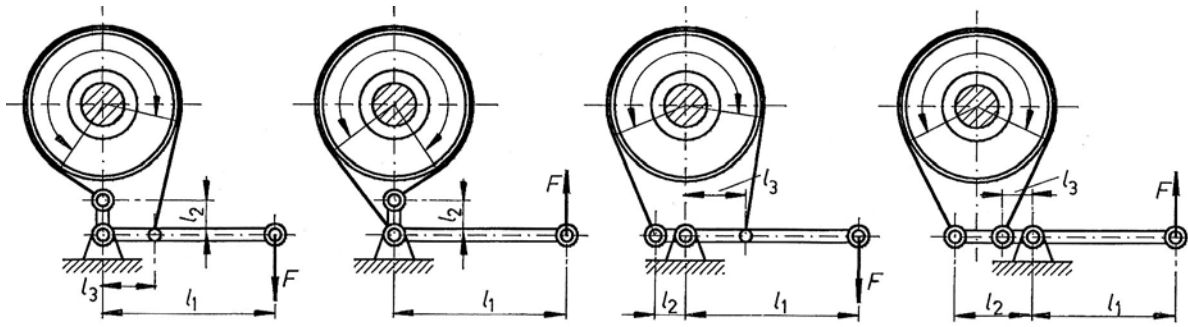


Figure 23.35 Disposition de principe des brins mous et tendus dans les freins à ruban

23.5.1.6 GARNITURES ANTIFRICTION ET PIÈCES D'USURE

Les garnitures antifriction doivent supporter l'usure et l'échauffement engendrés par l'énergie perdue pendant la phase de freinage. Afin de satisfaire les exigences de protection de l'environnement, l'amiante est actuellement remplacé par des garnitures organiques qui résistent malheureusement moins bien en service. Les propriétés suivantes sont exigées des garnitures :

- fort coefficient de frottement, si possible constant et indépendant de la vitesse de glissement,
- grande résistance mécanique et comportement thermique favorable,
- très bonne résistance à l'usure et peu sensible au broutage,
- bonne conduction thermique vers les pièces métalliques.

Le coefficient de frottement μ est plus élevé dans le contact de surfaces sèches ce qui limite l'effort de commande et la pression de contact. De plus, ce coefficient varie peu avec la vitesse de glissement, la pression moyenne et la température. Les risques de broutage et de vibrations sont en général plus faible au début du glissement car le coefficient de frottement d'adhérence est peu différent du coefficient de glissement. Pour diminuer l'usure et évacuer l'énergie perdue, les surfaces peuvent être lubrifiées, en particulier dans le contact acier sur acier. Les valeurs du coefficient de frottement données dans le tableau 23.1 sont aussi applicables aux freins. Le coefficient μ dépend des matériaux de la garniture et de la contre-pièce, de la forme de la surface, du glissement, de la pression, de la lubrification et de la température. La valeur exacte ne peut se trouver qu'expérimentalement. Le broutage génère des vibrations néfastes dans le mécanisme et provoque des variations de couple très souvent supérieures au couple de calcul.

23.5.1.7 DISPOSITIFS DE COMMANDE ET COMPENSATION DE L'USURE

Le mécanisme de commande du frein doit permettre de déplacer la garniture vers la surface de la contre-pièce, de libérer les surfaces de glissement en contact et de compenser l'usure inévitable des pièces. La conception proprement dite dépend du mode de commande : manuel, magnétique, pneumatique, hydraulique et de l'application de l'effort de commande : par ressort, contrepoids, force centrifuge, etc.

1. Application de la commande

Le point d'application de la commande des freins se situe sur la partie fixe du mécanisme. La conception dépend du mode d'application de l'effort de freinage, soit directement sur les parties en glissement, soit par l'intermédiaire d'une tringlerie. La transmission mécanique des forces est simple et sûre, mais présente des jeux dans les articulations. Il faut donc prévoir une compensation supplémentaire de ce jeu pendant le mouvement d'enclenchement et de déclenchement du frein.

2. Efforts et course de commande

Les efforts à produire et la course de l'organe de commande devront se situer dans la fourchette suivante :

- commande manuelle : Force $F < 60$ N dans les voitures, $F < 150$ N engin de levage, course = 100 à 200 mm.
 - commande par pédale : Force $F < 150$ N dans les voitures, $F < 250$ N dans les camions, course = 80 à 200 mm.
- Produit : Force · course inférieur à 90 N·m.

3. Compensation de l'usure

Des systèmes à vis, à excentriques ou à cames, placés très près des surfaces frottantes, permettent de compenser l'usure des garnitures et de conserver la position favorable des pièces glissantes.

23.5.2 CALCUL TYPIQUE DES FREINS À TAMBOUR ET À DISQUE

Le calcul et le contrôle typiques des freins à tambour et à disque montrent les divers pas à franchir dans l'étude et la réalisation des divers modèles de freins. Le coefficient de frottement entre les surfaces glissantes peut varier de μ_{\min} et μ_{\max} selon les essais effectués.

23.5.2.1 CALCUL DES FREINS DE RETENUE

Si le frein est actif seulement au repos, le couple de freinage doit être plus grand que le couple de charge y compris tous les effets dynamiques, par exemple les efforts engendrés par les vibrations, ceci à coefficient de frottement minimal. De plus, il faut vouer un soin particulier à toutes les pièces placées entre le point d'application de la charge et le frein. Le coefficient de frottement minimal μ_{\min} peut se trouver par des essais. La condition à remplir par ce type de frein est :

$$M_{\text{fr nécessaire}} < M_{\text{fr présent}} \quad (23.14)$$

avec : $M_{\text{fr présent}} \geq 2 M_{\text{fr nécessaire}}$ en l'absence d'autres prescriptions particulières.

23.5.2.2 ÉNERGIE CINÉTIQUE

L'énergie cinétique des pièces en rotation et en translation intervenant dans le freinage peut se trouver par les relations fondamentales de la mécanique. Au moment du freinage, la vitesse angulaire des pièces en rotation sur l'arbre freiné est désignée par ω , la vitesse linéaire des pièces en translation par v . L'énergie cinétique totale se trouve par les sommes :

$$E_c = \sum \frac{1}{2} J_{\text{réd}} \omega_{\text{arbre}}^2 + \sum \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

$J_{\text{réd}}$ moment d'inertie des masses réduites sur l'arbre freiné,
 m masses des corps en translation à la vitesse v .

23.5.2.3 CALCUL DES FREINS D'ARRÊT

Dans le calcul des freins d'arrêt, il est possible d'introduire le coefficient de frottement moyen μ_m lorsque la valeur minimale n'est pas plus faible que les 80% de la valeur moyenne. Les conditions d'essai et d'utilisation doivent rester bien entendu identiques. Les relations proposées ci-après s'appliquent principalement aux freins utilisés dans la technique des transmissions et de manutention.

Le couple de freinage nécessaire pour les freins d'arrêt s'exprime par la relation générale :

$$M_{\text{fr nécessaire}} = M_L + M_R + M_T, \quad (23.15.1)$$

avec : M_L couple sous charge statique augmenté des résistances de frottement et du vent,
 M_R couple engendré par les masses en rotation sur l'arbre du frein,
 M_T couple engendré par les masses en translation rapporté sur l'arbre du frein.

1. Couple sous charge statique

Le couple maximal sous charge statique $M_{L \text{ max}}$, nécessaire au freinage d'une masse m sur un plan incliné d'angle β admis positif si ce plan descend, peut se trouver par la relation générale suivante :

$$M_{L \text{ max}} = \left[(mg + F_Q) \cdot \sin \beta + F_{\text{vent}} - F_F \right] \cdot \frac{d_R}{2} \cdot \frac{\eta}{i}, \quad (23.15.2)$$

compte tenu des hypothèses suivantes:

- l'angle β est supposé positif si la pente du plan incliné est dirigée vers le bas,
- la force du vent F_{vent} agit dans le dos ou sur l'arrière du mobile,
- la masse en mouvement rectiligne m ,
- la force de levage F_Q s'oppose au mouvement,
- la force de résistance au déplacement F_F s'oppose au mouvement,
- le diamètre des roues freinées est désigné par d_R ,
- le rendement mécanique de l'entraînement est symbolisé par η ,
- le rapport de transmission i est défini entre l'arbre du frein et celui de l'entraînement.

Dans les halles fermées, l'effet du vent est à négliger dans la recherche du couple de charge. Le couple de freinage transmis sur les roues doit rester inférieur au couple de glissement des roues sur leurs appuis. Les freins de mécanismes de levage se calculent par la relation :

$$M_L = \frac{d_T}{2} \cdot F_S \cdot \frac{\eta}{i}, \quad (23.15.3)$$

et à charge nominale du moteur de levage, le couple de charge se trouve par :

$$M_L = M_N \cdot \eta_{\text{tot}}^2,$$

$$\text{et} \quad P_{\text{nécessaire}} = P_N = F_S \cdot v_T / \eta_{\text{tot}} = M_N \cdot \omega, \quad (23.15.4)$$

avec : d_T diamètre du tambour,

F_S somme de toutes les tensions des câbles : $F_S = F_Q / (i_{\text{câbles}} \cdot \eta_{\text{câbles}})$,

M_N couple nominal du moteur,

v_T vitesse de translation,

ω vitesse angulaire de l'arbre.

Le calcul des autres mécanismes s'effectue également à partir de la charge au repos et des diverses résistances, par exemple le frottement et le vent, toutes ces grandeurs étant rapportées sur l'arbre du frein. Il faut introduire tous les couples statiques produisant finalement le couple maximal sur cet arbre.

2. Couple des masses en rotation

Le couple à produire pour accélérer ou freiner des masses en rotation se trouve par la relation fondamentale :

$$M_R = \sum J_{\text{red}} \frac{d\omega}{dt}. \quad (23.15.5)$$

Dans un premier calcul, il est possible d'admettre des mouvements uniformément variés et cette relation générale se simplifie fortement en :

$$M_R = \sum J_{\text{red}} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2),$$

avec : $\Sigma J_{red} = J_B + J_G + J_M$.

- et : J_B moment d'inertie du tambour ou du disque y compris l'accouplement,
 J_G moment d'inertie du réducteur rapporté à l'arbre freiné,
 J_M moment d'inertie du rotor du moteur,
 ε_1 accélération angulaire : $\varepsilon_1 = \omega_1/t_{fr}$ avec t_{fr} temps de freinage,
 ε_2 accélération angulaire : $\varepsilon_2 = \omega_2/t_{fr}$ et cas particulier $\varepsilon_2 = 0$ pour les freins d'arrêt.

3. Couple sur l'arbre du frein de masses en translation

Pour les freins d'arrêt montés sur des mobiles avec une seule masse en déplacement rectiligne, ce couple peut se trouver par :

$$M_T = (m + \frac{F_Q}{g}) \cdot a \cdot \frac{d_R}{2} \cdot \frac{\eta}{i}, \quad (23.15.6)$$

avec : a décélération dans le freinage avec $a = (v_1 - v_2)/t_{fr}$.

Cette relation s'applique aussi aux engins de levage si la charge est remplacée par la somme de toutes les tensions des câbles F_S et le diamètre des roues par le diamètre du tambour d_T . En mouvement de descente, le couple se recherche par :

$$M_T = \frac{F_S}{g} \cdot \frac{v_{T1} - v_{T2}}{t_{fr}} \cdot \frac{d_T}{2} \cdot \frac{\eta}{i}. \quad (23.15.7)$$

Dans un calcul simplifié, il suffit d'introduire un couple de décélération représentant 10% du couple de charge, soit : $M_T = 0,1 \cdot M_L$ et $M_L + M_T = 1,1 M_L$.

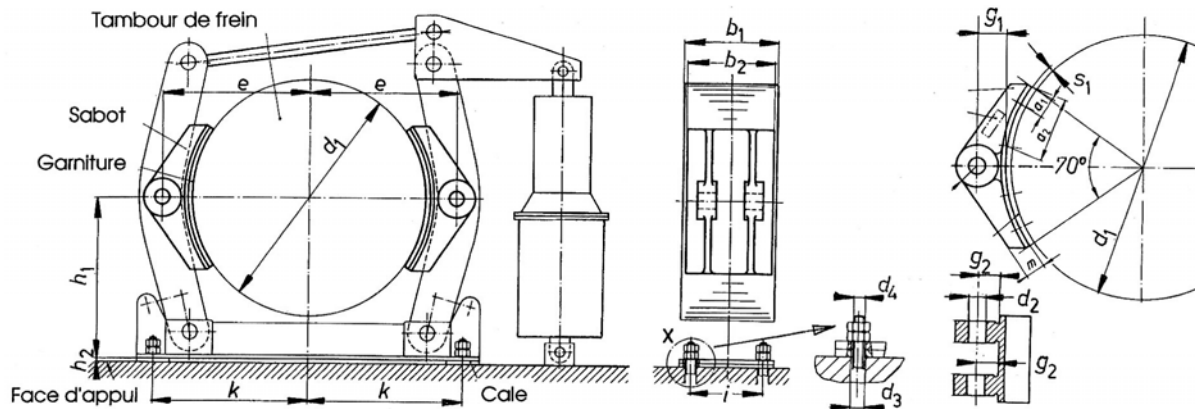


Figure 23.36 Forme et dimensions des freins à tambour selon DIN 15 435

23.5.2.4 DÉTERMINATION DU DIAMÈTRE DU TAMBOUR

Le moment de freinage produit par chaque garniture vaut :

$$M_{fr\ existant} = (d_1/2) \cdot \mu_m \cdot F_n$$

En transformant cette relation et en introduisant : $F_n = p \cdot A_1$ et $P_{fr} = F_R \cdot v_1 = \mu_m F_n v_1$, le couple de freinage admissible devient :

$$M_{fr\ adm} \leq (\mu_m \cdot v_1 \cdot p)_{adm} \cdot \frac{A_1}{\omega_1}, \quad (23.16.1)$$

Pour les freins à tambour selon DIN 15 435 pour lesquels l'aire de chaque garniture vaut approximativement $A_1 = 0,102 d_1^2$, ce couple se trouve par l'expression pratique :

23. Embrayages, coupleurs et freins

$$M_{fr\ adm} \leq (\mu_m \cdot v_1 \cdot p)_{adm} \cdot \frac{0,102 \cdot d_1^2}{\omega_1},$$

et le diamètre du tambour d_1 s'extrait facilement de cette relation.

Tableau 6.3

Tambours de frein de diamètre d_1 (DIN 15 434 Teil 1) Valeurs admissibles pour le produit $p \cdot v_1 \cdot \mu$ et couple de freinage admissible

Tambour		Garniture			Produit ($p \cdot v_1 \cdot \mu$) _{adm} (N/cm ² ·m/s)	Couple admissible $M_{fr\ adm}$ en m·N à la fréquence n en t/seconde			
d_1 mm	b_1 mm	b_2 mm	l_1 mm	s_1 mm		25	16,7	12,5	10
200	75	70	132	8	75	78	116		
250	95	90	162	8	80	130	195	260	
315	118	110	204	10	90	-	350	465	580
400	150	140	256	10	100	-	625	830	1040
500	190	180	320	12	110	-	-	1430	1790
630	236	225	400	12	125	-	-	2580	3230
710	265	255	452	15	135	-	-	-	4420

Les valeurs admissibles données dans ce tableau proviennent de résultats expérimentaux relevés dans la technique des engins de levage.

23.5.2.5 DÉTERMINATION DU DIAMÈTRE DU DISQUE

Le couple de freinage produit par k plaquettes, sollicitées par les mêmes forces normales F_n , vaut :

$$M_{fr\ existant} = k (d_1/2) \cdot \mu_m \cdot F_n,$$

et le couple de freinage admissible, avec A_1 l'aire de la surface d'une plaquette :

$$M_{fr\ adm} \leq k (d_1/2) \cdot A_1 \cdot (p \cdot \mu_m)_{adm}. \quad (23.16.2)$$

Ainsi, le diamètre du disque devra remplir la condition suivante :

$$d_1 \leq \frac{2M_{fr\ existant}}{A_1 \cdot k \cdot (p \cdot \mu_m)_{adm}}.$$

23.5.2.6 CONTRÔLE DU TEMPS ET DE LA DISTANCE DE FREINAGE

La distance totale x_{tot} parcourue pendant le freinage est la somme des courses provoquées pendant le temps de réaction t_0 et le temps de freinage t_{fr} , voir figure 23.37. En admettant une décélération constante a pendant l'intervalle de temps correspondant au temps de freinage t_{fr} , la distance totale vaut :

$$x_{tot} = x_0 + x_{fr} = v_{T1} \cdot t_0 + 0,5 v_{T1} \cdot t_{fr}. \quad (23.17.1)$$

En partant du couple de frottement existant et des divers couples composants, il est possible de tirer la valeur du temps de freinage : $M_{fr\ existant} - M_L = M_R + M_T$ d'où :

$$t_{fr} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{M_{fr\ existant} - M_L} \cdot \left[\sum J_{red} + \left(m + \frac{F_Q}{g} \right) \cdot \left(\frac{d_R}{2i} \right)^2 \cdot \eta \right]. \quad (23.17.2)$$

La course terminale, intervenant dans la position supérieure et dans le sens de levage, pour les engins de levage, se calcule par la relation (23.17.1). En supposant la vitesse finale nulle, donc $\omega_2 = 0$, et en remarquant le sens du déplacement, le temps de freinage se détermine par :

$$t_{fr} = \frac{\omega_1}{M_{fr\ existant} - M_L} \left[\sum J_{red} \mp \frac{F_S}{g} \cdot \left(\frac{d_T}{2i} \right)^2 \cdot \eta \right] \quad (23.17.3)$$

avec : signe - pour un mouvement de montée de la charge,
 signe + pour un mouvement de descente de la charge.

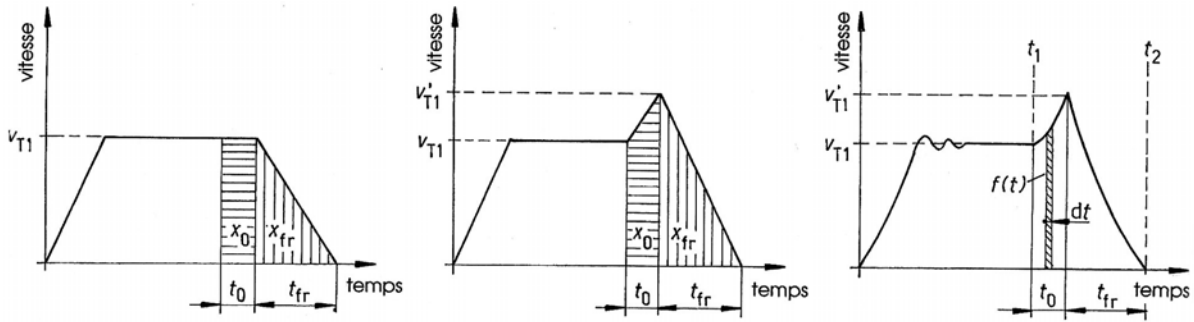


Figure 23.37 Valeur de la vitesse en fonction du temps pour diverses conditions de freinage

Lors du mouvement de descente de la charge, le moteur électrique accélère sous l'effet de la charge pendant le temps de réaction t_0 et se trouve en survitesse. La vitesse angulaire passe de ω_1 à ω_1' . Le déplacement total de la charge peut se trouver, à accélération constante, par :

$$x_{tot} = x_0 + x_{fr} = 0,5 v_{T1} \cdot (1 + \omega_1'/\omega_1) \cdot t_0 + 0,5 v_{T1} \cdot (\omega_1'/\omega_1) \cdot t_{fr}$$

Dans ce mouvement, $M_{fr\ existant} = 0$, $M_L = F_S (\eta/i) d_T/2$, $M_R = \sum J_{red} (\omega_1' - \omega_1)/t_0$ et $M_T = (F_S/g) (d_T/2 i)^2 [(\omega_1' - \omega_1)/t_0] \eta$ d'où : $M_L + M_R + M_T = 0$. En substituant ces diverses expressions dans la somme et en isolant la vitesse angulaire maximale ω_1' , cette dernière peut se trouver par :

$$\omega_1' = \omega_1 + \frac{t_0}{\frac{2i \cdot \sum J_{red}}{F_S \cdot d_T \cdot \eta} + \frac{1}{g} \cdot \frac{d_T}{2i}} \quad (23.17.4)$$

Dans le cas général de mouvements variés, la détermination de la distance de freinage doit se servir de l'expression générale :

$$x_{tot} = x_0 + x_{fr} = \int_{t_1}^{t_1+t_0} f(t) \cdot dt + \int_{t_1+t_0}^{t_2} f(t) \cdot dt, \quad (23.17.5)$$

la fonction $f(t)$ devant être continue dans chacun des domaines d'intégration.

23.5.2.7 DÉFINITION DE LA VALEUR D'USURE DES GARNITURES

Les conditions d'essai et les hypothèses introduites dans la définition de la valeur d'usure sont :

- la décélération est constante pendant le freinage,
- la vitesse est nulle en fin de mouvement,
- l'usure est constante et régulière sur les garnitures,
- la température maximale admissible n'est pas dépassée pendant toute la durée de l'essai,

- les forces normales sont identiques sur les deux surfaces de la paire de garniture.

Le contrôle de la durée de vie d'une garniture n'est possible que si les conditions d'essai et de service sont identiques. L'épaisseur des garnitures collées après usure s_3 ne devrait pas être inférieure à 20% de l'épaisseur initiale, donc $s_3 \geq 0,2 s_1$. Pour les garnitures rivetées, l'épaisseur après usure devrait garantir un supplément de 2 mm. La diminution d'épaisseur de la garniture est $\Delta s = s_1 - s_3$.

Le volume de matière usée par frottement se détermine par :

$$V_{fr1} = A_{11,1} \cdot (s_1 - s_3),$$

avec pour les freins à tambour : $A_{11,1} = (d_1/2) \gamma b_2$ où l'angle $\gamma = 70^\circ$ selon DIN 15435.

Le travail de frottement pendant le freinage peut se trouver par :

$$W_{fr1} = \mu F_n s_{fr},$$

s_{fr} étant la longueur de glissement de la garniture sur le frein. En admettant un mouvement uniformément retardé jusqu'à vitesse finale nulle, cette distance vaut : $s_{fr} = 0,5 v_1 t_{fr}$. La vitesse de glissement v_1 vaut le produit $\omega_1 (d_1/2)$. Pour un frein équipé de deux mâchoires, le travail de frottement vaut :

$$W_{fr} = 2 W_{fr1} = 0,5 \mu F_n \omega_1 d_1 t_{fr}.$$

Le couple total de frottement se trouve par : $M_{fr \text{ existant}} = d_1 \cdot \mu F_n$. L'énergie perdue par frottement s'exprime finalement par :

$$W_{fr} = 0,5 M_{fr \text{ existant}} \cdot \omega_1 \cdot t_{fr} \quad (23.18.1)$$

Le facteur d'usure se définit par le rapport :

$$q = \frac{V_{fr}}{L_{fr} \cdot z \cdot W_{fr}} \quad (23.18.2)$$

avec : L_{fr} durée d'utilisation de la garniture, exprimée en heure,
 z nombre de freinages, exprimé généralement par heure,
 q facteur d'usure se donnant selon DIN 15434 en cm^3/kWh .

Cette expression peut se transformer en une relation adimensionnelle :

$$L_{fr} \cdot z = \frac{V_{fr}}{q \cdot W_{fr}}$$

23.5.2.8 HYPOTHÈSES GÉNÉRALES ET TEMPÉRATURES LIMITES

La puissance thermique évacuée du frein doit être égale à la puissance produite à l'état stationnaire. Un bilan exact des énergies mécaniques et thermiques impose des hypothèses thermodynamiques, des grandeurs expérimentales et la connaissance du comportement du couple de freinage en service. Les hypothèses simplificatrices dans le calcul sont :

- une température constante sur la surface du frein et à l'état stationnaire,
- le flux de chaleur à travers les garnitures n'est pas pris en considération,
- l'énergie mécanique totale est évacuée seulement par le tambour ou le disque :
 par rayonnement et par convection libre et/ou forcée,
- la conduction n'est pas prise en considération,
- la convection forcée est introduite seulement pendant la rotation du tambour ou du frein à vitesse constante,
- la température ambiante et les températures limites admissibles sont connues.

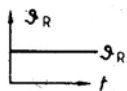
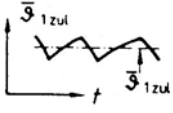
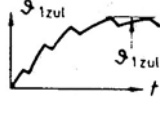
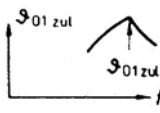
La puissance thermique évacuée s'exprime alors par :

$$\dot{Q}_{A \text{ tot}} = \dot{Q}_{A 1} + \dot{Q}_{A 2} + \dot{Q}_{A 3}, \quad (23.19.1)$$

avec : $\dot{Q}_{A \text{ tot}}$ puissance thermique évacuée totale,
 $\dot{Q}_{A 1}$ puissance thermique évacuée par rayonnement,
 $\dot{Q}_{A 2}$ puissance thermique évacuée par convection libre,
 $\dot{Q}_{A 3}$ puissance thermique évacuée par convection forcée.

Les températures limites admissibles des garnitures et des tambours ou disques dépendent directement des propriétés de ces composants et de la température ambiante. Les valeurs données dans le tableau ci-après sont des grandeurs indicatives et peuvent être modifiées dans d'autres conditions d'utilisation.

Tableau 23.4
Valeurs indicatives pour les températures ambiante et des freins

Allure de la Température	Valeur indicative Unité : °C	Températures admissibles ou limites Freins à tambour ou à disque
	20°C 60°C	Température ambiante dans le domaine d'action du frein Milieu normal Milieu échauffé
	≤ 150°C ≤ 350°C	Température admissible en moyenne en Régime stationnaire Sur le tambour Sur le disque
	≤ 200°C ≤ 450°C	Température maximale admissible après L'arrêt du frein Sur le tambour Sur le disque
	≤ 300°C ≤ 700°C	Température limite admissible pendant un Court instant en période de freinage Sur le tambour (*) Sur le disque (*)
(*) Ces valeurs peuvent s'introduire dans le calcul seulement si le matériau de la garnitures des freins à tambour ou à disque autorise cette température limite, température justifiée par des essais. Le coefficient de frottement ne doit pas chuter trop fortement dans ce domaine.		

23.5.2.9 PUISSANCE THERMIQUE ÉVACUÉE

1. Puissance thermique évacuée par rayonnement

La puissance thermique évacuée par rayonnement du tambour ou du disque se trouve par la loi pratique de Stephan-Boltzmann :

$$\dot{Q}_{A 1} = C \cdot A \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (23.19.2)$$

avec : $C \cdot A = C_1 (A_{21} - A_{11}) + C_2 \cdot A_{23}$, pour les freins à tambour et à disque,

$C_1 = 1,6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ pour des surfaces usinées brillantes (surfaces de freinage),

$C_2 = 5,0 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ pour des surfaces oxydées mates,

A_{11}	aire de la paire de garniture,
A_2	aire totale du tambour ou du disque dont :
A_{21}	aire extérieure du tambour ou aires latérales du disque,
A_{22}	aire intérieure du tambour ou des canaux de ventilation du disque,
A_{23}	aires latérales du tambour ou aires latérales du disque non freiné,
T_1	température absolue du tambour ou du disque,
T_2	température absolue de l'environnement du frein.

2. Puissance thermique évacuée par convection libre

La puissance thermique évacuée par convection libre dans les freins à tambour ou à disque peut se trouver par la relation :

$$\dot{Q}_{A2} = \alpha \cdot (A_2 - A_{11}) \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \cdot \frac{100 - DE[\%]}{100}, \quad (23.19.3)$$

En introduisant la valeur de convection Λ_{th2} dans cette expression, la puissance peut se calculer simplement par :

$$\dot{Q}_{A2} = \Lambda_{th2} \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \cdot \frac{100 - DE[\%]}{100}, \quad (23.19.4)$$

avec : ϑ_1 température moyenne du tambour ou du disque,
 ϑ_2 température moyenne du milieu ambiant,
 DE durée d'enclenchement réelle du moteur (en %),
 α coefficient de convection libre, $\alpha = 5,8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ en moyenne,
 Λ_{th2} valeur de convection selon tableau 6.5 pour les freins à tambour.

3. Puissance thermique évacuée par convection forcée

La puissance thermique évacuée par convection forcée dans les freins équipés de tambour ou de disque non ventilé se trouve par :

$$\dot{Q}_{A3} = \frac{DE[\%]}{100} \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \cdot (\alpha_1 \cdot A_{21} + \alpha_2 \cdot A_{22} + \alpha_3 \cdot A_{23}), \quad (23.19.5)$$

Tableau 23.5

Valeur de convection pour les tambours de frein selon norme DIN

d_1 mm	Λ_{th2} [W/K] $n_1=0$	Λ_{th3} [W/K]			
		$n_1=25$	$n_1=16,7$	$n_1=12,5$	$n_1=10 \text{ t/s}$
200	0.75	7.75	5.65	4.50	3.80
250	1.16	14.4	10.5	8.40	7.04
315	1.85	27.4	19.9	15.9	13.4
400	2.98	53.2	38.8	31.0	26.0
500	4.65	98.9	72.1	57.6	48.4
630	7.39	188.0	136.2	109.5	93.0
710	9.39	262.0	191.0	152.6	128.0

En introduisant la valeur de convection Λ_{th3} dans cette expression, la puissance peut se calculer simplement par :

$$\dot{Q}_{A3} = \Lambda_{th3} \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \cdot (DE[\%]/100), \quad (23.19.6)$$

avec : α coefficient de convection forcée,
pour un environnement sans courant d'air, $\alpha = 7,14 \cdot v^{0,78}$ en $W/m^2 \cdot K$.

Pour les freins à disque avec ventilation, la puissance thermique évacuée dépend en grande partie de la conception interne des canalisations. Une formule générale ne peut pas se donner sans autre pour la puissance évacuée. Cette puissance devrait être indépendante du sens de rotation du disque.

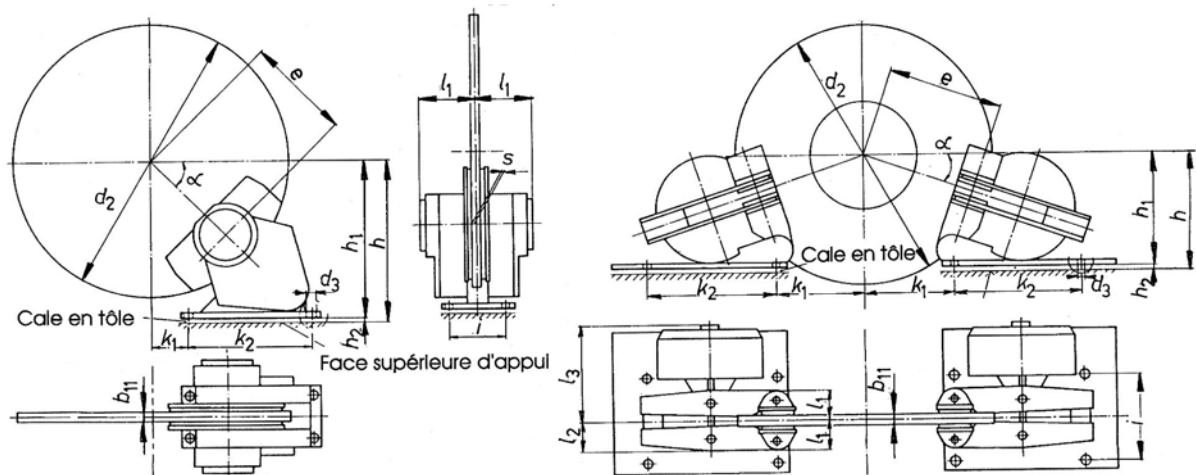


Figure 23.38 Cotes de raccordement de deux freins à disques selon norme DIN 15433

En rotation, la puissance évacuée par convection forcée représente la plus grande partie de l'énergie transmise. La puissance engendrée par le rayonnement est à prendre en considération si $\dot{Q}_{A1} > 0,1 (\dot{Q}_{A2} + \dot{Q}_{A3})$.

La puissance calorifique produite dans le frein peut se calculer approximativement par :

$$\dot{Q}_{E\text{ tot}} = W_{fr} \cdot z = 0,5 M_{fr\text{ existant}} \cdot \omega_1 \cdot t_{fr} \cdot z. \quad (23.19.7)$$

et la condition à remplir par le frein en régime stationnaire s'exprime alors par :

$$\dot{Q}_{A1} + \dot{Q}_{A2} + \dot{Q}_{A3} \geq \dot{Q}_{E\text{ tot}}. \quad (23.19.8)$$

Remarque finale :

La méthode de calcul des freins dans les organes de transmission fait l'objet d'une norme DIN 15434 provisoire dans laquelle de nombreuses relations pratiques sont proposées. Le texte de ce sous-chapitre contient seulement les relations de base de la norme. Un contrôle détaillé d'un frein devrait tenir compte des conditions exactes de service et de l'accumulation d'énergie thermique dans les masses des pièces composantes.

CHAPITRE 24

TRANSMISSION PAR LIENS FLEXIBLES

Les transmissions par liens flexibles comprennent toute la famille des éléments de machines permettant de transmettre une puissance d'un arbre moteur vers un arbre mené au moyen de courroies, de câbles, de chaînes et de poulies ou roues dentées. Les courroies plates et trapézoïdales, les câbles transmettent les couples par frottement du lien flexible sur les poulies. Les courroies crantées et les chaînes utilisent l'emboîtement de leurs composants sur des roues dentées.

24.1 TRANSMISSION PAR COURROIES PLATES

La courroie plate est un lien flexible de section rectangulaire. La solution usuelle se compose de deux poulies fixées sur des arbres à axes parallèles, reliées par une même courroie. Les forces normales dans le brin mou \vec{F}_{n1} et dans le brin tendu \vec{F}_{n2} sont différentes afin de transférer l'effort tangentiel de la poulie motrice vers la poulie réceptrice. Les avantages des transmissions par courroies sont :

- fonctionnement silencieux,
- conception simple, sans carter et sans lubrification,
- normalisation partielle des composants : poulies et largeurs des courroies,
- prix de revient raisonnable en particulier pour les grands entraxes,
- entretien favorable,
- insensibilité aux surcharges momentanées,
- amortissement partiel des à-coups et des vibrations grâce à l'élasticité de la courroie et de l'amortissement interne des matériaux,
- possibilité de créer une variation du rapport de transmission par poulies étagées ou coniques.

Les inconvénients des courroies sont :

- encombrement important et risques d'accidents,
- charge radiale généralement élevée sur les arbres et les paliers de guidage,
- rapport de transmission non rigoureux par suite de la déformation de la courroie au passage sur les poulies et du glissement qui en résulte,
- modification de la tension dans les brins provoquée par l'effet de la température, de l'humidité, de la présence de poussières ou de corps étrangers,
- coefficient de frottement variable entre la courroie et les poulies avec la vitesse, l'humidité, l'action de poussières.

24.1.1 VITESSES ET EFFORTS DANS LA COURROIE PLATE

Le but d'une transmission par courroie plate ou trapézoïdale, par chaîne, est de transmettre une puissance P d'un arbre moteur, indice 1, vers un arbre mené, indice 2, le plus souvent en modifiant la fréquence de rotation. Les fréquences de rotation, exprimées en tours par seconde, sont désignées par :

- arbre moteur : n_1 ,
- arbre mené : n_2 .

24.1.1.1 VITESSES ET RAPPORT DE TRANSMISSION

En supposant provisoirement qu'il n'y ait pas de glissement entre la courroie et les poulies, diamètres d_1 et d_2 , l'épaisseur de la courroie, la vitesse de la courroie et les vitesses circonférentielles sur les poulies sont alors identiques :

$$v_{\text{courroie}} = v_{u1} = v_{u2},$$

avec : $v_{u1} = \omega_1 \cdot d_1/2$

$$v_{u2} = \omega_2 \cdot d_2/2,$$

$$\omega_1 = 2 \pi n_1 \quad \text{et} \quad \omega_2 = 2 \pi n_2.$$

Le rapport de transmission i entre les arbres 1 et 2 se calcule par :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}. \quad (24.1.1)$$

Si le glissement existe entre la courroie et les poulies, le rapport de transmission est différent du rapport des diamètres des poulies. Pour obtenir le rapport souhaité, il faut corriger le ou les diamètres des poulies en augmentant le diamètre de la poulie motrice ou en diminuant celui de la poulie menée. Le glissement peut atteindre jusqu'à 2% pour les courroies en cuir. Pour les courroies synthétiques bien conçues, le glissement est pratiquement nul.

24.1.1.2 TENSION DE POSE

La tension de pose dans la courroie est absolument nécessaire afin d'obtenir une force normale suffisante entre la courroie et les poulies. Elle dépend de la force tangentielle à transférer, de la nature de la courroie, du coefficient de frottement et des conditions ambiantes. Dans une première approche de ce problème, on peut admettre un comportement linéaire de la matière de la courroie. L'allongement est alors proportionnel à l'effort normal. Au repos et sans couple sur les poulies, la tension dans les deux brins de la courroie est identique :

$$F_{n10} = F_{n20} = (F_{n1} + F_{n2})/2,$$

avec : \vec{F}_{n10} force normale dans le brin mou au repos,
 \vec{F}_{n20} force normale dans le brin tendu au repos,
 \vec{F}_{n1} force normale dans le brin mou en service,
 \vec{F}_{n2} force normale dans le brin tendu en service.

La tension de pose s'exprime en général par l'allongement spécifique ε à imposer à la courroie au montage de la transmission. Les fabricants indiquent cette valeur en fonction du type de courroie et du diamètre de la petite poulie.

La tension de pose peut se créer :

- en raccourcissant la longueur de la courroie lorsque l'entraxe des poulies est fixe,
- par modification de l'entraxe des poulies au moyen de tendeurs,
- par l'action d'un galet tendeur ou d'un système autotendeur,
- par le poids propre de la courroie (seulement applicable aux entraxes supérieurs à 5 mètres).

24.1.1.3 FORCES NORMALES DANS LA COURROIE

Soit μ le coefficient de frottement entre la courroie et la poulie et $\alpha = \alpha_{\min}$ l'angle d'enroulement le plus petit sur l'une des poulies. Pour éviter tout glissement entre la courroie et les poulies, la tension dans le brin tendu \vec{F}_{n2} doit rester constamment plus faible que sa valeur à la limite du glissement :

$$F_{n2} < F_{n2 \text{ lim}} = F_{n1} \cdot e^{\mu \alpha}.$$

24. Transmission par liens flexibles

Pour simplifier les relations entre les tensions dans les brins, nous introduisons le coefficient de frottement de calcul $\mu' = \mu/S_{gl}$, inférieur au coefficient de frottement de glissement. Le calcul rigoureux devrait tenir compte du coefficient de frottement d'adhérence plutôt que du coefficient de glissement. La formule devient simplement :

$$F_{n2} = F_{n1} \cdot e^{\mu'\alpha}.$$

La force tangentielle F_t transférée d'une poulie à l'autre par la courroie est la différence des efforts normaux dans les deux brins soit :

$$F_t = F_{n2} - F_{n1},$$

ou en exprimant F_t en fonction des deux tensions \vec{F}_{n1} ou \vec{F}_{n2} à l'aide du coefficient de frottement de calcul μ' et de l'angle d'enroulement α :

$$F_t = F_{n1} (e^{\mu'\alpha} - 1) = F_{n2} (1 - e^{-\mu'\alpha}). \quad (24.1.2)$$

L'équilibre de rotation de la poulie motrice, de diamètre d_1 , fait intervenir cette force tangentielle dans le calcul du couple moteur, soit :

$$M_{t1} = \frac{d_1}{2} \cdot F_t = \frac{d_1}{2} \cdot F_{n2} (1 - e^{-\mu'\alpha}) = \frac{F_t \cdot v_{u1}}{\omega_1}. \quad (24.1.3)$$

En supposant les pertes dans la transmission négligeables et le glissement nul, le couple sur la poulie menée vaut :

$$M_{t2} = \frac{d_2}{2} \cdot F_t = \frac{d_2}{2} \cdot F_{n2} (1 - e^{-\mu'\alpha}) = \frac{F_t \cdot v_{u2}}{\omega_2}. \quad (24.1.4)$$

La conservation de la puissance entre les parties motrices et menées, à pertes nulles, permet d'écrire l'égalité :

$$P = P_1 = M_{t1} \cdot \omega_1 = P_2 = M_{t2} \cdot \omega_2. \quad (24.1.5)$$

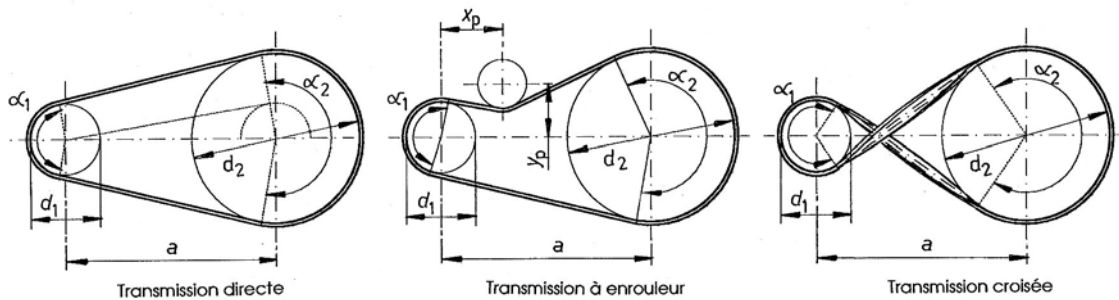


Figure 24.1 Transmissions par courroies plates entre deux poulies : droite, avec enrouleur, croisée

24.1.1.4 DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES DE LA COURROIE

Les angles d'enroulement et la longueur de la courroie dépendent des diamètres des deux poulies, de l'entraxe a , du genre de transmission : droite, solution la plus fréquente, avec enrouleur ou croisée pour obtenir une inversion du sens de rotation. Il est possible de placer une transmission à courroie plate entre des poulies à axes non parallèles. La condition primordiale à remplir par ce genre de montage est de diriger la courroie perpendiculairement à l'axe de la poulie pour le brin arrivant sur la jante, l'angle de sortie de la courroie ne devant pas dépasser 25° .

1. Transmission directe

Les deux poulies tournent dans le même sens, la direction des brins correspondant aux deux tangentes extérieures. L'angle d'enroulement α_1 sur la plus petite des poulies, indice 1, se trouve par :

$$\alpha_1 = \pi - 2\beta \quad \text{avec} \quad \sin\beta = (d_2 - d_1) / 2a,$$

et sur la grande poulie : $\alpha_2 = \pi + 2\beta$.

La longueur intérieure de la courroie droite entre deux arbres parallèles est :

$$l_{\text{courroie}} = \alpha_1 \cdot \frac{d_1}{2} + \alpha_2 \cdot \frac{d_2}{2} + 2a \cos\beta, \tag{24.2.1}$$

ou environ :
$$l_{\text{courroie}} \approx \pi \cdot \frac{d_1 + d_2}{2} + 2a + \frac{(d_2 - d_1)}{4a}. \tag{24.2.2}$$

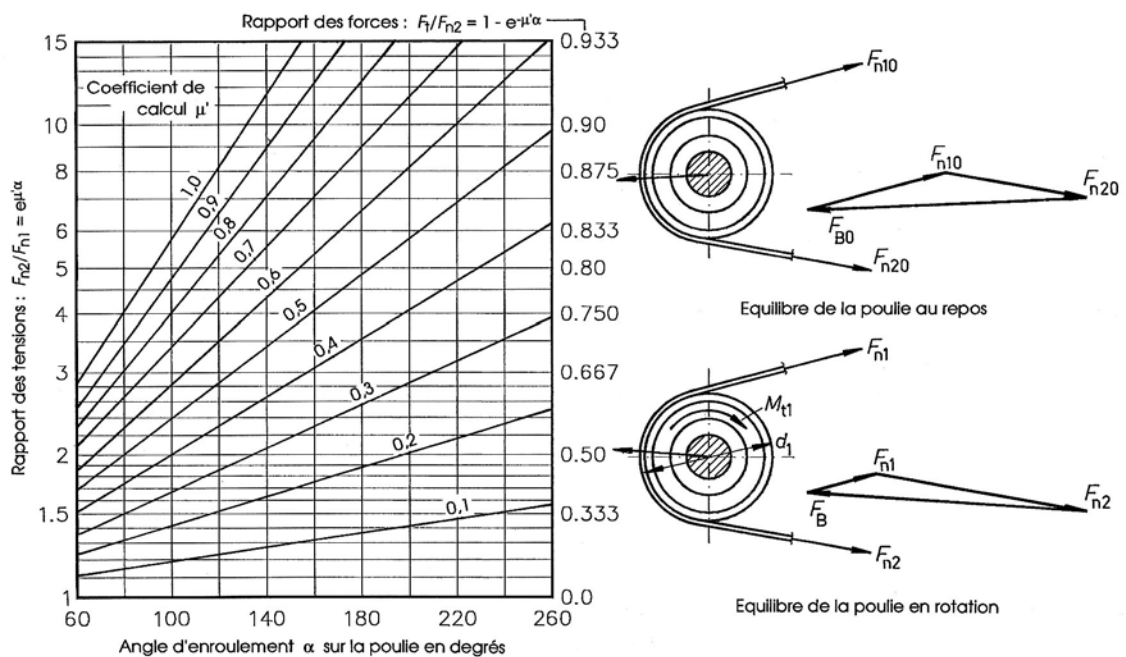


Figure 24.2 Frottement sur les poulies en fonction de l'angle d'enroulement et du coefficient μ'
Equilibre des poulies sous l'effet des tensions dans les brins

2. Transmission avec enrouleur

Les poulies motrice et menée tournent dans le même sens, la poulie de l'enrouleur dans le sens inverse. Les angles d'enroulement et la longueur intérieure de la courroie dépendent des diamètres des trois poulies, de l'entraxe et de la position de l'enrouleur. La courroie est cintrée dans les deux sens pour ce genre de transmission.

3. Transmission croisée

Les poulies motrice et menée tournent dans les sens inverses, la courroie étant tordue entre chaque poulie. L'angle d'enroulement α_1 sur la plus petite des poulies se trouve par l'expression :

$$\alpha_1 = \pi + 2\beta \quad \text{avec} \quad \sin\beta = (d_1 + d_2) / 2a,$$

et sur la grande poulie : $\alpha_2 = \pi + 2\beta = \alpha_1$.

Les deux angles d'enroulement sont égaux. La longueur intérieure théorique de la courroie se trouve aussi par :

$$l_{\text{courroie}} = \alpha_1 \cdot \frac{d_1}{2} + \alpha_2 \cdot \frac{d_2}{2} + 2a \cdot \cos \beta. \quad (24.2.3)$$

4. Entraxe minimal des axes parallèles

L'entraxe minimal a_{\min} est variable avec le type de courroie et les conditions exactes de transmission. On peut admettre :

- courroies en cuir : $a_{\min} > d_1 + d_2 + 1$ mètre,

- courroies synthétiques : $a_{\min} > k \cdot d_2$,

pour $i =$	1,25	1,75	2,0	4,0	10
$k =$	1,3	1,15	1,0	0,9	0,8

24.1.1.5 ÉQUILIBRE DES POULIES

Au repos et sans frottement dans les appuis, les deux brins de la courroie supportent la même tension axiale. Chaque poulie est soumise à l'action de trois forces : les deux tensions dans les brins \vec{F}_{n10} et \vec{F}_{n20} , l'action des appuis sur la poulie \vec{F}_{B0} . En rotation et sous l'action du couple moteur ou récepteur, l'équilibre des poulies s'écrit au moyen de la somme vectorielle :

1. Equilibre de translation : $\vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \vec{F}_B = 0.$

2. Equilibre de rotation : L'action de l'appui \vec{F}_B passe par le centre de rotation de la poulie. Comme les tensions dans les deux brins sont différentes, la ligne d'action de la résultante : $\vec{F}_{\text{résultante}} = \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2}$ n'est pas confondue avec celle de l'appui. Le couple qui en résulte doit être compensé soit par le couple moteur sur la poulie 1, soit par le couple résistant sur la poulie 2.

Si les conditions exactes de frottement et de tension de pose sont mal connues, on peut chercher approximativement l'action de l'appui sur la poulie en supposant un angle d'enroulement de 180° sur chaque poulie, un coefficient de frottement de calcul $\mu' \approx 0,22$. A la limite du glissement, la tension dans le brin tendu vaut $F_{n2} = 2 F_{n1}$. Les brins étant supposés parallèles, l'effort dans l'appui vaut : $F_B \approx 3 F_{n1} \approx 3 F_t$.

24.1.2 CONTRAINTES DANS LA COURROIE PLATE

La force tangentielle maximale transmissible par la courroie dépend en définitive de la contrainte ou de la déformation admissible dans l'aire transversale $A = b \cdot s$ et des caractéristiques mécaniques des matériaux. Les dimensions transversales de la courroie plate sont désignées par :

- largeur de la courroie b ,
- épaisseur de la courroie s .

24.1.2.1 CONTRAINTE NORMALE DANS LE BRIN TENDU

La contrainte normale et la déformation spécifique dans le brin tendu d'aire $A = b \cdot s$ et d'effort normal $F_N = F_{n2}$ valent :

$$\sigma_{n2} = \frac{F_N}{A} = \frac{F_{n2}}{b \cdot s} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{n2} = \frac{\sigma_{n2}}{E_n} = \frac{F_{n2}}{b \cdot s \cdot E_n}, \quad (24.3.1)$$

avec : E_n module d'élasticité longitudinale de la courroie
(le module d'élasticité transversal est habituellement différent),
 ε_{n2} déformation spécifique longitudinale.

La contrainte normale dans le brin mou σ_{n1} est plus faible; elle vaut :

$$\sigma_{n1} = \sigma_{n2} \cdot e^{-\mu' \alpha}$$

24.1.2.2 CONTRAINTE DE FLEXION

La courroie épouse la forme des poulies à chaque passage. Cette déformation transversale produit une contrainte de flexion dans la courroie d'autant plus grande que le rapport s/d est grand. La contrainte de flexion σ_f est maximale sur la plus petite des poulies :

$$\sigma_f = \frac{s}{d_{\min}} \cdot E_f \quad \text{et} \quad \varepsilon_f = \frac{s}{d_{\min}}, \quad (24.3.2)$$

avec : E_f module d'élasticité en flexion de la courroie; pour la plupart des matériaux, ce module est différent du module d'élasticité longitudinale E_n ,
 ε_f déformation spécifique sur les fibres extérieures de la courroie.

Pour que la courroie fléchisse lorsqu'elle vient en contact avec la poulie, il faut produire sur cette pièce un moment fléchissant. Cet effort est engendré par un léger déplacement de la courroie par rapport à la tangente aux deux poulies. Pour redresser la courroie lorsqu'elle quitte la poulie, il faut créer un moment fléchissant de sens inverse.

24.1.2.3 CONTRAINTE ENGENDRÉE PAR L'EFFET CENTRIFUGE

L'effet de la force centrifuge est négligeable jusqu'à la vitesse circonférentielle de 15 m/s. La contrainte normale σ_c sur les poulies croît avec le carré de la vitesse et se trouve par :

$$\sigma_c = \rho \cdot v_u^2 \quad \text{et} \quad \varepsilon_c = \rho v_u^2 / E_n, \quad (24.3.3)$$

avec : ε_c déformation spécifique créée par l'effet centrifuge,
 ρ masse volumique,
 v_u vitesse circonférentielle de la courroie sur les poulies.

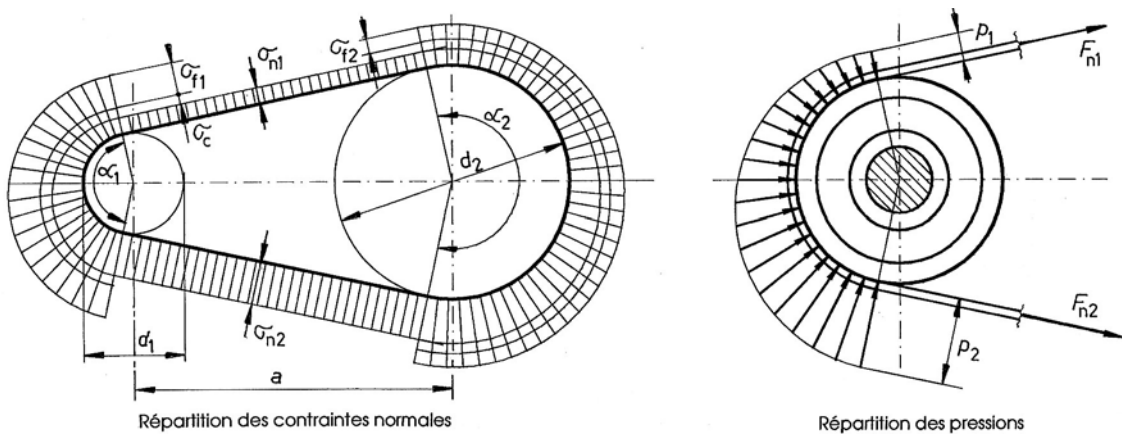


Figure 24.3 Répartition des contraintes dans la courroie directe et de la pression sur la poulie

24.1.2.4 CONTRAINTE DE TORSION

La contrainte "de torsion" dans la courroie intervient dans la transmission croisée et lorsque les poulies ne sont pas à axes parfaitement parallèles. Elle peut se trouver par :

$$\sigma_t = (b/a)^2 \cdot E_n \quad \text{et} \quad \varepsilon_t = (b/a)^2, \quad (24.3.4)$$

avec : ε_t déformation spécifique créée par la torsion de la courroie,
 E_n module d'élasticité longitudinale.

Nous laisserons cette contrainte particulière de côté dans la suite de l'exposé car elle n'intervient que dans des cas exceptionnels.

24.1.2.5 CONTRAINTE RÉSUŁTANTE

La contrainte résultante maximale, dans la même section, est égale à la somme de toutes les contraintes composantes, soit :

$$\sigma_{\max} = \sigma_n + \sigma_f + \sigma_c + \sigma_t. \quad (24.3.5)$$

La déformation spécifique maximale est aussi la somme de ses composantes :

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_n + \varepsilon_f + \varepsilon_c + \varepsilon_t. \quad (24.3.6)$$

Pour obtenir une efficacité maximale d'une transmission par courroie, il faut choisir un matériau très résistant en traction, de faible masse volumique, un coefficient de frottement élevé entre la face d'adhérence et les poulies. Ces conditions sont atteintes par les courroies synthétiques composées de plusieurs couches spécialisées.

24.1.3 PUISSANCE TRANSMISSIBLE

La puissance transmissible est égale au produit de la force tangentielle par la vitesse de la courroie. La force tangentielle limite est imposée par la contrainte ou la déformation spécifique normale limite ainsi que par les conditions de frottement.

24.1.3.1 FORCE TANGENTIELLE MAXIMALE

Pour une courroie droite, la contrainte normale limite admissible σ_{n2} limite dans la section résistante permet de trouver la valeur de l'effort normal $F_{n2 \max}$:

$$F_{n2 \max} = b \cdot s \cdot (\sigma_{\text{limite}} - \sigma_f - \sigma_c),$$

ou à partir de la déformation spécifique maximale admissible ε_{\max} :

$$F_{n2 \max} = b \cdot s \cdot (\varepsilon_{\text{limite}} - \varepsilon_f - \varepsilon_c) \cdot E_n.$$

La force tangentielle F_t est reliée à la force normale du brin tendu par : $F_t = F_{n2} (1 - e^{-\mu'\alpha})$. La force transmissible par unité de largeur de la courroie s'exprime alors par :

$$\frac{F_t}{b} = F_{n2} \cdot \frac{e^{\mu'\alpha} - 1}{e^{\mu'\alpha}} \cdot \frac{1}{b} = \frac{F_{n2}}{b} \cdot (1 - e^{-\mu'\alpha}). \quad (24.4.1)$$

La force tangentielle intervient directement dans la puissance transmissible, donc dans la capacité portante de la transmission.

24.1.3.2 PUISSANCE TRANSMISSIBLE

La puissance transmissible est égale au produit de la force tangentielle par la vitesse de la courroie en négligeant les pertes. En remplaçant la force normale dans le brin tendu par le produit de la contrainte σ_{n2} par l'aire de la section de la courroie, la puissance par unité de largeur se trouve par : $P/b = F_t v_u/b = F_t v_u/b$ soit :

$$\frac{P}{b} = \frac{F_t v_u}{b} = \frac{F_{n2} v_u}{b} (1 - e^{-\mu'\alpha}) = \sigma_{n2} v_u s (1 - e^{-\mu'\alpha}). \quad (24.4.2)$$

Remplaçons finalement la contrainte dans le brin tendu σ_{n2} par sa valeur en fonction des autres contraintes :

$$\frac{P}{b} = \left(\sigma_{\text{limite}} - \frac{s}{d_{\text{min}}} E_f - \rho v_u^2 \right) (1 - e^{-\mu' \alpha}) \cdot v_u s,$$

ou :

$$\frac{P}{b} = \left(\sigma_{\text{limite}} s - \frac{s^2}{d_{\text{min}}} E_f - \rho v_u^2 s \right) v_u (1 - e^{-\mu' \alpha}). \quad (24.4.3)$$

Chaque terme dans la parenthèse représente une partie de la force tangentielle par unité de largeur de la courroie. Cette puissance transférable d'une poulie à l'autre est proportionnelle à la vitesse de la courroie si celle-ci est faible. A grande vitesse, l'effet centrifuge diminue la puissance transmissible et n'est plus négligeable. La puissance maximale est atteinte lorsque la contrainte due à l'effet centrifuge représente environ le tiers de la contrainte totale et maximale.

Pour faciliter les calculs, introduisons le facteur d'enroulement C_a défini comme facteur de correction lorsque l'enroulement est différent de 180° :

$$C_\alpha = \frac{1 - e^{-\mu' \alpha}}{1 - e^{-\mu' \pi}}. \quad (24.4.4)$$

Ce facteur permet de corriger facilement la section de la courroie donnée par les fabricants. Il est représenté sur la figure 24.4. Cette figure montre également la constance ou la variation des contraintes normales dans une courroie en cuir en fonction de la vitesse v_u .

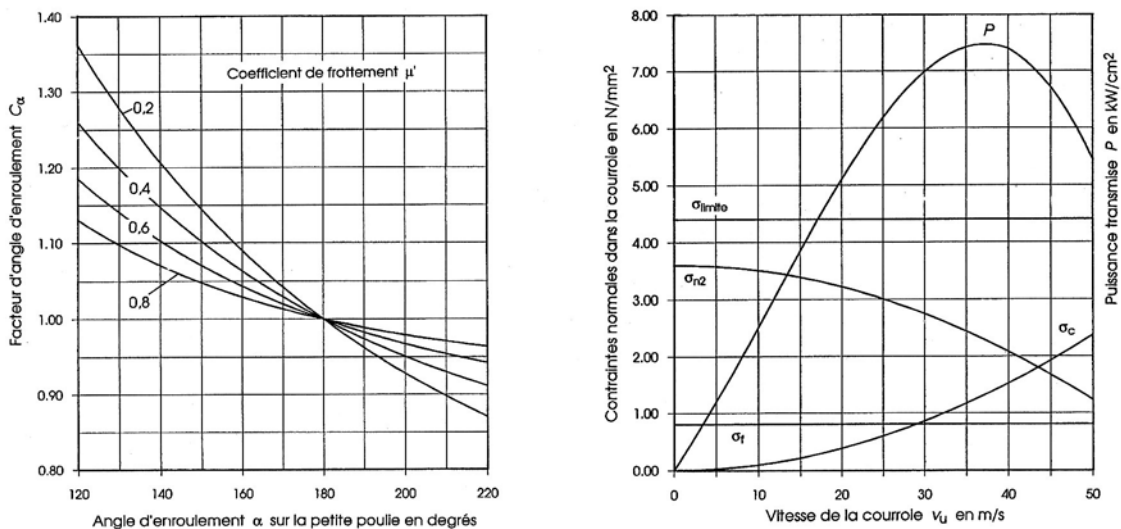


Figure 24.4 Facteur d'enroulement C_a . Valeur des contraintes composantes dans une courroie en cuir
Caractéristiques de la courroie : cuir souple $s = 5 \text{ mm}$, $d_1 = 250 \text{ mm}$, $b = 20 \text{ mm}$, $A = 1 \text{ cm}^2$

24.1.3.3 PERTES DANS LES TRANSMISSIONS PAR COURROIES

Le rendement d'une transmission par courroies dépend des pertes dans la courroie, sur les poulies et dans les appuis. Les pertes représentent seulement quelques pour cents de l'énergie transmise.

1. Pertes entre la courroie et les poulies

Les pertes entre la courroie et les poulies interviennent au cintrage de la courroie sur la jante des poulies. Comme la tension axiale dans les brins varie de F_{n2} à F_{n1} , la face portante de la courroie a tendance à glisser sur la poulie motrice. Il en va de même pour la poulie menée où la tension passe de F_{n1} à F_{n2} . Ce glissement est responsable de la perte de vitesse Δv_u d'une poulie à l'autre. Il est possible d'écrire :

24. Transmission par liens flexibles

$$P_2 = P_1 \cdot \left(1 - \frac{v_{u1} - v_{u2}}{v_{u1}} \right) = (1 - \psi_{vu}) \cdot P_1, \quad (24.5.1)$$

avec : P_1, P_2 les puissances sur les arbres menant et mené,
 ψ_{vu} pertes relatives entre la courroie et les poulies : $\psi_{vu} = (v_{u1} - v_{u2})/v_{u1}$.

2. Pertes sur la courroie

Les pertes sur la courroie et sur les poulies sont engendrées par le frottement dans l'air de ces organes en mouvement. Ces pertes prennent de l'importance pour des vitesses de courroie supérieures à 30 m/s. De plus, à vitesse élevée, l'air s'introduit entre la courroie et la poulie et engendre l'aéroplaning d'où une diminution l'adhérence.

3. Pertes dans les appuis

Les réactions d'appui sur les poulies \vec{F}_{B1} et \vec{F}_{B2} proviennent des paliers supportant les arbres. Il est possible de trouver ces pertes au moyen des relations proposées pour les paliers lisses ou à roulement.

4. Rendement total

Le rendement d'une transmission par courroie plate dépend en grande partie des propriétés de la matière et de l'épaisseur de la courroie. Ce rendement total peut atteindre 98% et plus par les courroies multicouches composées de fibres synthétiques avec couches d'adhérence en élastomère.

24.1.3.4 NOMBRE MAXIMAL DE FLEXIONS

Le passage de la courroie sur les poulies fléchit le lien et fatigue la matière par une contrainte pulsante. L'expérience a montré que le nombre de flexions par seconde ne devrait pas dépasser une valeur limite f_f limite dépendant de la composition de la courroie. Si z_p est le nombre de poulies, le nombre de flexions par seconde f_f se trouve par l'expression :

$$f_f = z_p \cdot v_u / l_{\text{courroie}} \leq f_{f \text{ limite}}. \quad (24.5.2)$$

Le nombre limite de flexions $f_{f \text{ limite}}$ est donné dans la table des matières pour courroies.

24.1.3.5 VARIATION DE LA TENSION DANS LA COURROIE

La différence entre les tensions F_{n2} et F_{n1} est limitée par le glissement de la courroie sur la plus petite ou la plus grande des poulies. Cette condition limite intervient lorsque le coefficient de frottement de calcul μ' devient égal au coefficient de frottement de glissement μ . Examinons les diverses possibilités de montage des transmissions par courroies et la variation de la tension en fonction de la force tangentielle à transmettre ou du couple moteur. La figure 24.5 montre trois possibilités de transmission par courroie.

1. Transmission directe

La disposition la plus courante est la transmission directe entre des arbres parallèles. La différence entre les tensions F_{n2} et F_{n1} sera limitée par le glissement de la courroie sur la plus petite des poulies lorsque le coefficient de frottement de calcul μ' devient égal au coefficient de frottement de glissement μ . Les tensions initiales sont égales et la différence croît avec la force tangentielle F_t ou le couple moteur. Lorsque le rapport $F_{n2}/F_{n1} = e^{\mu\alpha}$, le coefficient de sécurité au glissement vaut S_{gl} . Lorsque ce rapport atteint la valeur limite $e^{\mu\alpha}$, le coefficient S_{gl} vaut un et la force tangentielle F_t devient maximale. En supposant une augmentation légère de F_t , la courroie commence à glisser sur la poulie la plus petite. Le couple sur l'arbre menant ne peut pas dépasser cette valeur.

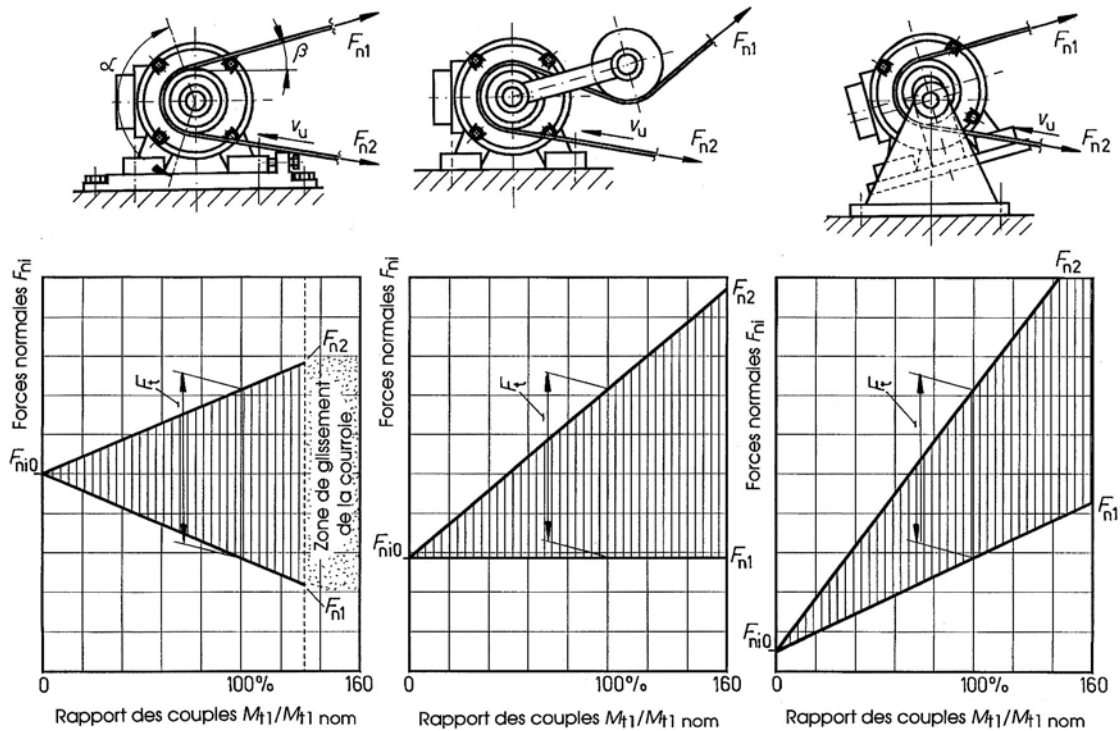


Figure 24.5 Schémas des transmissions par courroies plates : directe, à enrouleur et auto tendeur
Forces dans les brins et tangentielle des trois montages en fonction du rapport des couples

2. Transmission avec un enrouleur

Dans la transmission avec enrouleur, cet élément doit se monter sur le brin mou et son diamètre doit être au moins égal au diamètre de la plus petite des poulies. L'enrouleur augmente l'angle de contact sur les poulies et maintient la tension constante dans le brin mou. Les conditions de tension dans les brins sont un peu identiques à celles de la courroie directe, la tension dans le brin mou ne variant pas : $F_{n1} = \text{constante}$.

3. Transmission avec mécanisme auto tendeur

Les solutions précédentes montrent qu'il est nécessaire de conserver une tension initiale importante si l'on désire transmettre une grande force tangentielle. Les mécanismes auto tendeurs permettent de maintenir pratiquement un rapport constant entre les tensions dans les deux brins, donc de tendre les brins proportionnellement aux couples à transmettre. Les diverses solutions proposées pour résoudre ce problème utilisent les forces extérieures sur le moteur : poids du moteur, tensions dans les brins, couple moteur et réaction d'appui. En prévoyant un point d'articulation du support du moteur entre son centre de rotation et la ligne d'action de la résultante de tensions \vec{F}_{n1} et \vec{F}_{n2} , cette résultante tend automatiquement les brins mou et tendu. La tension initiale dans les deux brins est engendrée par le moment dû au poids du moteur.

4. Conditions de représentation graphique sur la figure 24.5

La variation des forces normales dans les brins mous et tendus de la courroie est basée sur les hypothèses suivantes :

- la matière de la courroie obéit à la loi de Hooke : loi de proportionnalité entre les forces et les allongements,
- sous le couple nominal $M_{t1 \text{ nom}}$, le rapport des tensions vaut $e^{\mu\alpha} = 2,5$,
- l'angle d'enroulement vaut $\alpha = 180^\circ = \pi$ radians pour toutes les dispositions,
- le coefficient de frottement de calcul vaut alors $\mu = 0,292$,

24. Transmission par liens flexibles

- le coefficient de sécurité au glissement est admis à $S_{gl} = 1,4 \Rightarrow \mu = \mu' \cdot S_{gl}$,
- la variable indépendante en abscisses est le rapport entre le couple produit et le couple nominal sur la petite poulie $M_{t1}/M_{t1\text{ nom}}$, la force tangentielle nominale étant F_t .

Au moment du glissement, le rapport des tensions vaut $e^{\mu\alpha} = 3,61$ et le coefficient de frottement de glissement atteint ainsi $\mu = 0,408$. La réaction de l'appui sur la poulie motrice se traduit pratiquement par la somme $\vec{F}_B = \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2}$.

5. Conclusions sur le comportement

En observant les trois graphiques, on s'aperçoit que :

- la transmission directe présente du glissement dès que le couple dépasse approximativement le tiers du couple nominal.
- la réaction d'appui croît avec le couple sauf pour la courroie directe.
- Les dispositions avec enrouleur et à auto tension permettent des pointes de couple pouvant dépasser 60% du couple nominal.
- à partir des hypothèses émises, la transmission directe peut remplir le rôle de limiteur de couple par glissement de la courroie sur les poulies.

24.1.3.6 CARACTÉRISTIQUES DES MATIÈRES POUR COURROIES

À l'heure actuelle, la plupart des transmissions par courroies utilisent les courroies multicouches avec éléments de traction en fibres synthétiques : polyamide, fibre de verre, fibre aramide Kevlar. Ces matières possèdent des couches de traction peu déformables et une couche extérieure à frottement élevé. Les courroies sont découpées dans des bandes de longueur finie, à la largeur voulue, les extrémités du lien sont taillées en biseau et le plus souvent collées. Si la courroie doit entraîner des poulies sur les deux faces, une seconde couche de frottement est appliquée sur la seconde face.

Les courroies textiles possèdent une ou plusieurs couches de traction en coton, polyamide ou polyester. Elles se composent le plus souvent de 3 à 6 couches vulcanisées. La face de frottement est revêtue de caoutchouc ou de polyuréthane. La courroie monocouche trouve emploi dans les transmissions à haute vitesse, les multicouches dans l'industrie pour des vitesses moyennes.

Les fabricants de courroie fournissent généralement plusieurs nomogrammes et des coefficients de correction pour le calcul rapide d'une transmission par courroie plate. Ces abaques tiennent compte de la vitesse circonférentielle sur les poulies, du type de courroie, des diamètres des poulies et de leur différence, de l'angle d'enroulement minimal sur la plus petite des poulies.

24.1.3.7 ENTRAINEMENTS SPÉCIAUX AVEC COURROIES PLATES

En complément aux trois solutions classiques d'entraînement avec des courroies plates, donnons les caractéristiques de quelques entraînements spéciaux (selon Habasit).

1. Entraînement par deux poulies dont l'une est folle

Dans cette disposition, l'arbre entraîné est immobile lorsque la courroie est placée sur la poulie folle. Les conditions à remplir par la transmission sont :

- poulie motrice fixe bombée, les deux autres poulies sont cylindriques,
- diamètre de la poulie folle plus faible que celui de la poulie fixe,
- différence de diamètre environ 1 à 2 mm,
- fourchette d'embrayage équipée de préférence de rouleaux et placée sur le brin mou près de la poulie entraînée,
- axes des rouleaux exactement perpendiculaires à la courroie.

Tableau 24.1

Caractéristiques de calcul des courroies plates usuelles

Matière des courroies	Résistance à la traction		Épaisseur, masse volumique, Résistance limite, coefficient de calcul					Limites d'utilisation		
	E_n N/mm ²	R_m N/mm ²	S mm	ρ kg/dm ³	S_{limite} N/mm ²	μ' --	E_f N/mm ²	d/s min	f_{flim} N/mm ²	v_{max} m/s
Multicouche										
Fils PA-PE /caout	650	240	1,5..3.3	1,25	8,5	0,75	60	50	100	80
Enrobage PU /CH	550	190	1.7..8.0	1.25	7.0	0.30	50	50	100	80
Bandes PA / caout.	550	200	1.5..3.3	1.25	7.0	0.75	50	50	100	80
Pré-tendues / CH	450	160	1.7..8.0	1.25	5.5	0.30	40	40	100	80
Cuir										
Cuir normal	250	25	3..7	1,0	3,9	0,3	50	30	5	30
	250	25	8..12	1,0	3,9	+	70	35	5	25
	250	25	14..20	1,0	3,9	$v_u/100$	90	45	5	25
Cuir souple	350	30	3..7	0,95	4,4	0,3	40	25	10	40
	350	30	8..12	0,95	4,4	+	60	30	10	35
	350	30	14..20	0,95	4,4	$v_u/100$	80	40	10	30
Textiles										
Soie artificielle		50	2..18	1,0	3,9	0,35	40			
Coton	900	44	4..12	1,3	3,9	0,30	40	20	40	50
PA ou Perlon	900	200	4..1,2	1,1	9	0,30	40	20	80	60
Ruban d'acier	21E4	1500	0,2..1,2	7,85	330	0,30	21E4	1000	45	50

Les grandeurs numériques du tableau sont des valeurs moyennes.
 Pour les courroies fournies par les fabricants, adopter les valeurs proposées dans la documentation.

2. Entraînement par poulies coniques

Cette disposition permet d'atteindre une variation continue du rapport des fréquences de rotation. Les conditions à remplir par cette transmission sont :

- diamètre des poulies aussi grand que possible afin qu'une courroie étroite puisse être utilisée,
- même conicité sur les deux poulies coniques. Conicité maximale 10%,
- entraxe minimal : $a_{min} = 2 (D + d)$,
- désaxement latéral Δx des poulies coniques de façon à ce que la courroie circule aussi librement que possible entre les rouleaux de guidage,
- rouleaux de guidage placés sur le brin mou près de la poulie menée et exactement perpendiculaires au plan des axes des poulies coniques.

3. Entraînement à inversion du sens de rotation

Ce genre de transmission permet l'inversion du sens de rotation de la poulie menée. Les conditions à remplir par cette conception sont :

- la grande poulie doit être bombée,
- la petite poulie et les poulies de renvoi seront cylindriques,
- le diamètre des poulies de renvoi ne devrait pas être plus petit que le diamètre de la petite poulie.

4. Entraînement sur plusieurs arbres

Cette disposition permet d'obtenir une transmission de puissance sur plusieurs arbres avec une seule courroie. Les conditions de conception à remplir sont :

- en général un guidage de courroie est possible seulement lorsque la plus grande des poulies est bombée,
- au besoin, d'autres poulies peuvent être bombées, mais uniquement celles qui enroulent la courroie dans le même sens,
- les poulies bombées et leurs profils doivent se trouver exactement dans le même plan.

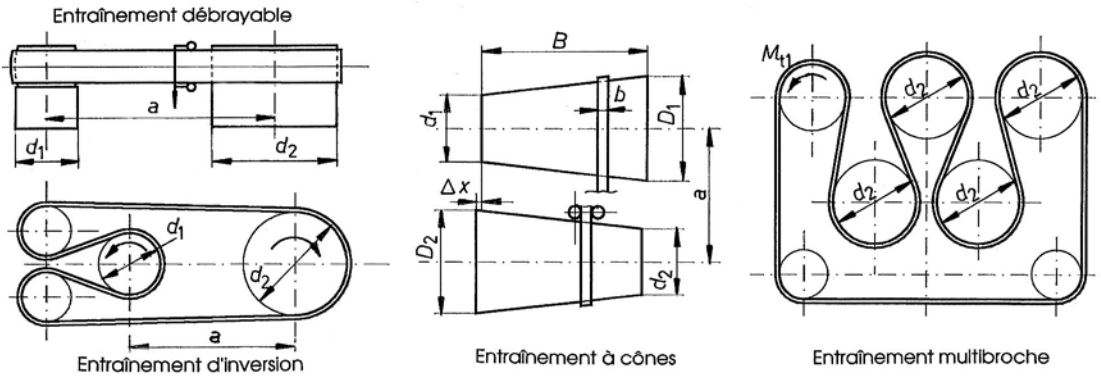


Figure 24.6 Entraînements spéciaux avec courroies plates

24.1.3.8 POULIES POUR COURROIES PLATES

Les poulies se composent de la jante ou partie extérieure supportant la courroie, du moyeu servant à la fixation de la poulie sur l'arbre et de la brassure ou liaison entre le moyeu et la jante. Les matériaux utilisés sont : la fonte grise ordinaire ou alliée, la fonte nodulaire, l'acier coulé, les alliages légers, etc. Les grandes poulies sont fabriquées en deux pièces et sont assemblées au moyen de vis de serrage.

L'épaisseur de la jante est choisie approximativement entre $d/300+2$ et $d/200+3$ mm. Le profil est généralement bombé sur la grande poulie, plat sur la petite poulie. Les poulies folles sont toujours prévues à jante cylindrique. Le bombage de la poulie améliore la stabilité de la transmission et oblige la courroie plate à se centrer. La largeur de la jante sera 10 à 50 mm plus grande que la largeur de la courroie, voir tableau ci-après. Les surfaces de contact sont à usiner finement ($R_a \leq 0,8 \mu\text{m}$) afin d'augmenter la durée de vie de la courroie et le coefficient de frottement réel.

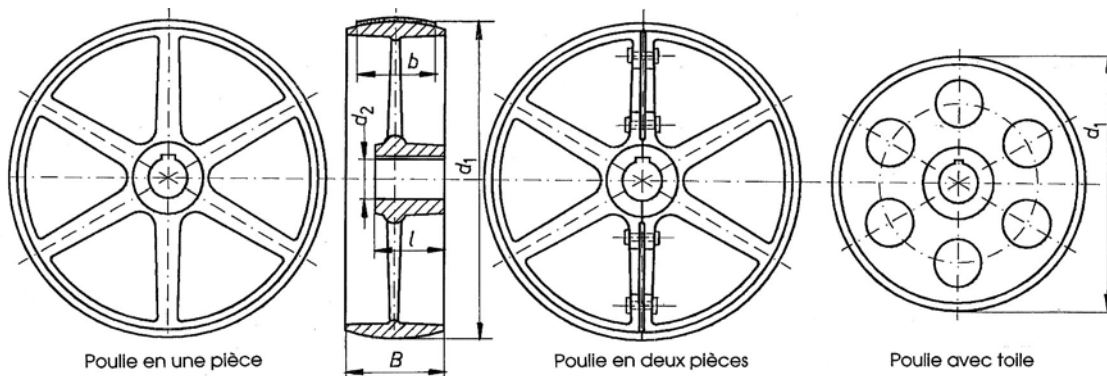


Figure 24.7 Poulies pour courroies plates

Tableau 24.2

Diamètres des poulies, largeur des poulies et hauteur du bombé

Diamètres selon normes ISO et DIN 111 (en gras : diamètre à préférer)															
40	45	50	56	63	71	80	90	100	112	125	140	160	180	200	224
250	280	315	355	400	450	500	560	630	710	800	900	1000	1120	1250	1400
1600	1800	2000													
Largeur des poulies B et largeur maximale de la courroie plate b_{max}															
$B =$	25	32	40	50	63	80	100	125	140	160	180	200	224	250	280
$b_{max} =$	20	25	32	40	50	71	90	112	125	140	160	180	200	224	250
$B =$	315	355	400												
$b_{max} =$	280	315	355												
Bombé sur la jante															
diamètres de 40 à 112 mm				0,3 mm				diamètres 125 et 140 mm				0,4 mm			
diamètres 160 et 180 mm				0,5 mm				diamètres 200 et 224 mm				0,6 mm			
diamètres 250 et 280 mm				0,8 mm				diamètres 315 et 355 mm				1,0 mm			
Diamètres	Largeur	140	180	224	280	largeur	largeur								
en	\leq	à	à	à	à	=	\geq								
mm	125	160	200	250	315	355	400								
400 et 450	1,0	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2								
500 et 560	1,0	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5								
630 et 710	1,0	1,5	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0								
800 et 900	1,0	1,5	2,0	2,5	2,5	2,5	2,5								
1000	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,0	3,0								
1250	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0								
1600	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0								
2000	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	6,0								

24.1.4 CHOIX PRATIQUE D'UNE TRANSMISSION PAR COURROIE

Les diverses expressions proposées pour le calcul d'une transmission par courroie plate ne sont guère utilisées dans la pratique. En effet, les fabricants de courroies offrent aux utilisateurs des méthodes simplifiées pour déterminer le type et les dimensions à prévoir. La méthode de calcul diffère d'un catalogue à l'autre. Le principe consiste à modifier la largeur théorique ou nominale de la courroie de telle manière que l'entraînement donne pleinement satisfaction en service.

24.1.4.1 RECHERCHE DES DIMENSIONS TRANSVERSALES

À partir de la largeur nominale de la courroie b_{nom} , la méthode de calcul usuelle se sert des corrections suivantes :

- Correction engendrée par l'angle d'enroulement C_α (si l'angle a diffère de 180°),
- Correction provoquée par le facteur de service C_2 ,
- Correction imposée par la modification du coefficient de frottement réel C_μ .

La largeur de la courroie se trouve alors par :

$$b = b_{nom} \cdot C_\alpha \cdot C_2 \cdot C_\mu, \tag{24.6.1}$$

- avec :
- b_{nom} largeur de la courroie sous le couple nominal et la fréquence nominale,
 - C_α facteur de correction selon relation (6.2.4.4) ou la fig. 6.42,
 - C_2 facteur de service selon tableau 24.3 ci-après,

24. Transmission par liens flexibles

C_{μ} facteur de frottement provoqué par les conditions ambiantes.
Ce dernier facteur est très souvent combiné avec C_2 par les fabricants.

Tableau 24.3
Facteurs de service C_2 pour les courroies plates

Service de la machine menée	Couple maximal du moteur				Courroies Habasit			
	$\leq 2 M_{\text{tnom}}$		$> 2 M_{\text{tnom}}$		Moteur triphasé à couple de démarrage moyen (étoile-triangle bien réglé)			
	Service < 10 heures/jour				Groupe			
	Courroies							
	Plate	cran-	plate	cran-	F	TF	A	S
	Trapéz	tées	trapéz.	tées				
<i>Très régulier :</i> Machines de bureau, de ménage, caméras, compteurs.	1.0	1.0	1.0	1.2	1.0	1.0	1.0	1.0
Pompes centrifuges, compresseurs, Ventilateurs, pompes, générateurs	1.1	1.4	1.1	1.5	1.1	1.2	1.1	1.1
<i>Irrégulier sans choc :</i> Machine-outil pour les métaux, machines à travailler le bois, machines textiles et d'imprimerie, centrifuges	1.2	1.5	1.3	1.7	1.12	1.2	1.1	1.1
<i>Irrégulier avec chocs :</i> Raboteuse, mortaiseuse, métier à tisser, presse, petit laminoir	1.2	1.6	1.4	1.8	1.2	1.5	1.2	1.2
<i>Avec chocs prononcés :</i> Moulin, concasseur, scie multiple, calandre, compresseur à pistons	1.3	1.7	1.5	1.9	1.8	<i>pu</i>	1.4	<i>pu</i>
Pour un service de 10 à 16 heures par jour : ajouter 0,1								
Pour un service de plus de 16 heures par jour : ajouter 0,2								
Courroies Habasit : forte influence d'humidité et/ou poussière, influence d'huile et de graisses : tous								
Les groupes F, TF, A, S : ajouter 0,4 aux valeurs proposées.								
<i>pu</i> l'utilisation n'est pas recommandée								

24.1.4.2 DONNÉES TECHNIQUES DES COURROIES HABASIT

La présentation du choix se sert de la documentation proposée par la maison Habasit SA, CH-4153 Reinach. La structure schématique des courroies plates comprend :

- une couche de friction en élastomère assurant la transmission de puissance entre la courroie et les poulies,
- une couche intermédiaire textile (pour les courroies plates aramide, une couche de fusion thermoplastique),
- une couche de traction en polyamide ou en aramide, absorbant les forces dans la courroie lors de la transmission de puissance,
- un revêtement protégeant le corps de la courroie contre les agents extérieurs ou une couche de friction en élastomère en cas de transmission sur les deux faces.

Les courroies plates Habasit existent en quatre groupes selon les conditions d'utilisation et le genre de transmission. Toutes les courroies sont antistatiques en permanence.

1. Groupe F

Ce type de courroie comprend une couche avec élément de traction stabilisé en polyamide et deux couches d'adhérence en caoutchouc de nitrile à surface structurée d'un côté. Ce groupe est prévu pour des conditions d'utilisation normales. Le rapport poids/puissance est particulièrement favorable. La largeur de fabrication est 1200 mm. Le tableau 6.9 donne les diverses caractéristiques. La température admissible momentanée peut atteindre les limites -30°C à 150°C.

2. Groupe TF

Ce type de courroie comprend une couche avec élément de traction aramide et des couches de friction sur les deux côtés à surface structurée en caoutchouc de nitrile. Ce groupe est prévu pour des conditions d'utilisation en transmission directe et avec inversion. La largeur de fabrication est comprise entre 1200 et 1100 mm. Le tableau 24.4 donne les autres caractéristiques techniques. Comme le module d'élasticité de la couche de traction est très grand, ces courroies sont en mesure de transmettre des forces périphériques très élevées pour des tensions de pose plus faibles. Le glissement fonctionnel est réduit sur les poulies et les pertes en énergie interne sont réduites au minimum. La température admissible momentanée peut atteindre les limites -30°C à 80°C.

3. Groupe A

Ce type de courroie comprend une couche de tissus et une couche de traction stabilisée en polyamide avec couche super adhérente en caoutchouc de nitrile et profil longitudinal anti-aéroplaning. Ce groupe est prévu pour des conditions d'utilisation difficiles, en présence d'humidité, de poussières, d'à-coups et/ou de risques d'explosion. Il se caractérise par une excellente résistance à l'usure. La puissance entraînée peut atteindre jusqu'à 5000 kW et la vitesse de la courroie jusqu'à 100 m/s. Les couches permettent d'obtenir un rendement optimal. La largeur de fabrication est 1200 mm. La température admissible momentanément peut atteindre les limites -30°C à 150°C.

4. Groupe S

Ce type de courroie comprend deux couches de tissus et une couche de bandes de traction stabilisée en polyamide alliées à une couche d'adhérence sur les deux côtés en caoutchouc de nitrile acrylique. Les couches de friction sont structurées. Ce groupe est prévu pour fonctionner sur des poulies en aluminium, avec de grands rapports de transmission, pour des entraînements multiple et tangentiel ou à poulies multiples. La largeur de fabrication est 1200 mm ou 2400 mm. La température admissible momentanément peut se situer dans les limites -30°C à 150°C.

24.1.4.3 TYPE ET ENTRAXE RECOMMANDÉS

Le choix approximatif du type de courroie Habasit s'effectue sur le figure 24.8. Cette représentation de la puissance transmissible en fonction de la fréquence de rotation de la plus petite des poulies permet de trouver un point situé dans la zone d'un type de courroie.

L'entraxe minimum a d'une transmission directe par courroie Habasit se trouve par l'expression simplifiée :

$$a \geq 0,7 (d_1 + d_2), \quad (24.7.1)$$

avec : d_1 diamètre de la poulie motrice,
 d_2 diamètre de la poulie menée.

24. Transmission par liens flexibles

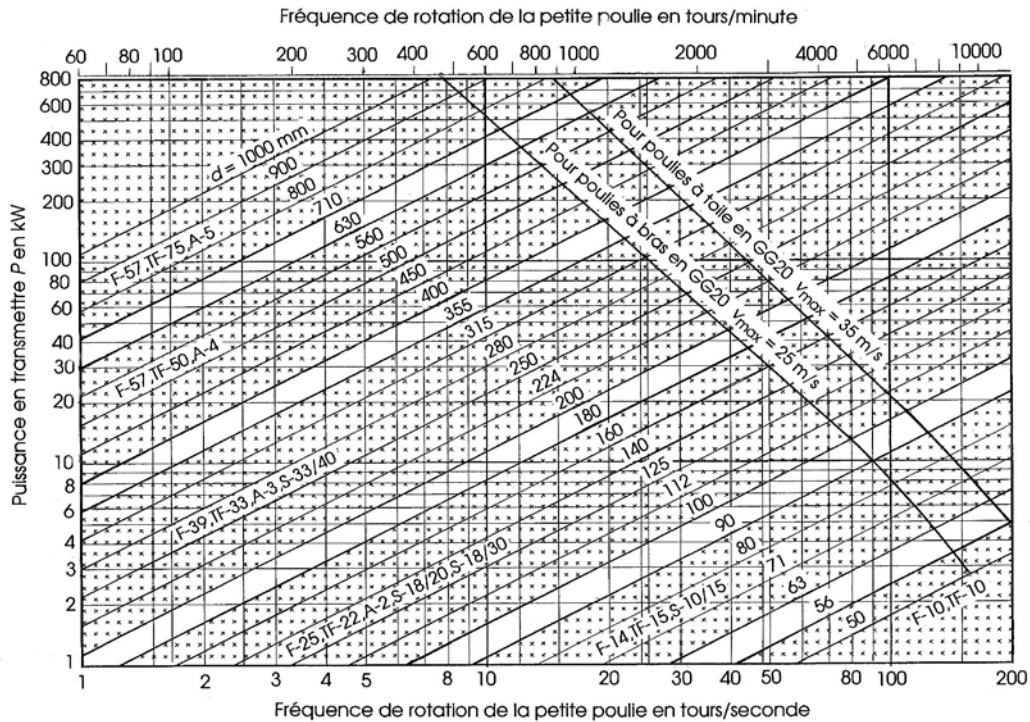


Figure 24.8 Choix du type de courroie Habasit en fonction de la fréquence et de la puissance

Le diamètre de la plus petite des poulies devrait être 1,5 à 2 fois le diamètre minimal donné dans la table afin de limiter la contrainte de flexion dans la courroie.

24.1.4.4 TENSION DE POSE

Pour transmettre la force tangentielle d'une poulie à l'autre, il est nécessaire de tendre les brins de la courroie. Cette tension doit assurer le non glissement de la force portante de la courroie sur les jantes des poulies. De plus, elle doit éviter toute sollicitation inutile dans la section la plus sollicitée et sur les appuis des poulies.

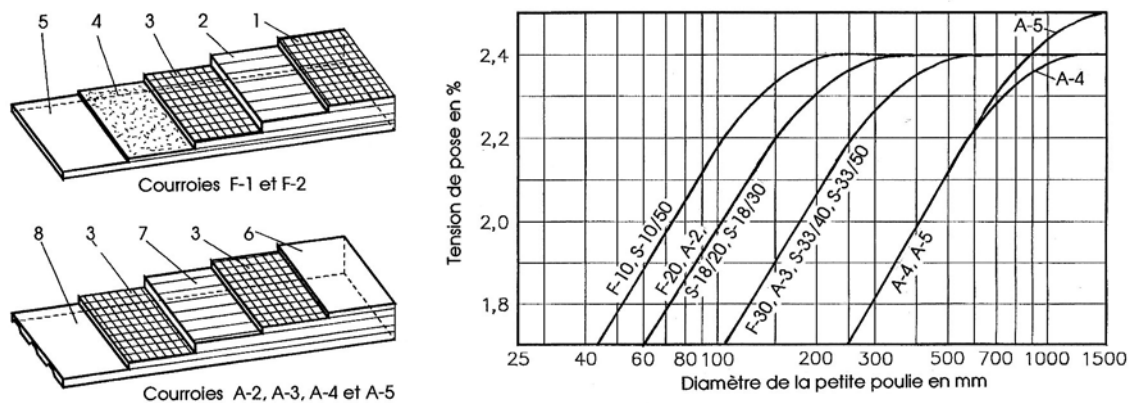


Figure 24.9 Couches composantes des courroies Habasit des groupes F et A :

- 1 - dos : couche NBR + tissus PA
- 2 - bandes de traction en PA
- 3 - tissus PA
- 4 - couche antistatique
- 5 - face de friction : NBR structuré
- 6 - dos : NBR rugueux
- 7 - bandes de traction en PA
- 8 - face de friction : NBR antistatique à rainures longitudinales

Tension de pose recommandée pour les groupes F, A et S (selon document T 50)

24.1.4.5 CARACTÉRISTIQUES DE CALCUL

Ces caractéristiques sont données dans le tableau 24.4 et sont tirées des catalogues du fabricant.

Tableau 24.4
Caractéristiques de calcul des courroies HABASIT

Groupe	Caractéristiques mécaniques de calcul										
	s mm	ρ kg/dm ³	d_{\min} mm	$F_{1\%}$ N/mm	E_n N/mm ²	F_t N/mm	F_t N/mm ²	F_{Rm} N/mm	R_m N/mm ²	μ -	T °C
F F-10	1,1	1,18	25	3,7	335	10,0	9,1	150	136	0,7	-20/100
F-14	1,2	1,17	30	6,0	500	14,0	11,7	200	167	0,7	-20/100
1F F-25	2,0	1,20	75	11,0	550	25,0	12,5	430	215	0,7	-20/100
F-39	2,6	1,23	120	17,0	655	39,0	15,0	660	254	0,7	-20/100
F-57	3,4	1,24	200	25,0	735	57,0	16,8	800	235	0,7	-20/100
TF TF-10	1,7	1,06	25	10,0	590	10,0	5,9	50	29,4	0,7	-20/65
TF-15	2,0	1,05	32	15,0	750	15,0	7,5	70	35,0	0,7	-20/65
2F TF-22	2,4	1,08	63	22,0	920	22,0	9,2	90	37,5	0,7	-20/65
TF-33	3,0	1,07	90	33,0	1100	33,0	11,0	120	40,0	0,7	-20/65
TF-50	3,9	1,08	140	50,0	1280	50,0	12,8	180	46,2	0,7	-20/65
TF-75	4,4	1,05	200	75,0	1700	75,0	17,0	270	61,4	0,7	-20/65
A A-2	2,7	1,00	60	7,5	280	19,5	7,2	280	104	0,8	-20/100
A-3	3,4	1,03	110	12,5	370	32,0	9,4	480	141	0,8	-20/100
1F A-4	5,0	1,06	240	22,6	450	53,0	10,6	760	152	0,8	-20/100
A-5	6,8	1,06	340	32,8	480	90,0	13,2	950	140	0,8	-20/100
S S-10/50	1,5	1,07	25	3,9	260	10,0	6,7	170	113	0,6	-20/100
S-18/20	2,0	1,10	60	7,5	370	18,0	9,0	280	140	0,6	-20/100
2F S-18/30	3,0	1,13	60	7,6	250	18,0	6,0	290	97	0,6	-20/100
S-33/40	4,0	1,00	110	12,5	310	33,0	8,3	480	120	0,6	-20/100
S-33/50	5,0	1,16	110	12,6	250	33,0	6,6	490	98	0,6	-20/100
1F Couche de friction d'un seul côté : caoutchouc de nitrile acrylique 2F Couche de friction des deux côtés : caoutchouc de nitrile acrylique s épaisseur de la courroie ρ masse volumique $F_{1\%}$ force de traction pour 1% d'allongement E_n module d'élasticité longitudinal (calculé sur 1% d'allongement) F_t forces périphériques nominales F_{Rm} force de rupture R_m contrainte de rupture en traction μ coefficient de frottement des couches de friction T domaine des températures de service admissibles											
Facteur de correction pour l'angle d'enroulement											
Rapport i :		1	1,25	1,6	2,0	3,0	4,0	5,0	8,0	14	
Angle α approx. :		180°	170°	160°	150°	140°	130°	120°	110°	100°	
Facteur C_a :		1,00	1,03	1,06	1,09	1,12	1,16	1,19	1,22	1,25	

24. Transmission par liens flexibles

24.1.4.6 EXEMPLE DE CALCUL

Une transmission par courroie plate directe doit transférer une puissance de 45 kW entre un moteur électrique, tournant à $n_1 = 1460$ t/min, et une machine à service irrégulier avec chocs, tournant à $n_2 = 520$ t/min. Quelle type de courroie Habasit faut-il adopter et quels sont les efforts sur les divers composants ?

1. Dimensions générales

Rapport de transmission	$i = 1460 \text{ t/min} / 520 \text{ t/min} = 2,81.$
Types de courroie	A-3 .
Diamètre de la petite poulie	$d_1 = 224 \text{ mm},$
Diamètre de la grande poulie	$d_2 = d_1 \cdot i = 629 \text{ mm}, \Rightarrow \text{adopté } d_2 = 630 \text{ mm}.$
Rapport de transmission définitif	$i = 630 \text{ mm}/224 \text{ mm} = 2,813.$
Entraxe minimal	$a_{\min} = 0,7 (224 \text{ mm} + 630 \text{ mm}) = \text{environ } 600 \text{ mm}.$
Entraxe	admis $a = 800 \text{ mm}.$

2. Géométrie de la courroie

Angle des brins :	$\sin\beta = (630 - 224) \text{ mm} / 1600 \text{ mm} = 0,254 \Rightarrow \beta = 14,7^\circ.$
Angles d'enroulement :	$\alpha_1 = 180^\circ - 2 \cdot 14,7^\circ = 150,6^\circ = 2,628 \text{ rad}.$ $\alpha_2 = 180^\circ + 2 \cdot 14,7^\circ = 209,4^\circ = 3,655 \text{ rad}.$
Longueur intérieure de la courroie	$l = 0,5 (224+630) \pi + 1600 + (630-224)2/3200 = 2993 \text{ mm}.$
Longueur sur épaisseur moyenne	$l = (112+1,7) \alpha_1 + (315+1,7) \alpha_2 + 2.800 \cdot \cos\beta = 3004 \text{ mm}.$
Tension de pose	$\varepsilon = 2,1 \%$ selon figure 24.9.
Longueur de la courroie écourtée	$l_{\text{écourtée}} = 3004 \text{ mm} \cdot (1 - 0,021) = 2941 \text{ mm}.$
Course du dispositif de tension	$\Delta x \approx 0,5 (3004 - 2941) \text{ mm} = 31,5 \text{ mm}.$

3. Grandeurs mécaniques

Fréquences de rotation :	$n_1 = 1460 \text{ t/min} = 24,33 \text{ t/s}.$ $n_2 = n_1/i = 8,651 \text{ t/s}.$
Vitesses angulaires :	$\omega_1 = 2 \pi n_1 = 152,89 \text{ rad/s}.$ $\omega_2 = 2 \pi n_2 = 54,36 \text{ rad/s}.$
Couples moteur et mené :	$M_{t1} = P_1/\omega_1 = 45000 \text{ W}/152,89 \text{ s}^{-1} = 294,3 \text{ mN}.$ $M_{t2} = M_{t1} \cdot i = 827,8 \text{ mN}.$
Vitesse de la courroie :	$v_{u1} = v_{u2} = \pi d_1 n_1 = 17,12 \text{ m/s}.$
Force tangentielle :	$F_t = M_{t1}/(0,5 d_1) = 2628 \text{ N}.$

4. Largeur de la courroie

Caractéristiques :	Modèle adopté : A-3
Épaisseur de la courroie	$s = 3,4 \text{ mm} ,$
Masse par unité de surface	$m_1 = 3,5 \text{ kg/m}^2,$
Masse volumique	$\rho = 1,03 \text{ kg/dm}^3,$
Diamètre minimal de la poulie	$d_{\min} = 110 \text{ mm},$
Force pour un allongement de 1%	$F_{1\%} = 12,5 \text{ N/mm},$
Coefficients de frottement	$\mu = 0,8,$
Coefficient de calcul	admis : $\mu' = 0,5.$
Force transmissible par mm	$F_t = 32,0 \text{ N/mm} ,$
Facteur de service	$C_2 = 1,2$ selon tableau 24.3,
Facteur d'angle de contact	$C_\alpha = (1 - e^{-0,5 \cdot 2,63}) / (1 - e^{-0,5 \cdot \pi}) = 1,08,$
Largeur nominale	$b_{\text{nom}} = 2628 \text{ N} / 32 \text{ N/mm} = 82,125 \text{ mm}.$
Largeur à prévoir	$b = 2628 \text{ N} \cdot 1,2 \cdot 1,08 / 32 \text{ N/mm} = 106,4 \text{ mm},$
Largeur pratique de la courroie	$b = 110 \text{ mm}.$
Largeur de la poulie	$b_{\text{poulie}} = 125 \text{ mm}.$

5. Efforts dans les pièces

Tension dans les brins au repos :	$F_{n10} = F_{n20} = 12,5 \text{ N/mm} \cdot 110 \text{ mm} \cdot 2,1 = 2888 \text{ N}.$
Réaction sur les poulies :	$F_{B10} = F_{B20} = 2 F_{n10} \cdot \cos\beta = 5587 \text{ N}.$
Force tangentielle maximale	$F_{t \max} = 2628 \text{ N} \cdot 1,2 = 3154 \text{ N}.$
Tensions maximales en service :	$F_{n1} = 2888 \text{ N} - 0,5 \cdot 3154 \text{ N} = 1311 \text{ N}.$ $F_{n2} = 2888 \text{ N} + 0,5 \cdot 3154 \text{ N} = 4465 \text{ N}.$
Réaction sous charge	$F_{B1x} = (1311 \text{ N} + 4465 \text{ N}) \cos\beta = 5587 \text{ N}.$ $F_{B1y} = (1311 \text{ N} - 4465 \text{ N}) \sin\beta = - 800 \text{ N}.$ $F_{B1} = F_{B2} = 5644 \text{ N}.$

Frottement

Coefficient de calcul exact	$\mu' = \ln(4465 \text{ N}/1311 \text{ N}) / 2,628 = 0,466.$
Sécurité au glissement	$S_{gl} = 0,8 / 0,466 = 1,71.$

Contraintes normales

- dans le brin tendu	$\sigma_{n2} = 4465 \text{ N} / (110 \cdot 3,4) \text{ mm}^2 = 11,9 \text{ N/mm}^2.$
- dans le brin mou	$\sigma_{n1} = 1311 \text{ N} / (110 \cdot 3,4) \text{ mm}^2 = 3,5 \text{ N/mm}^2$
- centrifuge	$\sigma_c = 1030 \text{ kg/m}^3 \cdot 17,122 \text{ m}^2 \cdot 10^{-6} = 0,3 \text{ N/mm}^2.$

24.2 TRANSMISSION PAR COURROIES TRAPÉZOÏDALES

Le développement des transmissions par courroies s'est effectué alternativement des courroies plates en cuir vers les courroies trapézoïdales, puis avec l'introduction judicieuse des matières synthétiques, de nouveau vers les courroies plates. L'apparition de nouveaux types, comme les courroies crantées, permet au concepteur de choisir les éléments les mieux adaptés parmi toute la gamme des produits existants actuellement sur le marché.

24.2.1 TYPES ET PRINCIPES DES COURROIES TRAPÉZOÏDALES

Il existe pratiquement trois types de courroies trapézoïdales : standard, étroit et large. Toutes ces courroies utilisent leurs faces obliques pour transmettre les forces tangentielles par frottement sur les joues des poulies profilées. Les courroies standard et à profil étroit peuvent se monter en parallèle et former un lot. Comme les courroies d'un même lot ne sont pas tout à fait de longueurs identiques, la tension préliminaire de pose est différente dans chacune d'elle. Avec le temps, la répartition de la charge entre les divers liens souples s'égalise et toutes les courroies finissent par supporter approximativement la même charge tangentielle.

24.2.1.1 PRINCIPE DE LA TRANSMISSION

Si la courroie trapézoïdale épouse la forme de la poulie comme c'est le cas dans la transmission par courroie trapézoïdale standard ou étroite, les actions normales élémentaires de la jante $d\vec{F}_n$ sur l'élément de courroie isolé permet d'écrire :

$$dF_{np} = 2 dF_n \cdot \sin(\psi/2),$$

ou :

$$dF_n = \frac{dF_{np}}{2 \sin(\psi/2)}. \quad (24.8.1)$$

La force de frottement élémentaire entre la courroie et chaque joue de la poulie vaut :

$$dF_{R1} = dF_{R2} = m \cdot dF_n.$$

En introduisant les mêmes hypothèses de frottement pour les courroies plates et trapézoïdales et en adaptant le plan des forces de la figure du chapitre 1, il est possible d'écrire la relation :

$$dF_{np} = F_n \cdot d\varphi.$$

L'augmentation de l'effort normal dans la courroie $d\vec{F}_{nc}$ est égale à la somme des forces de frottement élémentaires sur les deux faces :

$$dF_{nc} = dF_{R1} + dF_{R2} = \frac{\mu \cdot F_n \cdot d\varphi}{\sin(\psi/2)} = \frac{\mu}{\sin(\psi/2)} \cdot F_n \cdot d\varphi. \quad (24.8.2)$$

En remplaçant le rapport $\mu/\sin(\psi/2)$ par le coefficient de frottement équivalent μ_e , on peut écrire $dF_{nc}/F_n = \mu_e \cdot d\varphi$, soit :

$$dF_{nc} = \mu_e \cdot F_n \cdot d\varphi.$$

La solution de l'équation différentielle est analogue à celle de la courroie plate. Si l'angle d'enroulement sur la poulie vaut α , alors la force normale dans le brin tendu se trouve par :

$$F_{n2} = F_{n1} \cdot e^{\mu_e \alpha}. \quad (24.8.3)$$

La gorge dans la poulie a pour effet d'augmenter le frottement entre la courroie et la poulie. L'angle total de la gorge ψ varie entre 32° et 38° suivant le diamètre primitif de la poulie et le profil de la courroie.

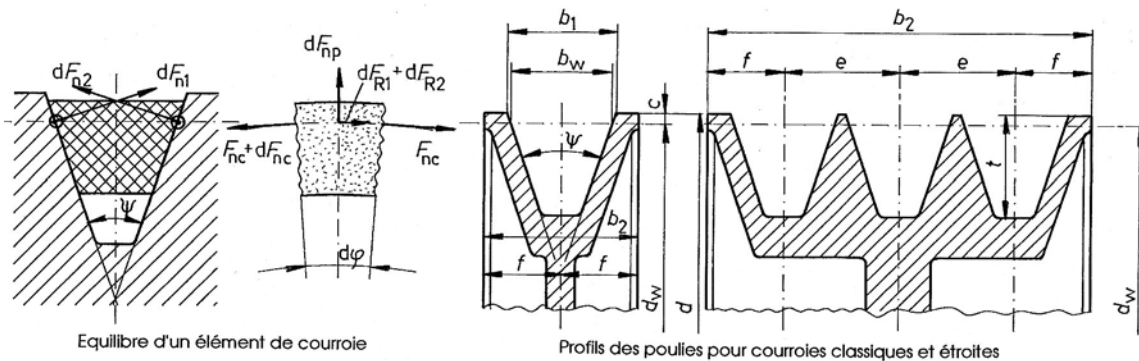


Figure 24.10 Equilibre de la courroie trapézoïdale dans la poulie
Profils des poulies pour courroies trapézoïdales standard selon norme DIN 2215

24.2.1.2 COURROIES TRAPÉZOÏDALES CLASSIQUES

Les courroies trapézoïdales classiques ou standard ont été créées il y a plus de 50 ans. À cette époque, elles permettaient de concurrencer sérieusement les courroies plates en cuir. Actuellement, elles sont remplacées le plus souvent par les courroies trapézoïdales étroites. L'emploi de matériaux identiques à ceux des courroies étroites a permis d'améliorer les courroies standards. Dans les transmissions existantes, elles permettent d'augmenter la sécurité et la durée de vie avec un nombre de courroies inchangé. Les caractéristiques de ces courroies sont :

- antistatiques,
- limites des températures : comprises entre -40°C à $+70^\circ\text{C}$,
- résistance chimique restreinte aux huiles, graisses et essences,
- longueur constante en livraison par lot,
- profils dans le commerce : 5/W, 6/Y, 8/T, 10/Z, 13/A, 17/B, 22/C et 32/C.

24.2.1.3 COURROIES TRAPÉZOÏDALES ÉTROITES

La concurrence entre les courroies trapézoïdales standard et les courroies plates à tissus synthétiques a obligé les fabricants des premiers types à améliorer la capacité portante de leurs courroies. Quatre types de courroies trapézoïdales à profil étroit, selon normes DIN

7753 ou ISO 4184, se sont imposées dans la conception de machines. Il existe en plus une gamme de courroies pour la technique automobile.

Tableau 24.5
Dimensions générales des courroies et poulies trapézoïdales classiques et étroites
 (Selon plusieurs normes DIN)

Profils DIN	(5)	6	(8)	10	13	17	(20)	22	(25)	32	40
Profils ISO	-	Y	-	Z	A	B	-	C	-	D	E
Courroies classiques											
Largeur b_0	5	6	8	10	13	17	20	22	25	32	40
b_w	4,2	5,3	6,7	8,5	11	14	17	19	21	27	32
Hauteur h	3	4	5	6	8	11	12,5	14	16	20	25
h_w	1,3	1,5	2	2,5	3,3	4,2	4,8	5,7	6,3	8,1	12
d_w min	20	28	40	50	71	112	160	180	250	355	500
Longueurs											
L_w min	160	185	280	300	560	670	900	1180	1820	2000	3000
L_w max	600	850	1600	2800	5300	7100	9500	12500	12500	12500	12500
Courroies étroites DIN 7753											
Profils ISO/DIN				SPZ	SPA	SPB	-	SPC			
Largeur $b_0 \approx$	-	-	-	9,7	12,7	16,3	-	22	-	-	-
b_w	-	-	-	8,5	11	14	-	19	-	-	-
Hauteur $h \approx$	-	-	-	8	10	13	-	18	-	-	-
d_w min	-	-	-	63	90	140	-	224	-	-	-
Longueurs											
L_w min	-	-	-	630	800	1250	-	2000	-	-	-
L_w max	-	-	-	3550	4500	7100	-	12500	-	-	-
Poulies pour courroies DIN 2211 et 2217											
Profils DIN	(5)	6	(8)	10	13	17	(20)	22	(25)	32	40
Profils étroits				SPZ	SPA	SPB	-	SPC			
Angle γ	Diamètres primitifs d_w en mm										
32°	≤ 50	≤ 63	≤ 75	-	-	-	-	-	-	-	-
34°	-	-	-	≤ 80	≤ 118	≤ 190	≤ 250	≤ 315	≤ 355	-	-
36°	> 50	> 63	> 75	-	-	-	-	-	-	≤ 500	≤ 630
38°	-	-	-	> 80	> 118	> 190	> 250	> 315	> 355	> 500	> 630
Tolérance	±1°	±1°	±1°	±1°	±1°	±1°	±1°	±30'	±30'	±30'	±30'
Gorges											
t	6	7	9	11	13,8	17,5	18	23,8	22	28	33
e	6	8	10	12	15	19	23	25,5	29	37	44,5
f	5	6	7	8	10	12,5	15	17	19	24	29
Remarques											
La largeur b_w des courroies trapézoïdales est sa largeur dans le plan du cylindre primitif.											
Cette largeur reste constante lorsque la courroie est cintrée.											
Toutes les dimensions des poulies sont affectées de tolérances.											

Les désignations de ces éléments sont : SPZ, SPA, SPB et SPC. Les propriétés générales de ces courroies étroites sont :

- antistatiques,

24. Transmission par liens flexibles

- domaine admissible des températures : de -40°C à 70°C ,
- résistance chimique restreinte aux huiles, graisses et essences,
- en lot : longueur constante des courroies sans fin,
- vitesse maximale : jusqu'à 40 m/s (courroies classiques 30 m/s),
- transmission de puissances pouvant atteindre jusqu'à 1000 kW .

Dans les nouvelles transmissions, les courroies trapézoïdales étroites à 4 profils remplacent facilement les 11 profils des courroies classiques. Les courroies étroites, profils SPZ, SPA, SPB, SPC, et les courroies classiques de profils 10, 13, 17 et 22. se montent dans des poulies selon DIN 2211. Les courroies classiques, profils 25, 32 et 40 se montent dans des poulies selon norme DIN 2217.

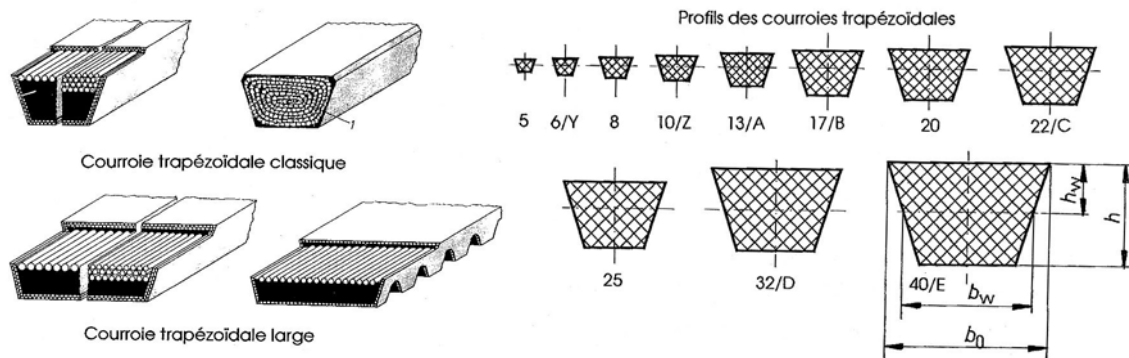


Figure 24.11 Composition des courroies trapézoïdales et profils des courroies classiques

24.2.1.4 COURROIES TRAPÉZOÏDALES LARGES

Les courroies trapézoïdales larges sont utilisées surtout dans les variateurs mécaniques de vitesse. Les normes DIN 7719 et ISO 1604 fixent les dimensions transversales des courroies sans fin et des flancs des poulies à diamètres constant et variable. Les désignations sont semblables à celles des courroies standard ou étroite. Les largeurs primitives b_w sont comprises entre 16 mm et 100 mm , désignations W16 à W100, les hauteurs entre 6 mm et 32 mm . L'angle des flancs n'est pas normé et il est généralement plus grand d'environ 2° que celui des poulies. Les dimensions principales sont :

$$b_w/h : 16/6 \quad 20/7 \quad 25/8 \quad 31,5/10 \quad 40/13 \quad 50/16 \quad 63/20 \quad 71/23 \quad 80/26 \quad 100/32$$

La plupart de ces courroies sont dentées sur la face inférieure afin de pouvoir s'appliquer sur les flancs des poulies à diamètre variable.

24.2.1.5 CONTRÔLE DE LA LONGUEUR DES COURROIES

Pour obtenir une répartition uniforme de l'effort tangentiel entre toutes les courroies du lot, il faudrait que toutes les longueurs primitives soient identiques. Les conditions de mesure des courroies trapézoïdales sont normées selon ISO et DIN. Elles consistent à appliquer, dans un système composé de deux poulies de mesure identiques et la courroie, figure 24.12, à la poulie libre une force axiale F_N , à faire accomplir à la courroie quelques révolutions, au moins 3, en agissant sur les poulies pour que la courroie se loge correctement dans les gorges. La longueur de la courroie est égale au double de l'entraxe a additionné des deux demi-circonférences primitives U_w :

$$L_w = 2 a + U_w.$$

Cette méthode est applicable aux trois types de courroies. Les fabricants peuvent offrir des lots de courroies ayant passés ce test et garantir des tolérances serrées sur les longueurs. Les

normes prévoient également des courroies trapézoïdales classiques ouvertes dont la longueur peut être adaptée aux conditions locales.

Remarque très importante

Lors d'une rupture ou d'une forte usure d'une courroie dans une transmission à plusieurs courroies, le lot complet doit être changé obligatoirement. La position des axes de rotation des poulies et l'entraxe doivent être variables afin d'atteindre la tension de pose correcte.

24.2.2 CALCULS ET CONTRÔLES DES COURROIES TRAPÉZOÏDALES

Les calculs et contrôles des transmissions par courroies trapézoïdales comportent la recherche du profil et du nombre de courroies en fonction de la puissance de la partie motrice, des fréquences de rotation des poulies menante et menée, de la variation du couple et de la présence d'à-coups, de la capacité de transfert des courroies.

24.2.2.1 CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES

Les symboles utilisés ici correspondent approximativement aux symboles DIN . Ils sont identiques pour les profils standard et étroit. La transmission se compose de deux poulies profilées. Les principaux symboles sont :

d_{wp}	diamètre primitif de la petite poulie	d_{wg}	diamètre primitif de la grande poulie
d_{w1}	diamètre de la poulie motrice	d_{w2}	diamètre de la poulie menée
a	entraxe	f_F	nombre de flexions par seconde,
F_t	force tangentielle	F_B	réaction sur les poulies,
i	rapport de transmission	L_w	longueur primitive de la courroie
n_1	fréquence de la poulie menante	n_2	fréquence de la poulie menée
n_p	fréquence de la petite poulie	n_g	fréquence de la grande poulie
P	puissance à transmettre	P_N	puissance nominale par courroie
v	vitesse de la courroie	z	nombre de courroies
x	ajustement de l'entraxe pour tension	y	ajustement de l'entraxe pour montage
α	angle d'enroulement	β	inclinaison de la courroie entre poulies
C_1	facteur d'enroulement	C_2	facteur de service
C_3	facteur de longueur		

Les caractéristiques générales de la transmission sont :

Vitesses angulaires :	$\omega_1 = 2 \pi n_1,$	$\omega_2 = 2 \pi n_2,$
Rapport de transmission :	$i = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2.$	
Choix des diamètres :	$d_{wp} = (1,5..2) d_{w \min},$ $d_{w2} = d_{w1} \cdot i.$	
Entraxe recommandé :	$0,7 (d_{wp} + d_{wg}) \leq a \leq 2 (d_{wp} + d_{wg}).$	
ou calcul à partir de la longueur L_w :	$a = p + \{p^2 - q\}^{0,5},$	
avec :	$p = 0,25 L_w - 0,393 (d_{wp} + d_{wg}),$ $q = 0,125 (d_{wg} - d_{wp})^2 .$	
Ajustement de l'entraxe :		
- pour obtenir la tension de pose :	$x \geq 0,03 L_w,$	
- pour monter les courroies sur les poulies :	$y \geq 0,015 L_w.$	
Vitesse de la courroie :	$v = \omega_1 \cdot d_{w1}/2 = \omega_2 \cdot d_{w2}/2.$	

24. Transmission par liens flexibles

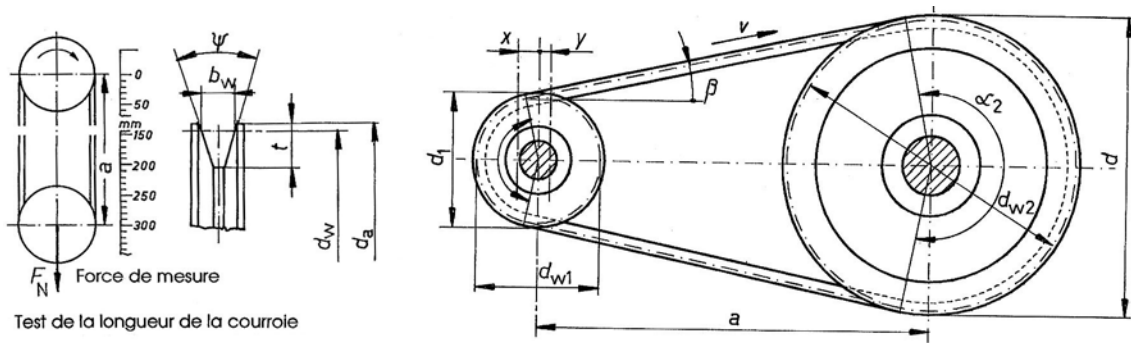


Figure 24.12 Détermination de la longueur des courroies trapézoïdales : test et géométrie

24.2.2.2 DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES

Les conditions d'entraînement et la longueur de la courroie sans fin se calculent sur les cercles primitifs des deux poulies, la largeur primitive de la courroie étant désignée par b_w . Les grandeurs géométriques intervenant dans le calcul de la longueur sont :

Inclinaison des brins : $\sin \beta = (d_{wg} - d_{wp}) / 2 a$.

Angles d'enroulement : $\alpha_p = \pi - 2 \beta$,

$\alpha_g = \pi + 2 \beta$.

Longueur de la courroie :

- longueur approximative : $L_w = \pi (d_{wg} + d_{wp}) / 2 + 2 a + (d_{wg} - d_{wp})^2 / (4 a)$,

- longueur exacte : $L_w = \alpha_p \cdot d_{wp} / 2 + \alpha_g \cdot d_{wg} / 2 + 2 a \cos \beta$.

Nombre de flexions dans la courroie : $f_f = 2 v / L_w$, (transmission à 2 poulies).

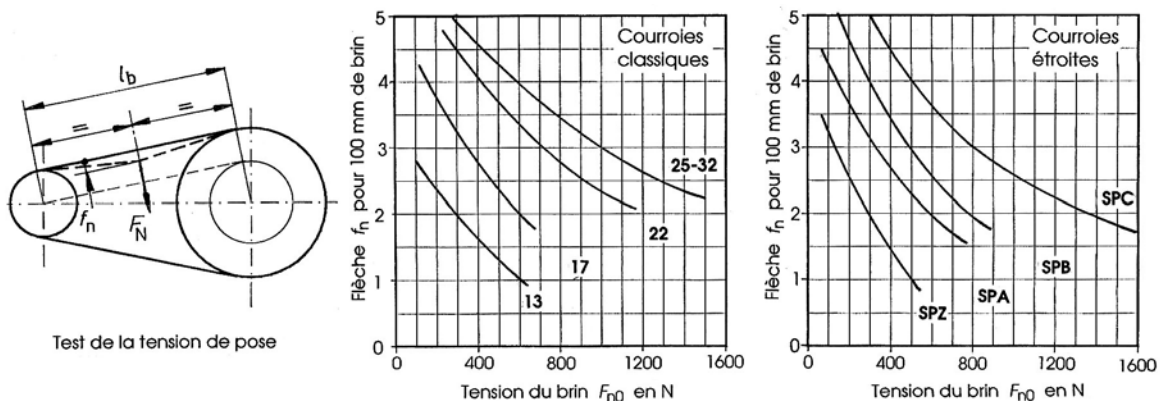


Figure 24.13 Test de la tension de pose Dimensions géométriques de la transmission par courroies trapézoïdales

24.2.2.3 TENSION DE POSE ET MODE DE CONTRÔLE

Comme pour les courroies plates, les courroies trapézoïdales doivent être tendues pour pouvoir transmettre la force tangentielle. Cette force tangentielle vaut, compte tenu du facteur de service C_2 et de la présence d'un lot de courroies :

$$F_{t \max} = \frac{C_2 \cdot P}{v} = \frac{C_2 \cdot P}{\omega_1 \cdot d_{w1} / 2} \quad (6.2.9.1)$$

La tension au repos dans les deux brins de la courroie trapézoïdale se règle au moyen d'un contrôle de la déformation transversale f_n du brin supérieur sous l'effet d'une force normale F_N appliquée au milieu du brin libre. La tension de pose doit assurer un glissement inférieur à 1% de la courroie dans la gorge.

Tableau 24.6
Facteurs de correction C_1 , C_2 et C_3 . Force test de la tension de pose

Facteur C_1 (correspond à C_a)										
$(d_{wg}-d_{wp})/a =$	0,00	0,15	0,35	0,50	0,70	0,85	1,00	1,15	1,30	1,45
Angle $\beta \approx$	180°	170°	160°	150°	140°	130°	120°	110°	100°	90°
Facteur $C_1 =$	1,00	0,98	0,95	0,92	0,89	0,86	0,82	0,78	0,73	0,68
Facteur C_2 voir tableau 24.3										
Facteur C_3 en fonction de la longueur primitive L_w										
Profil SPZ										
$L_w =$	630	710	800	1000	1250	1600	2000	2500	3150	3550
$C_3 =$	0,82	0,84	0,86	0,90	0,94	1,00	1,02	1,07	1,11	1,13
Profil SPA										
$L_w =$	800	1000	1250	1600	2000	2500	2800	3150	4000	4500
$C_3 =$	0,81	0,85	0,89	0,93	0,96	1,00	1,02	1,04	1,08	1,09
Profil SPB										
$L_w =$	1250	1600	2000	2500	3150	3550	4000	5000	6300	8000
$C_3 =$	0,82	0,86	0,90	0,94	0,98	1,00	1,02	1,06	1,10	1,14
Profil SPC										
$L_w =$	2240	2500	3150	4000	5000	5600	6300	8000	10000	12500
$C_3 =$	0,83	0,86	0,90	0,94	0,98	1,00	1,02	1,06	1,10	1,14
Profil 19										
$L_w =$	1600	2000	2500	3150	4000	4500	5000	6300	8000	10000
$C_3 =$	0,85	0,89	0,93	0,96	0,98	1,00	1,03	1,07	1,10	1,14
Tension de pose et effet centrifuge										
Profil	SPZ	SPA	SPB	SPC	10	13	17	22	25	32
Force F_N (N) =	25	50	75	125	-	25	50	100	125	150
Constante $C_c = 0,07$	0,13	0,21	0,38	0,06	0,11	0,18	0,31	0,4	0,6	

La tension dans un brin d'un lot de z courroies peut se trouver par la formule pratique donnée dans les catalogues :

$$F_{\text{brin}} \approx \frac{2,5 - C_1}{2C_1} \cdot \frac{P \cdot C_2}{z \cdot v} + C_c \cdot v^2. \quad (24.9.2)$$

Le second terme de l'expression représente l'effet centrifuge. Dans un premier calcul, la réaction d'appui sur les poulies vaut approximativement 1,5 à 2,5 fois la force tangentielle. Connaissant la tension de pose au repos $F_{n0} = F_{\text{brin}}$, la réaction d'appui sur les poulies se trouve par l'expression :

$$F_{B1} = F_{B2} = 2 F_{\text{brin}} \cdot \cos\beta \cdot z. \quad (24.9.3)$$

Cette réaction ne devrait pas être dépassée de plus de 5%. Il est recommandé de contrôler soigneusement le glissement en service dans la transmission. La figure 24.13 permet de vérifier la tension de pose. La force par brin se trouve au moyen de la relation ci-dessus et les graphiques fixent la déformation transversale de contrôle des courroies.

24.2.2.4 FACTEURS DE CORRECTION

Les tables très étendues des normes ou des catalogues donnent la capacité portante des courroies trapézoïdales. Elles présupposent un angle d'enroulement de 180°, un couple cons-

tant sur les deux poulies, une longueur nominale de la courroie. Les facteurs donnés dans les tableaux 24.3 et 24.6 permettent d'adapter le calcul aux conditions réelles de service :

- le facteur d'enroulement C_1 correspond au facteur C_α des courroies plates,
- le facteur de service C_2 dépend des couples sur les arbres menant et mené,
- le facteur de longueur C_3 est une particularité dans le calcul des courroies trapézoïdales.

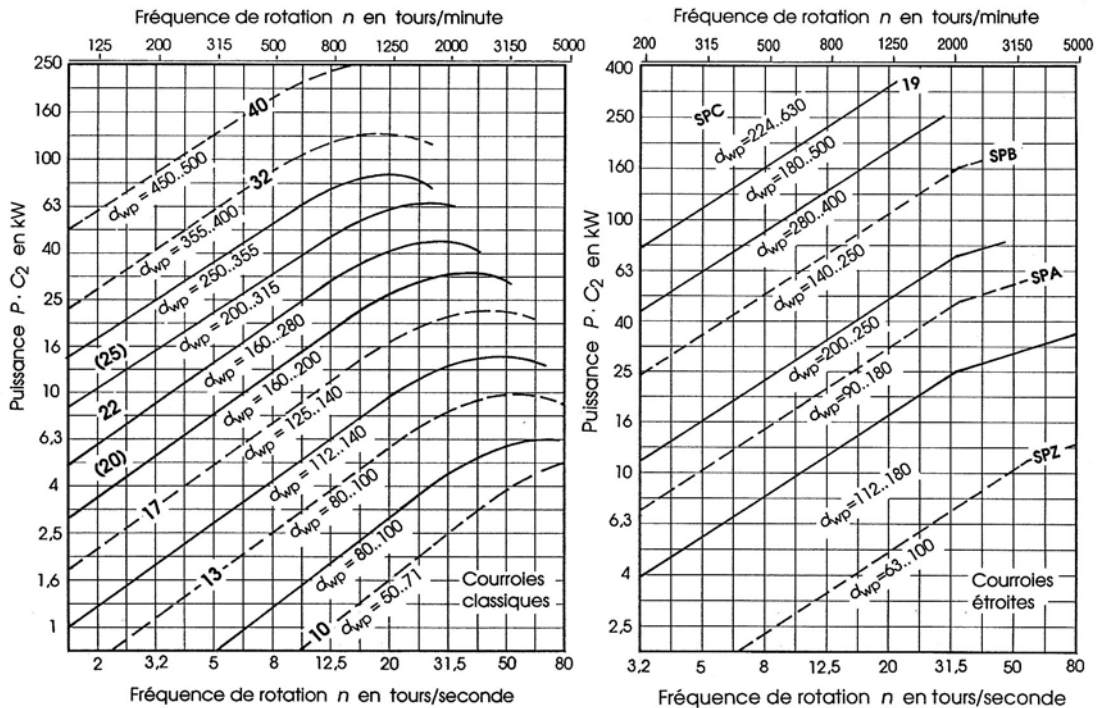


Figure 24.14 Choix de la taille des courroies trapézoïdales classiques et étroites en fonction de la fréquence de rotation et de la puissance totale à transmettre (selon normes DIN 2218 et 7753)

24.2.2.5 RECHERCHE DU PROFIL ET DU NOMBRE DE COURROIES

La figure 24.14 ci-dessus montre la puissance transmissible $P \cdot C_2$ en fonction de la fréquence de rotation et du modèle de courroies. Le point figuratif correspondant donne la taille et le diamètre primitif à prévoir pour la petite poulie. La recherche des dimensions de la transmission par courroie s'effectue de la manière suivante :

1. Connaissant la variation des couples, adopter le facteur C_2 selon tableau 24.3.
2. Calculer le produit $P \cdot C_2$ et rechercher la taille de la courroie étroite sur la figure 24.14.
3. Adopter le diamètre primitif normé de la petite poulie : si possible $d_{wp} \geq 1,5 d_{w \min}$.

Diamètres primitifs normés pour les courroies étroites (dépend de la taille de la courroie) :

50	56	63	71	80	90	100	112	125	140	150	160
180	200	224	250	280	300	315	355	400	500	560	630
710	800	900	1000								

4. Calculer le diamètre primitif normé de la grande poulie : $d_{wg} \approx i \cdot d_{wp} \Rightarrow d_{wg} = \dots$
5. Adopter l'entraxe a dans les limites proposées ou selon l'implantation.
6. Calculer la longueur primitive de la courroie : $L_{courroie}$.
7. Rechercher la longueur primitive la plus proche dans la norme ou dans le catalogue.
8. Calculer l'entraxe correspondant aux dimensions d_{wp} , d_{wg} et L_w .
9. Calculer les angles β , α_1 et α_2 , lire le facteur C_1 dans le tableau 24.6.
10. Trouver le facteur de longueur de courroie C_3 dans le tableau 24.6.

Si L_{wn} est la longueur nominale pour un facteur $C_3 = 1,0$, alors C_3 peut se trouver par :

$$C_3 \approx \frac{1 - \log L_w}{1 - \log L_{wn}} \quad (24.10.1)$$

11. Déterminer le nombre entier de courroies en parallèle :

$$z \geq \frac{P \cdot C_2}{P_N \cdot C_1 \cdot C_3} \quad (24.10.2)$$

La puissance nominale P_N est donnée sur la figure 24.15 en fonction de la fréquence de rotation et du diamètre des poulies. Elle augmente légèrement avec le rapport de transmission. Pour un rapport de transmission $i = 3$, l'augmentation vaut environ 10 %. La valeur exacte est interpolée dans les tables.

12. Contrôler les conditions de transmission : taille et nombre de courroies, choix des poulies motrice et entraînée. Optimiser l'ensemble en grandeurs, masses et coûts.

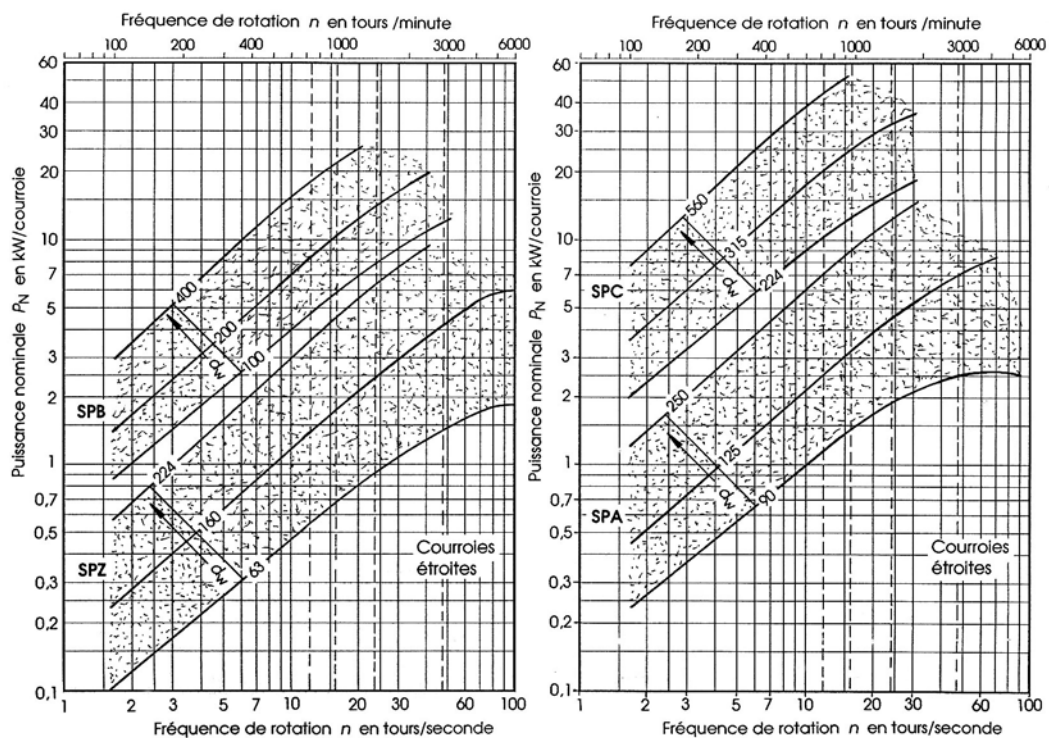


Figure 24.15 Capacité portante des courroies trapézoïdales étroites pour $i = 1,0$ (Catalogue Angst & Pfister : Entraînement pour courroies trapézoïdales Pirelli)

24.2.2.6 EXEMPLE DE CALCUL

Variante de l'exemple de transmission par courroie plate.

Une transmission par courroie trapézoïdale directe doit transférer une puissance de 45 kW entre un moteur électrique, tournant à $n_1 = 1460$ t/min, et une machine à service irrégulier avec chocs, service de 16 heures par jour, tournant à $n_2 = 520$ t/min. Quelle type et quel nombre de courroies étroites faut-il adopter dans cette disposition ? Quels sont les efforts sur les divers composants ?

1. Recherche de la taille des courroies

Selon tableau 24.3, le facteur de service vaut
 Rapport de transmission
 Puissance de calcul
 Fréquence de rotation

$C_2 = 1,2 + 0,1 = 1,3$.
 $i = 1460/520 = 2,81$.
 $P \cdot C_2 = 45 \text{ kW} \cdot 1,3 = 58,5 \text{ kW}$.
 $n_1 = 1460 \text{ t/min} = 24,3 \text{ t/s}$.

24. Transmission par liens flexibles

Choix provisoire selon figure 24.14

taille : SPB.

diamètre : $d_w = 140$ à 250 mm.

Diamètres adoptés $\approx 1,5 d_{w \min}$	200	224	250 mm
Diamètre de la grande poulie	560	630	710 mm
Entraxe $a \approx 0,9 (d_{wp} + d_{wg})$	680	780	860 mm
Rapport de transmission $i = d_{wg}/d_{wp}$	2,80	2,81	2,84
Puissance nominale selon catalogue (kW/courroie)	11,95	14,32	16,80
Supplément pour $i = 2,8$	1,16	1,16	1,16
Puissance nominale totale	13,11	15,48	17,96 kW.
Rapport $(d_{wg}-d_{wp})/a$	0,53	0,52	0,53
Nombre de courroies (avec $C_1 = 0,92$)	4,85	4,44	3,78
Nombre entier de courroies	5	5	4
Largeur de la poulie	101	101	82 mm
Masse de la petite poulie	9,98	13,40	15,90
Masse de la grande poulie	???	61,20	???

Remarque :

Les poulies $\varnothing 560$ mm et 710 n'existent pas dans le catalogue Angst & Pfister, donc seule la solution médiane convient dans le cas particulier.

2. Choix définitif et contrôle de la puissance transmissible

Adopté : 5 courroies SPB sur les poulies aux diamètres 224 mm et 630 mm.

Inclinaison de la courroie	$\sin \beta = (630 - 224) / 2.780 \Rightarrow \beta = 15,1^\circ$.
Angles d'enroulement	$\alpha_1 = 180^\circ - 2 \beta = 149,8^\circ$ $\alpha_2 = 180^\circ + 2 \beta = 210,2^\circ$.
Longueur de la courroie	$L_c = \pi (630+224)/2 + 2.780 \cdot \cos \beta + (630-224) \beta = 2955$ mm.
Longueurs selon catalogue	$L_w = 2800, 3000$ et 3150 mm \Rightarrow adopté $L_w = 3000$ mm. $p = 0,25 \cdot 300 - 0,393 (630+224) = 414,38$. $q = 0,125 (630-224)^2 = 20\ 604,5$.
Entraxe	$a \approx 414,38 + \{414,382 - 20\ 604,5\}^{0,5} = 803$ mm.
Contrôle de la longueur	$\sin \beta = (630-224)/2.803 \Rightarrow \beta = 14,65^\circ$ et $\alpha_1 = 150,7^\circ$.
Longueur contrôlée	$L_w = 2999$ mm.
Facteurs de correction :	
Rapport	$(630-224)/803 = 0,50 \Rightarrow C_1 = 0,92$.
Longueur nominale	$L_{wn} = 3550$ mm $\Rightarrow C_3 = 0,97$.
Puissance transmissible	$P_{tot} = 5 \cdot 15,48 \cdot 0,92 \cdot 0,97 / 1,3 = 53,1$ kW > 45 kW.
Vitesse angulaire	$\omega_1 = 152,89$ rad/s.
Vitesse de la courroie	$v = 152,89$ rad/s $\cdot 0,224$ m/2 = $17,12$ m/s.

3. Conditions de montage de la transmission

Variations d'entraxe

Montage du lot de courroies $y \geq 0,015 \cdot 3000$ mm = 45 mm.

Obtention de la tension de pose $x \geq 0,03 \cdot 3000$ mm = 90 mm.

Force tangentielle totale $F_{t \max} = 1,3 \cdot 45000$ W / $17,12$ m/s = 3417 N.

Force par courroie $F_{t1} = 683$ N.

Force dans les brins $F_{brin} = (2,5-0,92)/(2 \cdot 0,92) \cdot 683$ N + $0,21 \cdot 17,12$ = 648 N.

Réactions d'appui $FB1 = FB2 = 2 \cdot 648$ N $\cdot \cos b \cdot 5 = 6269$ N.

Tension de pose

Longueur du brin libre $l_b = 803$ mm $\cdot \cos \beta = 777$ mm.

Pour $F_{n0} = 650$ N $f_n = 2,4$ mm / 100 mm.

Force de contrôle $F_N = 75$ N.

Déformation de la courroie $f_n = 18,6$ mm / 777 mm.

24.3 TRANSMISSION PAR COURROIES CRANTÉES

Les transmissions de mouvements et d'efforts par courroies crantées permettent d'assurer un rapport constant en moyenne des fréquences de rotation des arbres menant et mené. Ce genre de transmission porte le nom de transmission synchrone par courroies et poulies. Plusieurs types de courroies sont à disposition des utilisateurs. Ces éléments sont fabriqués selon les normes ou sont produits par de grands fabricants. Les courroies sont équipées de denture sur la face intérieure et ces dents viennent s'engrener sur des poulies dentées. Elles représentent une famille d'éléments de machines se comportant comme des courroies trapézoïdales et des chaînes. Elles résolvent élégamment les problèmes de glissement ainsi que ceux du bruit, d'usure et de lubrification. Elles nécessitent le plus souvent aucun entretien pendant toute leur durée de vie.

24.3.1 DESCRIPTION DES PRINCIPALES COURROIES CRANTÉES

Les dimensions principales des courroies crantées dépendent de l'origine du fabricant : dimensions métriques chez les fabricants européens, dimensions en pouce sur le marché américain (et européen). La grandeur fondamentale de définition est le pas primitif. Dans chacun des pas, différentes longueurs et largeurs sont disponibles. Le pas primitif p de la courroie peut se définir comme la distance entre deux axes de symétrie successifs du profil sur la ligne primitive rectiligne. La longueur primitive de la courroie est sa longueur totale mesurée sur la ligne primitive. La ligne primitive théorique passe par la fibre neutre de la courroie. La relation des engrenages à denture droite est applicable :

$$p = \pi m, \quad (24.11.1)$$

avec : p pas primitif exprimé en mm ou en pouce,
 m module, grandeur peu utilisée pour les courroies crantées.

24.3.1.1 COURROIES CRANTÉES À DIMENSIONS MÉTRIQUES

Les courroies crantées à pas métriques sont normées dans DIN 7721. La composition de ces courroies repose sur deux matériaux : un caoutchouc synthétique résistant à l'usure et des câbles ou fils d'armature en acier ou en polyamide. La bonne adhérence des deux produits apporte une capacité de charge élevée sur les flancs porteurs et un allongement élastique réduit. Le profil des courroies et des poulies dentées est optimal et normé. L'angle de pression sur le profil symétrique est 20° . La ligne primitive se trouve dans la zone des fils d'armature ou au niveau de la fibre neutre.

Les roues dentées sont à profil rectiligne et équipées éventuellement de flasques. Elles sont fabriquées en alliage d'aluminium résistant à l'usure. D'autres matériaux, tels l'acier, la fonte et les matières synthétiques peuvent s'utiliser. Le cercle primitif ou de fonctionnement se trouve à l'extérieur du cercle de tête. Le diamètre de fonctionnement peut se trouver approximativement par la relation des roues dentées :

$$d \approx d' \approx z \cdot m = z \cdot \frac{p}{\pi}. \quad (24.11.2)$$

Les diamètres de fonctionnement exacts sont donnés dans les tables de la norme. Certains fournisseurs utilisent le diamètre primitif fondamental : $d = z \cdot m$. Le profil du creux de dent est rectiligne sur les roues, les dimensions dépendant du pas primitif et du nombre de dents. Le profil SE est valable jusqu'à 20 dents, le profil N pour plus de 20 dents. L'angle du profil par rapport à l'axe de symétrie radial vaut $25^\circ \pm 1,5^\circ$ pour toutes les dimensions. Les courroies

crantées existent également avec double denture, les dimensions générales étant conservées. Le diamètre extérieur d_a des roues dentées se trouve par l'expression :

$$d_a = d - 2 h_a, \quad (24.11.3)$$

avec : h_a "saillie" entre la circonférence primitive et la circonférence de tête.

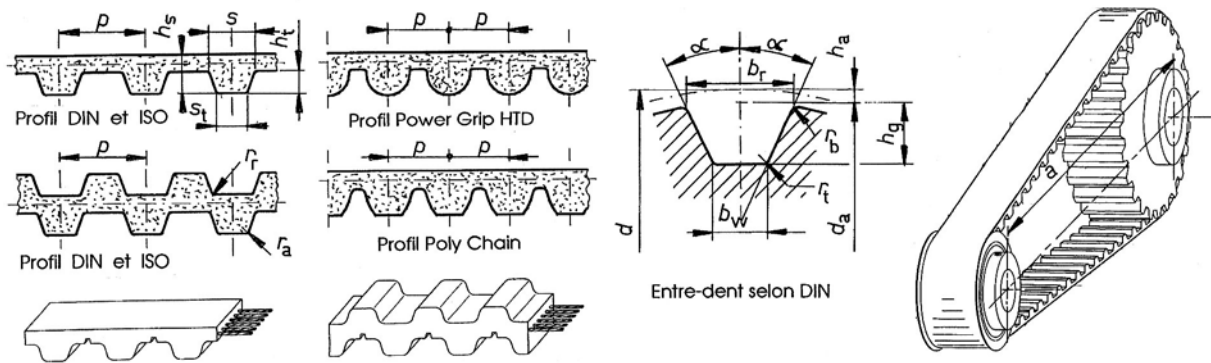


Figure 24.16 Courroies crantées à simple et double denture : géométrie des courroies et poulies

La désignation de la courroie selon DIN comprend la largeur, le type et la longueur primitive, comme par exemple : Courroie DIN 7721 - 6 T 2,5 x 480, soit une courroie de largeur 6 mm, à pas primitif de 2,5 mm et de longueur primitive 480 mm, soit 192 dents.

À part les dimensions métriques normalisées, il existe d'autres profils offerts par les fabricants de courroies dentées. Le tableau 24.7 contient une série de dimensions métriques pour les courroies Synchroflex de type AT. L'angle de pression vaut 25° . Ce fabricant offre également une gamme de pas primitifs non normalisés.

24.3.1.2 COURROIES CRANTÉES À DIMENSIONS EN POUCE

Ces courroies crantées sont normalisées selon ISO 5296 et sont disponibles dans plusieurs pas standard :

$$\begin{aligned} \frac{1}{12,5}'' &= 2,032 \text{ mm} & \frac{1}{5}'' &= 5,080 \text{ mm} & \frac{3}{8}'' &= 9,525 \text{ mm} & \frac{1}{2}'' &= 12,700 \text{ mm} \\ \frac{7}{8}'' &= 22,225 \text{ mm} & 1\frac{1}{4}'' &= 31,750 \text{ mm} \end{aligned}$$

Le profil général est semblable à celui des courroies métriques et il est applicable aux courroies à simple et double denture. L'angle de pression vaut $\alpha = 20^\circ$ sauf pour le profil XL où cet angle vaut $\alpha = 25^\circ$. La norme prévoit des courroies à denture simple, à denture double symétrique, forme A, à denture double décalée, forme B. La longueur des courroies sans fin est exprimée en pouces et doit être un multiple du pas. La désignation comprend la longueur, le pas ou le type et la largeur. Les courroies crantées à dimensions en pouce et métriques ne sont pas interchangeables.

Les dimensions des poulies dentées sont citées dans la norme ISO 5294. Les poulies peuvent être équipées de deux flasques afin de guider la courroie. Le profil conjugué dans le creux de dent devrait être en développante de cercle. Très souvent, ce profil curviligne est remplacé par un profil rectiligne plus simple à réaliser. La gamme des nombres de dents des catalogues est plus étendue que celle des normes. Pour les roues à dimensions en pouce, le diamètre primitif des roues vaut aussi :

$$d = z \cdot m = z \cdot \frac{p}{\pi} \quad (24.12.1)$$

Le diamètre extérieur d_a des roues dentées se trouve aussi par l'expression :

$$d_a = d - 2 h_a. \quad (24.12.2)$$

Tableau 24.7

Dimensions des courroies crantées selon DIN 7721 et ISO 5296

Toutes les dimensions sont en mm

Type et Pas	pas p mm	2α	s	s_t	H_t	h_s	r_r	r_a	Largeurs b					
Profils métriques selon DIN 7721														
T 2,5	2,5	$40^\circ \pm 2^\circ$	1,5	(1,0)	0,7	1,3	0,2	0,2	-	4	6	10		
T 5	5,0	$40^\circ \pm 2^\circ$	2,65	(1,8)	0,7	1,3	0,4	0,4	6	10	16	25	(32) (50)	
T 10	10	$40^\circ \pm 2^\circ$	5,3	(3,5)	2,5	4,5	0,6	0,6	16	25	32	50	(75) (100)	
T 20	20	$40^\circ \pm 2^\circ$	10,15	(6,5)	5,0	8,0	0,8	0,8	32	50	75	100		
Synchroflex (Mulco - Continental)														
AT 5	5,0	50°	(3,6)	2,5	1,2	2,7			6	10	16	25	32 50	
AT 10	10	50°	(7,3)	5,0	2,5	5,0			16	25	32	50	75 100	
AT 20	20	50°	(14,7)	10,0	5,0	9,0			32	50	75	100		
Profils avec dimensions en pouce selon ISO 5296														
MXL	2,032	40°	1,14	(0,77)	0,51		0,13	0,13	3,0	4,8	6,4			
XL	5,080	50°	2,57	(1,39)	1,27		0,38	0,38	6,4	7,9	9,5			
L	9,525	40°	4,65	(3,26)	1,91		0,51	0,51	12,7	19,1	25,4			
M	12,700	40°	6,12	(4,45)	2,29		1,02	1,02	19,1	25,4	38,1	50,8	76,2	
XH	22,225	40°	12,57	(7,95)	6,35		1,57	1,19	50,8	76,2	101,6			
XXH	31,750	40°	19,05	(12,1)	0953		2,29	1,52	50,8	76,2	101,6	127		
Poulies pour courroies crantées métriques selon DIN 7721														
Forme Type	SE b_r	N b_r	SE h_g	N h_g	α $\pm 1,5^\circ$	R_b	r_t	$2 h_a$	Poulies avec flasques Largeurs minimales					
T 2,5	1,75	1,83	0,75	1,0	25°	0,2	0,	0,6	5,5	7,5	11,5			
T 5	2,96	3,32	1,25	1,95	25°	0,4	0,6	1,0	7,5	11,5	17,5	26,5		
T 10	6,02	6,57	2,6	3,4	25°	0,6	0,8	2,0	18	27	34	52		
T 20	11,65	12,6	5,2	6,0	25°	0,8	1,2	3,0	34	52	77	102		
Poulies pour courroies crantées en pouce selon ISO 5294														
Type	b_w mm	b_w en "	h_g mm	h_g en "	α $\pm 1,5^\circ$	R_b Max	r_t mm	$2 h_a$ mm	Poulies avec flasques Largeurs minimales en mm					
MXL	0,84	0,033	0,69	0,027	20	0,25	0,13	0,508	3,8	5,3	7,1			
XL	1,32	0,052	1,65	0,065	25	0,41	0,64	0,508	7,1	8,6	10,4			
L	3,05	0,120	2,67	0,105	20	1,19	1,17	0,762	14,0	20,3	26,7			
M	4,19	0,165	3,05	0,120	25	1,60	1,60	1,372	20,3	26,7	39,4	52,8		
XH	7,90	0,311	7,14	0,281	20	1,98	2,39	2,794	56,6	83,6	110,7			
XXH	12,17	0,479	10,31	0,406	20	3,96	3,18	3,048	64,1	83,8	110,7	137,7		

Les grandeurs entre parenthèses sont calculées et ne sont pas normées par DIN ou ISO

24.3.1.3 COURROIES CRANTÉES POWERGRIP HTD

La transmission par courroies crantées Powergrip HTD, la désignation anglaise HTD pour High Torque Drive, développée par la firme The Gates Rubber Company Ltd, se caractérise par un profil curviligne des dents. Cette géométrie assure une répartition uniforme de la

charge entre les dents de la courroie et celles de la roue dentée d'entraînement. Les couples transmissibles sont supérieurs à ceux des transmissions par courroies crantées trapézoïdales. Les propriétés de ces courroies sont : transmission synchrone, entretien très réduit, plage étendue des vitesses, tension minimale dans la courroie, stabilité longitudinale grâce aux câbles en fibre de verre enrobés dans un revêtement en néoprène, face intérieure en tissu nylon à coefficient de frottement modeste.

Les pas de ces courroies sont métriques : 3 mm, 5 mm, 8 mm et 14 mm. Les trois dimensions principales d'une courroie Powergrip HTD sont : la longueur primitive, le pas et la largeur. Le pas de la courroie est défini par la distance comprise entre deux axes de symétrie de deux dents successives sur la ligne primitive. La longueur de la courroie correspond à la longueur mesurée sur la ligne primitive. Cette ligne primitive se trouve à l'intérieur de l'élément de traction.

Les trois dimensions principales d'une poulie pour courroie HTD sont : le nombre de dents, le pas et la largeur. Sur la poulie, le pas primitif est la distance circulaire entre le centre de deux creux de dents mesurée sur le cercle primitif. Cercle primitif de la poulie et ligne primitive de la courroie coïncident, le diamètre primitif de la poulie étant toujours plus grand que le diamètre extérieur.

24.3.1.4 COURROIES CRANTÉES POLY CHAIN GT

Les courroies synchrones Poly Chain GT sont un développement récent des transmissions par courroies crantées. Elles se composent d'un dos en "compound élastométrique", de dents en polyuréthane et de textile de protection des dents. Les câbles de tension en fibre aramide Kevlar confèrent à la courroie une très grande capacité de charge. Le Kevlar possède un coefficient d'élasticité supérieur à celui de l'acier et un allongement rémanent pratiquement nul. Il présente une très grande résistance à la flexion et supporte facilement des surcharges. Le recouvrement des dents est un textile spécialement tissé et traité afin de réduire le frottement sur les dents de la poulie, le bruit et l'échauffement. La forme de la dent est curviligne.

Ces courroies existent en deux pas métriques : 8 mm et 14 mm. Les trois dimensions principales d'une courroie sont : le pas, la longueur primitive et la largeur. Le pas primitif est la distance entre les axes de symétrie de deux dents voisines, mesurée sur la ligne primitive. La longueur primitive de la courroie est la circonférence totale mesurée sur la ligne primitive. Cette ligne primitive se situe à l'intérieur de la partie de traction.

Les trois dimensions principales d'une poulie sont : le pas, le nombre de dents et la largeur. Le pas primitif représente la longueur circulaire séparant le centre de deux entre dents mesuré sur le diamètre primitif de la poulie. Le cercle primitif de la roue se trouve à l'extérieur du cercle de tête.

24.3.2 GÉOMÉTRIE ET CONTRÔLES DE LA TRANSMISSION

Les courroies crantées à simple denture sont introduites dans la transmission de couples entre deux poulies tandis que les courroies à double denture se montent dans des mécanismes à plus de deux roues dentées. La tension préliminaire, relativement modeste, est obtenue par modification d'entraxe ou par galet tendeur.

24.3.2.1 GÉOMÉTRIE D'UNE TRANSMISSION DIRECTE

Dans la transmission directe, la courroie crantée épouse la forme circulaire des deux roues dentées et se déplace tangentiellement aux deux cercles primitifs. Les nombres de dents des

roues et de la courroie sans fin sont évidemment entiers. Les relations géométriques valables pour les courroies plates sont également applicables aux courroies crantées.

1. *Nombre de dents, diamètres primitifs et longueur de la courroie*

Les nombres de dents sont désignés par :

- z_1 nombre de dents de la roue motrice,
- z_2 nombre de dents de la roue menée,
- z_c nombre de dents de la courroie de longueur primitive $L_c = p z_c$.

Les diamètres primitifs des deux roues se trouvent par :

$$d_1 = z_1 \cdot m = z_1 \cdot p/\pi \qquad d_2 = z_2 \cdot m = z_2 \cdot p/\pi.$$

Les diamètres de tête, plus petits que les diamètres primitifs, se calculent par :

$$d_{a1} = d_1 - 2 h_a \qquad \text{et} \qquad d_{a2} = d_2 - 2 h_a.$$

Les catalogues des fabricants contiennent ces dimensions diamétrales en fonction du nombre de dents et du pas primitif, plusieurs largeurs et types étant à disposition.

2. *Entraxe, angles d'enroulement, nombre de dents en prise*

L'entraxe étant désigné par a , les angles d'enroulement sur les deux poulies, d'une transmission avec réduction de vitesse, sont :

$$\alpha_1 = \pi - 2 \beta \qquad \alpha_2 = \pi + 2 \beta \qquad \text{avec} \quad \sin \beta = (d_2 - d_1)/(2 a).$$

La longueur de la courroie se trouve par l'expression habituelle :

$$L_c = z_c \cdot p = z_c \cdot \pi m = \alpha_1 \cdot \frac{d_1}{2} + \alpha_2 \cdot \frac{d_2}{2} + 2 a \cdot \cos \beta. \qquad (24.13.1)$$

Les tables des catalogues donnent les longueurs des courroies à disposition avec leur nombre de dents, les entraxes correspondants en fonction du rapport de transmission et des nombres de dents des roues. Comme le nombre de dents est entier et imposé par les courroies en stock, l'entraxe prévu initialement doit être adapté aux dimensions réelles. De plus, il est nécessaire de prévoir le déplacement d'un des axes afin de pouvoir monter la courroie dans les poulies flasquées. La recherche de l'entraxe, à partir de la longueur de la courroie, peut s'effectuer au moyen des grandeurs p et q décrites sous 24.2.2.1 .

Le nombre de dents en prise sur les deux roues vaut :

$$z_{1 \text{ pr}} = z_1 \cdot \alpha_1/2\pi \qquad z_{2 \text{ pr}} = z_2 \cdot \alpha_2/2\pi. \qquad (24.13.2)$$

24.3.2.2 RECHERCHE DU PAS PRIMITIF DE LA COURROIE

Les méthodes de recherche de la taille du pas primitif varient avec le fabricant et le type de courroie. Les coefficients de correction comme le facteur de service sont aussi dépendant du genre de transmission et du modèle adopté.

1. *Puissance corrigée*

La puissance nominale à transmettre est imposée par les caractéristiques des composants menant et mené. La puissance corrigée est le produit de la puissance nominale par le facteur de service :

$$P_{\text{cor}} = P_{\text{nom}} \cdot C_2, \qquad (24.14.1)$$

avec : C_2 facteur de service.

Ce facteur de service est donné dans chaque catalogue et varie de 1,0 à 5,0 pour un service de plus de 16 heures par jour, de grandes masses à accélérer et un couple moteur très variable. Certains suppléments sont accordés aux transmissions à multiplication de vitesse, pour fatigue supplémentaire engendrée par la présence d'un galet tendeur sur la face extérieure de la courroie ou par pignon en contact avec la denture extérieure.

24. Transmission par liens flexibles

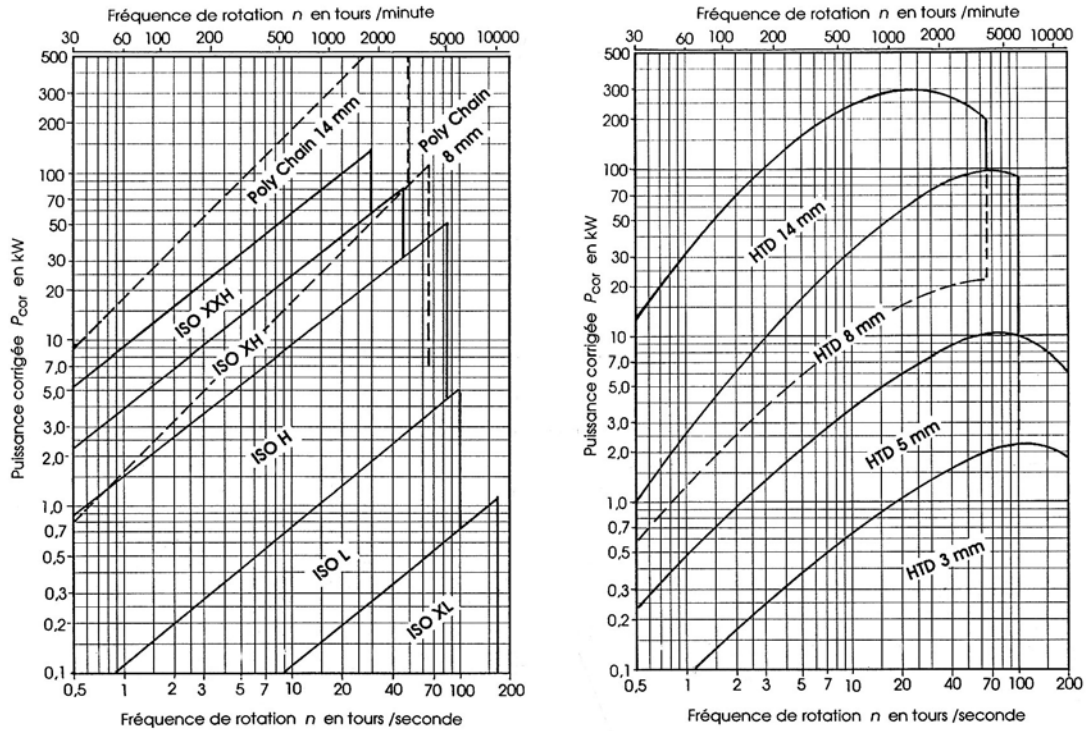


Figure 24.17 Recherche de la taille des pas des courroies crantées :
ISO et Poly Chain, Power Grip HTD

24.3.2.3 CHOIX DÉFINITIF DES DIMENSIONS

La recherche des dimensions et le contrôle des grandeurs adoptées peut s'effectuer en suivant les diverses phases proposées dans la plupart des catalogues.

1. Rechercher les caractéristiques de la transmission

Etablir les caractéristiques de :

- la machine motrice, de la ligne d'arbres, déterminer la puissance nominale ou le couple nominal avec $P_{nom} = M_{nom} \cdot \omega_{nom}$. Si la vitesse est variable, repérer les vitesses maximale et minimale.
- la machine réceptrice, de son type, son couple, ses variations de vitesses et de couples.
- l'entraxe probable avec ses limites maximale et minimale.
- les conditions particulières d'utilisation, le nombre d'heures de service par jour, les conditions particulières de température, de milieu ambiant.

2. Calcul de la puissance corrigée

La puissance corrigée fait intervenir le facteur de service, grandeur fonction de l'organe moteur, de la charge et de la durée d'utilisation. Ce facteur peut se trouver dans la documentation technique pour chaque type de courroie crantée. Les tableaux sont semblables au tableau 24.3 de ce chapitre.

3. Détermination du pas primitif

La figure 24.17 donne la puissance corrigée en fonction de la fréquence de rotation pour quelques unes des courroies crantées. À partir de ces deux grandeurs sur les axes de coordonnées, chercher la position du point représentatif sur l'une des figures et lire le type de courroie correspondant. Si le point se trouve près d'une ligne de séparation, il est recommandé d'étudier les deux solutions avec pas primitifs de chaque côté de la ligne.

4. *Choix des nombres de dents et de la longueur de la poulie*

Le rapport des fréquences de rotation i est habituellement imposé par les éléments menant et mené. Si la fréquence de rotation est variable, calculer les limites supérieure et inférieure du rapport de transmission i . Le diamètre minimal recommandé de la plus petite des poulies dépend du pas primitif et de la fréquence de rotation. Le nombre de dents se situe entre 10 et 12 pour les petits pas primitifs, entre 20 et 30 pour les grands pas.

Le nombre de dents de la grande poulie se trouve, dans une transmission à réduction de vitesse, en multipliant le nombre de dents de la petite poulie par le rapport de transmission i . Les nombres de dents doivent être entiers et les poulies correspondantes doivent figurer dans le catalogue. Le rapport de transmission peut varier de 1,0 à environ 8,0, tous les rapports n'étant pas possibles. Les catalogues contiennent de nombreuses tables débutant par le rapport de transmission et donnant les divers nombres de dents des roues. Ces documents contiennent également des tables d'entraxe avec les nombres de dents et la longueur primitive de la courroie. Si l'entraxe exigé ne peut pas être assuré avec les roues choisies, essayer une autre combinaison de poulies avec le même rapport de vitesses. Certaines courroies engendrent une légère poussée latérale. Il est nécessaire d'utiliser au minimum une poulie flasquée, le plus souvent la plus petite, pour éviter une sortie de la courroie de la poulie. Lorsque l'entraxe est supérieur à huit fois le diamètre de la petite poulie ou lorsque les axes sont verticaux, les deux poulies doivent être flasquées.

5. *Choix de la largeur de la courroie*

La plupart des courroies crantées existent en plusieurs largeurs. Les tables des catalogues indiquent habituellement la puissance transmissible par largeur unitaire, cette grandeur pouvant être 10 mm, 25 mm, etc. La largeur à prévoir est obtenue en multipliant la puissance transmissible de la table par un facteur de largeur. La capacité portante de la courroie n'est pas directement proportionnelle à sa largeur. Si le nombre de dents en prise est inférieur à un nombre minimal, par exemple les courroies Poly Chain nécessitent au moins 6 dents en prise, il faut encore corriger la puissance admissible avant de déterminer le facteur de largeur.

6. *Tension dans la courroie*

La force tangentielle dans la courroie, pour un rendement de 100% dans la transmission, se trouve au moyen de la relation :

$$F_t = \frac{M_{t1}}{d_1/2} = \frac{M_{t2}}{d_2/2} = \frac{P_{cor}}{\omega_1 \cdot d_1/2} \quad (24.14.2)$$

La tension de pose se contrôle par la déformation du brin libre entre les deux poulies et les catalogues donnent la force à appliquer et la déformation correspondante recommandées.

Le rendement d'une transmission par courroie crantée bien conçue est d'environ 98%. Cette valeur élevée est dû à l'absence de patinage. Les pertes sont engendrées par la flexion de la courroie et par le frottement des dents sur les entre-dents des poulies.

24.4 TRANSMISSION PAR CHÂÎNES

La transmission d'une certaine puissance par chaînes s'utilise entre deux arbres parallèles lorsque le rapport de transmission i ne dépasse pas 6. Les chaînes articulées actuelles proviennent du développement de la première chaîne mécanique brevetés par André Galle en 1829. Le rendement mécanique est assez bon; il est compris entre 96 et 98%, dans les implantations avec lubrification contrôlée. Le rapport de transmission est exact en moyenne, la variation de vitesse provenant de la forme polygonale prise par les chaînons sur les roues. La vitesse de la chaîne entre les deux roues dentées est faible, de 1 à 20 m/s selon le type, car le bruit devient rapidement gênant à haute vitesse. La transmission de la puissance d'une roue menante à la roue menée est assurée par l'emboîtement des maillons de la chaîne sur les dents de la roue. Dans une transmission par chaîne, le brin supérieur doit être le brin tendu. Il faut éviter absolument de placer les centres des roues sur le même axe vertical car il y a risques de vibrations. À part les chaînes de transmission, il existe toute une famille de chaînes de levage et de manutention avec attaches de formes dérivées des chaînes de transmission.

24.4.1 DESCRIPTION DES TYPES DE CHÂÎNES POUR TRANSMISSION

La forme des chaînes de transmission doit assurer la constance du rapport de transmission, éviter les pertes, posséder une durée de vie élevée.

24.4.1.1 CHÂÎNES À ROULEAUX DE PRÉCISION

Elles se composent d'une suite de maillons intérieurs et extérieurs. Le maillon intérieur est constitué par deux plaques en acier à haute résistance reliées par une douille qui supporte le rouleau. Le maillon extérieur possède deux plaques reliées par un axe rivé ou goupillé. La douille et l'axe forment l'articulation de la chaîne tandis que le rouleau facilite l'engrènement sur les roues et diminue l'usure. Toutes les pièces sont en acier au carbone de cémentation ou en acier allié traité thermiquement.

Le nombre de dents du pignon ne devrait pas être inférieur à 17, celui de la roue ne dépassera pas si possible 110. Si la vitesse circonférentielle est grande, choisir au moins 25 dents sur le pignon et un nombre pair de maillons pour éviter le montage d'un maillon coudé au raccordement. La vitesse maximale de ce type de chaîne est limitée à 15 m/s. Les chaînes à rouleaux sont fabriquées en exécution simple, double appelée duplex, triple nommée triplex suivant les normes DIN, BS et ASA. Le pas p de la chaîne est métrique dans les petites dimensions, pour les pas compris entre 4 et 8 mm, en pouces à partir du pas $3/8''$.

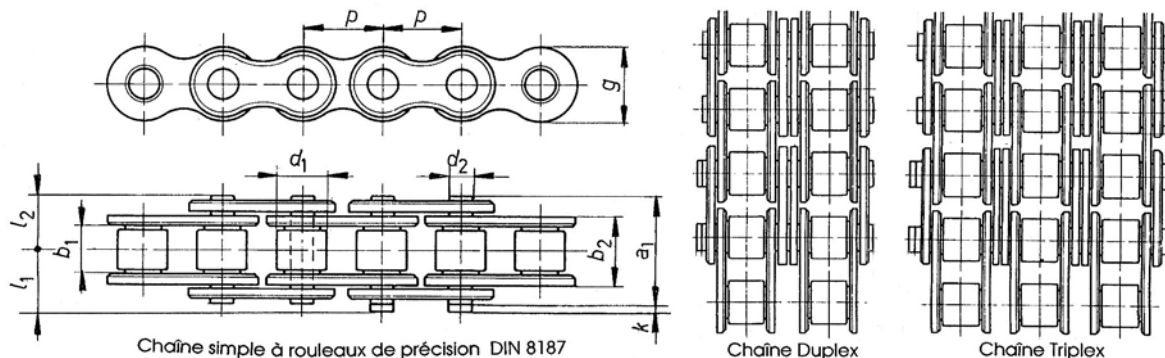


Figure 24.18 Chaînes à rouleaux de précision selon DIN 8187 et ISO 606

Tableau 24.8

**Chaînes à rouleaux simples de précision selon norme européenne (GAG)
DIN 8187 et ISO "B" 606 - 1982**

Toutes les dimensions géométriques en mm

Type DIN ISO	Pas P		Longueurs b_1 b_2		Diamètres d_1 d_2		Autres dimensions l_1 l_2 g			Caractéristiques A F_m m_1		
	inch	mm								mm ²	kN	kg/m
03	-	4,0	2,7	4,10	2,5	1,65	4,6	3,4	4,0	7	1,8	0,07
	-	5,0	2,5	4,15	3,2	1,49	6,2	3,7	4,1	6	2,2	0,08
04	-	6,0	2,8	4,10	4,0	1,85	6,6	3,7	5,0	7	3,0	0,12
	-	8,0	3,0	4,77	5,0	2,31	7,4	4,3	7,1	11	5,0	0,18
05 B	0.375	9,525	3,94	6,63	6,35	3,28	8,7	5,5	8,3	22	9,0	0,36
	0.375	9,525	5,72	8,53	6,35	3,28	10	6,8	8,3	28	9,0	0,41
06 B	0.50	12,70	3,3	5,80	7,75	3,66	6,6	5,1	9,9	21	8,0	0,28
081	0.50	12,70	4,88	7,20	7,75	3,66	7,1	5,6	9,9	28	8,0	0,33
083	0.50	12,70	4,88	9,10	7,75	4,09	9,8	7,2	11,1	35	15,7	0,59
084	0.50	12,70	7,75	11,30	8,51	4,45	12,4	8,5	11,8	50	18,1	0,70
08 B	0.625	15,875	9,65	13,28	10,16	5,08	13,9	9,8	14,7	67	22,6	0,95
10 B	0.750	19,05	11,68	15,62	12,07	5,72	16	11,3	16,1	89	29,4	1,25
12 B	1.000	25,40	17,02	25,45	15,88	8,28	23,5	18	21,1	210	67,0	2,70
16 B	1.25	31,75	19,56	29,01	19,05	10,19	27,7	21,6	26,4	295	98,1	3,60
20 B	1.50	38,10	25,4	37,92	25,40	14,63	33,3	26,7	33,4	554	166,7	6,70
24 B	1.75	44,45	30,99	46,58	27,94	15,90	40	32,5	37,1	740	196,2	8,30
28 B	2.00	50,80	30,99	45,57	29,21	17,81	41,6	33,7	42,3	811	255,0	10,50
32 B	2.50	63,50	38,10	55,75	39,37	22,89	51,5	41,3	53	1276	372,7	16,00
40 B	3.00	76,20	45,72	70,56	48,26	29,24	60,1	49,5	64	2063	400,4	25,00
48 B	Entraxes recommandés											
Pas en pouce	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	1	1 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{3}{4}$	2	2 $\frac{1}{2}$	3	
Pas en mm	9,525	12,70	15,875	19,05	25,40	31,75	38,10	44,45	50,80	63,50	76,20	
Distance a	450	600	750	900	1000	1200	1350	1500	1700	1800	2000	

Il existe deux gammes de dimensions pour les chaînes à rouleaux de précision :

- chaînes à rouleaux selon norme européenne : DIN 8187 / ISO "B" 606-1982.
- chaînes à rouleaux selon norme américaine : DIN 8188 / ISO "A" 606-1982.

Les pas en pouces ne sont pas toujours identiques. Les autres dimensions ne correspondent pas, comme par exemple les diamètres des rouleaux et leur longueur.

24.4.1.2 CHÂNES SILENCIEUSES

La chaîne à dents, dite silencieuse, est constituée par plusieurs entretoises placées les unes à côtés des autres, munies de dents, et articulées sur des axes. Le nombre d'entretoises en parallèle fixe la solidité de la chaîne et sa capacité de charge. Le rapport de transmission peut atteindre $i = 8$ et la vitesse ne doit pas dépasser 20 m/s si la lubrification à l'huile est assurée correctement.

Ce type de chaîne est fabriqué seulement par quelques fournisseurs et permet de transférer des efforts tangentiels importants sous un faible volume.

24.4.1.3 CHÂÎNES POUR ENGINS DE LEVAGE ET DE MANUTENTION

Il existe de nombreuses variantes prévues pour des emplois particuliers comme la chaîne Galle conçue pour supporter de grandes charges à faible vitesse.

1. Chaîne Galle

Cette chaîne est normalisée selon DIN 8150 et se compose de une ou plusieurs paires de plaques extérieures et une ou plusieurs plaques intérieures reliées par un axe. Les paires de plaques formant le maillon intérieur ou extérieur sont articulées directement sur le tourillon. Cette chaîne ne convient pas aux transmissions classiques car la surface de contact est trop faible entre les plaques et l'axe. La vitesse est limitée à 0,3 m/s.

2. Chaîne à douille

Ce type de chaîne est également normalisé selon DIN 8164. Il se distingue de la chaîne Galle par une surface de contact plus grande obtenue par une douille montée dans la paire de plaque intérieure. La paire de plaques extérieures et l'axe sont fixés l'un dans l'autre. L'axe peut présenter un méplat assurant son entraînement. L'axe et la douille sont en acier de cémentation traité. La chaîne à douille peut atteindre des vitesses jusqu'à 4 m/s.

3. Chaîne à mailles jointives, type Fleyer

Ces chaînes sont composées d'une ou de plusieurs paires de plaques formant les maillons, disposées les unes à la suite des autres, reliées par un axe commun. Elles servent à supporter des charges et ne peuvent pas s'employer dans les transmissions classiques car la surface de contact est trop petite.

4. Chaîne à rouleaux à grand pas

Ces chaînes sont une exécution simplifiée des chaînes à rouleaux de précision et sont caractérisées par des maillons relativement longs. Elles s'introduisent dans les systèmes de manutention et possèdent très souvent des attaches standards ou spéciales.

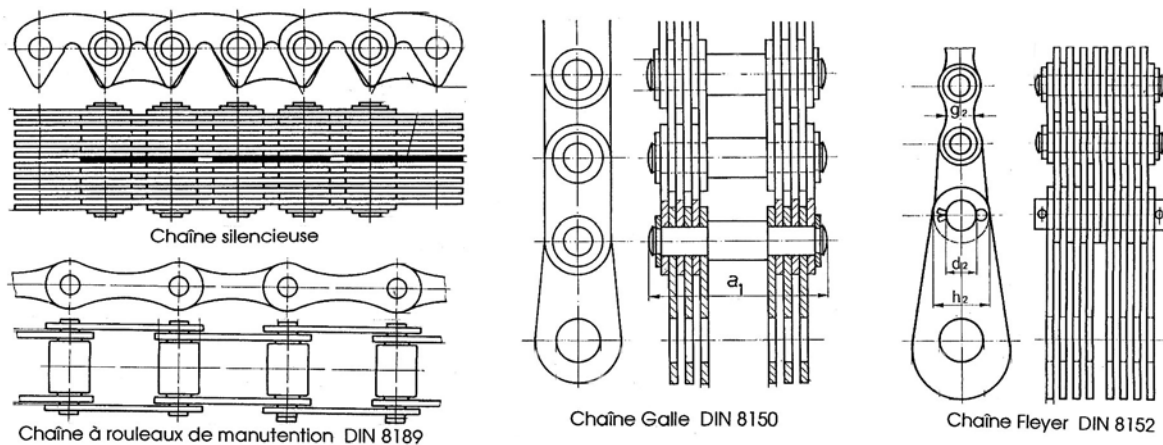


Figure 24.19 Chaînes de levage et de manutention : chaînes Galle, à douille, Fleyer et à rouleaux

6.2.4.1.4 ROUES DENTÉES POUR CHÂÎNES À ROULEAUX

La forme géométrique des roues est imposée par le type de chaîne. Chaque maillon pivote autour du centre creux de la denture. Les maillons de la chaîne en contact avec la roue forment un polygone ouvert. Le diamètre primitif d du pignon ou de la roue à z dents se trouve par la relation :

$$d = \frac{p}{\sin(\pi/z)} = p \cdot f_z, \quad (24.15.1)$$

avec : $f_z = 1/\sin(\pi/z)$ facteur de cercle primitif. Ce facteur se trouve dans certains catalogues.

Les autres dimensions des roues sont :

- diamètre de pied : $d_f = d - d_1$,
- diamètre de tête ou extérieur : $d_a = d + 0,6 d_1$ pour $7 \geq z \geq 12$,
- $d_a = d + 0,7 d_1$ pour $13 \geq z \geq 25$
- $d_a = d + 0,8 d_1$ pour $z > 25$ dents.

avec : d_1 diamètre du rouleau selon tableau précédent.

Le profil de l'entre-dent doit se situer dans les limites données par les relations suivantes :

Limite minimale

$$r_{1 \min} = 0,505 d_1$$

$$\alpha_{\min} = 120^\circ - 90^\circ/z$$

$$r_{2 \min} = 0,12 d_1 (z + 2)$$

Limite maximale

$$r_{1 \max} = 0,505 d_1 + 0,069 \cdot \{d_1\}^{1/3},$$

$$\alpha_{\max} = 140^\circ - 90^\circ/z,$$

$$r_{2 \max} = 0,008 d_1 (z_2 + 180).$$

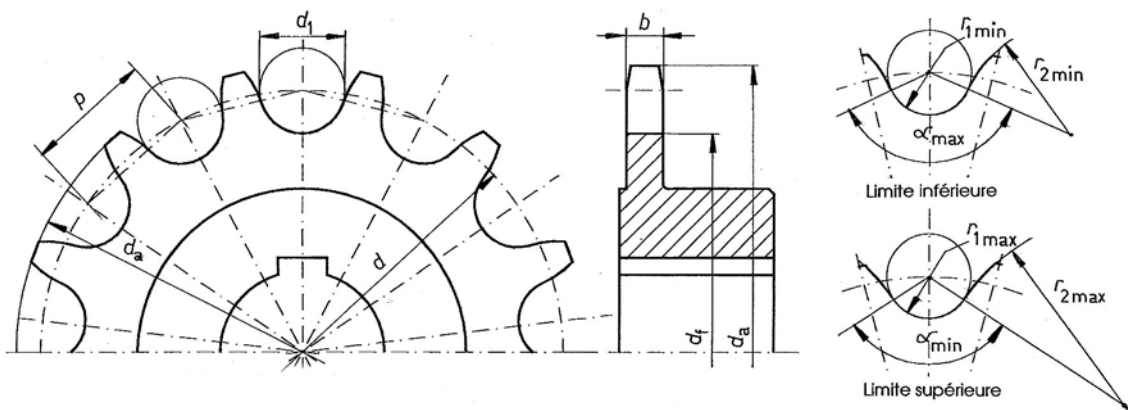


Figure 24.20 Géométrie de la roue à chaînes et limites du profil de l'entre-dent

Les fabricants de chaînes livrent aussi les roues dentées préalésées en acier ou fonte à haute résistance, des roues à moyeux amovibles et des couronnes préalésées. L'assemblage et le montage de la chaîne sont facilités par l'emploi d'un outillage approprié.

24.4.1.5 LONGUEUR DE LA CHAÎNE ET ENTRAXE

La géométrie de la transmission par chaîne est un peu semblable à celle des courroies crantées. L'entraxe recommandé figurant dans le tableau 24.8 est fonction du pas de la chaîne; il vaut environ 40 fois le pas. Le rapport de transmission i entre un pignon menant à z_1 dents, tournant à la fréquence de rotation n_1 , et une roue menée à z_2 dents, tournant à la fréquence n_2 , se trouve par l'expression :

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (24.15.2)$$

Pour un entraxe a , un pas p , deux roues à z_1 et z_2 dents, la longueur de la chaîne L_c s'exprime par :

$$L_c = z_c \cdot p = \left(\frac{z_1 + z_2}{2} + \frac{2a}{p} + \frac{[(z_2 - z_1)/2\pi]^2 \cdot p}{a} \right) \cdot p, \quad (24.15.3)$$

avec : z_c nombre de dents de la chaîne (c'est la valeur entre parenthèses).

Le nombre calculé de maillons doit être arrondi à un nombre pair. Un nombre de maillons impair doit être évité car il impose le montage d'un maillon coudé. Si un pignon tendeur est utilisé, il faut ajouter deux maillons à la longueur de la chaîne.

Si le nombre de dents de la chaîne z_c et le nombre de dents des deux roues sont connus, il est possible de trouver l'entraxe de la transmission directe par l'expression :

$$a = \frac{p}{4} \cdot \left[\left(z_c - \frac{z_1 + z_2}{2} \right) + \sqrt{\left(z_c - \frac{z_1 + z_2}{2} \right)^2 - 2 \left(\frac{z_2 - z_1}{\pi} \right)^2} \right]. \quad (24.15.4)$$

La position la plus favorable de la chaîne est obtenue lorsque la ligne des centres des roues est horizontale ou oblique jusqu'à 60° . Le poids propre de la chaîne suffit à assurer la tension dans le brin mou et l'engrènement correct des maillons dans l'entre-dent des roues. La vitesse linéaire de la chaîne est limitée par les vibrations transversales provoquées par les variations de vitesse dues à l'effet polygonal. Ces vibrations peuvent se réduire par des tendeurs mécaniques à ressort, à excentrique ou à contrepoids, à système hydraulique ou pneumatique. Le pas angulaire τ_1 sur le pignon à z_1 dents vaut :

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{z_1}. \quad (24.15.5)$$

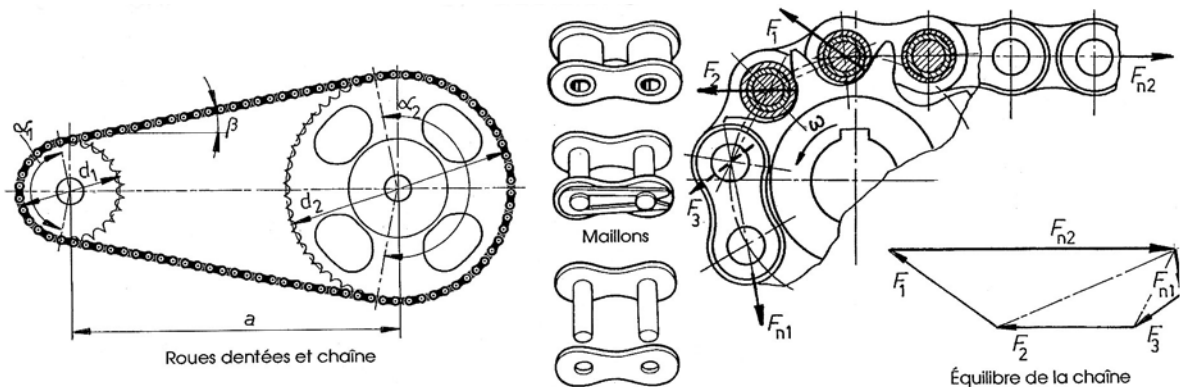


Figure 24.21 Transmission par chaîne entre deux roues, pièces de montage, efforts appliqués sur le pignon

Du fait de la position des rouleaux dans l'entre-dent des roues, le rapport de transmission i est une valeur moyenne. La vitesse moyenne de la chaîne vaut :

$$v = z_1 p \cdot n_1 = z_2 p \cdot n_2. \quad (24.15.6)$$

24.4.2 CINÉMATIQUE, DYNAMIQUE ET CONTRÔLE DE LA TRANSMISSION PAR CHAÎNE

Comme les dimensions des chaînes et des composants sont normalisées, la recherche des dimensions et le contrôle de la transmission utilisent les recommandations figurant dans les catalogues des fabricants.

24.4.2.1 CINÉMATIQUE ET EFFET POLYGONAL

L'effet polygonal dans une transmission par chaîne provient de la position des rouleaux sur les roues menante et menée. La vitesse de la chaîne sur le pignon moteur varie entre :

$$v_{\max} = \omega_1 \cdot d_1/2,$$

et

$$v_{\min} = \omega_1 \cdot \cos(\pi/z) \cdot d_1/2.$$

En supposant la vitesse angulaire du pignon moteur constante et en introduisant l'expression du diamètre primitif d_1 du pignon, le déplacement s_c de la chaîne en fonction de l'angle de rotation φ du pignon, pour $-\pi/2 \leq \varphi \leq +\pi/2$, s'exprime par :

$$s_c = \frac{p}{2 \sin(\pi/z)} \cdot \sin \varphi. \quad (24.16.1)$$

La vitesse instantanée correspondante de la chaîne vaut :

$$v_c = \frac{ds_c}{dt} = \frac{p}{2 \sin(\pi/z)} \cdot \omega \cdot \cos \varphi. \quad (24.16.2)$$

Enfin, l'accélération de la chaîne se trouve par :

$$a_c = \frac{dv_c}{dt} = -\frac{p}{2 \sin(\pi/z)} \cdot \omega^2 \cdot \sin \varphi. \quad (24.16.3)$$

Finalement, en supposant la chaîne indéformable, la vitesse angulaire de la roue menée peut se donner par l'expression :

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{\sin(\pi/z_2)}{\sin(\pi/z_1)} \cdot \cos \varphi_1. \quad (24.16.4)$$

Le rapport de transmission est variable et cette variation dépend des nombres de dents des deux roues.

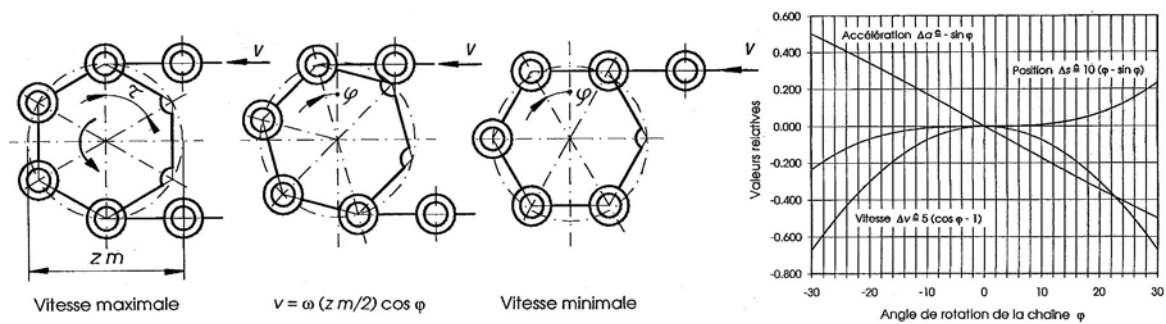


Figure 24.22 Position des chaînons sur la roue à 6 dents (principe de l'effet polygonal)
Variation des grandeurs cinématiques relatives : Δs_c , Δv_c et Δa_c

Les rotations des maillons les uns par rapport aux autres et les accélérations sur les roues engendrent de l'usure dans les articulations et une augmentation du pas. La longueur de la chaîne varie de $z_c \cdot \Delta p$. Sur les roues, la chaîne se place sur un diamètre plus grand que celui du cercle primitif. Le cercle de fonctionnement d_w se trouve par :

$$d_w = d \cdot (p + \Delta p)/p = d \cdot (1 + \Delta p/p).$$

Cette relation est approximative pour les chaînes à rouleaux de précision car les maillons intérieurs et extérieurs sont différents et leur usure n'est pas identique. La limite théorique de l'augmentation de pas est atteinte lorsque la chaîne vient s'engrener sur le cercle de tête de la roue. Cette condition est atteinte par les grandes roues car le nombre de dents en prise est plus grand. En admettant un allongement relatif du pas de $\Delta p/p = 1,25\%$, le nombre de dents maximal d'une roue à chaîne à rouleaux ne devrait pas dépasser 120 dents !

24.4.2.2 VIBRATIONS

En ne tenant pas compte des fréquences excitatrices provenant des couples moteur et récepteur, les fréquences excitatrices du mécanisme à chaîne sont :

- fréquence engendrée par les faux-ronds : $f_{f_{pr1}} = n_1$ et $f_{f_{pr2}} = n_2$,
- fréquence engendrée par les dentures : $f_z = z n$.

La fréquence propre des vibrations transversales peut se calculer par la relation :

24. Transmission par liens flexibles

$$f_{\text{tr pr}} = \frac{\nu}{2L_{\text{libre}}} \cdot \frac{F_c}{q} / \sqrt{\frac{F_c}{q} + \nu^2}, \quad (24.17.1)$$

avec : ν ordre de la fréquence propre : $\nu = 1, 2, 3, ..$
 q masse de la chaîne par unité de longueur, $q = ml$ du tableau 24.8,
 F_c force centrifuge : $F_c = q \cdot \nu^2$,
 L_{libre} longueur libre de la chaîne entre les deux roues.

24.4.2.3 EFFORTS APPLIQUÉS

En supposant une transmission avec réduction de vitesse, le couple appliqué sur le pignon $M_1 = P/\omega_1$ doit être compensé par les moments engendrés par les tensions dans les deux brins de la chaîne F_{n1} et F_{n2} . La différence de ces efforts est la force tangentielle : $F_t = F_{n2} - F_{n1}$. Cette force peut se définir à partir de la puissance transmise par le pignon P et les vitesses angulaire ω_1 ou linéaire maximale v_u :

$$v_u = \omega_1 \cdot d_1/2,$$

et

$$F_t = F_{n2} - F_{n1} = \frac{P}{\omega_1 \cdot (z_1/2) \cdot (p/\pi)} = \frac{P}{v_u}. \quad (24.18.1)$$

La distance entre l'axe de rotation et le centre d'articulation du maillon varie légèrement avec la position de l'entre-dent. À puissance constante, la force tangentielle F_t peut prendre des valeurs fortement différentes de la grandeur nominale s'il y a vibrations entretenues par les roues. La force tangentielle se transmet progressivement sur les dents du pignon ou de la roue (figure 24.21). L'équilibre de chaque maillon montre la charge transmise par chaque dent. Le brin mou supporte encore une certaine tension résiduelle F_{n1} compensée par le poids propre de la chaîne. Il est recommandé de choisir un nombre de dents pour le pignon au moins égal à celui proposé dans le tableau 24.9 en fonction du rapport de transmission i afin d'affaiblir l'effet polygonal.

24.4.2.4 RECHERCHE DE LA TAILLE DE LA CHAÎNE

La méthode de sélection de la taille de la chaîne et de toutes les dimensions de la transmission se sert des étapes proposées ici. Il est nécessaire de connaître les caractéristiques générales : la puissance à transmettre du moteur vers le récepteur, les fréquences de rotation des arbres menant et mené, la variation des couples et des charges sur les deux arbres, présence d'à-coups, l'entraxe probable entre les arbres. La méthode proposée correspond à celle du catalogue Renold.

1. Choix des nombres de dents et de l'entraxe

Le rapport de transmission étant connu $i = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2$, adopter les nombres de dents pour le pignon et la roue en se servant du tableau 24.9. La roue à 19 dents représente la roue à nombre de dents nominal dans les transmissions par chaînes. Les fabricants offrent une gamme de nombres de dents plus étendue que celle du tableau : de 11 à 50 dents (tous les nombres de dents), de 52 à 95 dents et plus selon les roues en stock. Choisir l'entraxe selon le tableau ou compris entre 30 et 50 fois le pas de la chaîne.

2. Coefficient de sélection $C_{2\alpha}$

Le coefficient de sélection est une combinaison du facteur de service et du facteur de contact entre la chaîne et la roue dentée. Ce coefficient de sélection vaut $C_{2\alpha} = 1,0$ pour une roue à 19 dents transmettant un couple parfaitement constant produit par exemple par un moteur électrique.

Tableau 24.9
Nombre de dents des roues. Pressions admissibles

Nombre de dents des roues z_1, z_2 et rapport de transmission i														
Nombre de dents		Nombre de dents du pignon z_1												
z_2 de la roue	15	(16)	17	(18)	19	(20)	21	(22)	23	(24)	25			
25	-	-	-	-	-	-	-	1,13	1,09	1,04	1,00			
38	2,53	2,38	2,23	2,11	2,00	1,90	1,81	1,72	1,65	1,58	1,52			
57	3,80	3,56	3,35	3,17	3,00	2,85	2,71	2,59	2,48	2,38	2,28			
76	5,07	4,75	4,47	4,22	4,00	3,80	3,62	3,45	3,30	3,17	3,04			
95	6,33	5,94	5,59	5,28	5,00	4,75	5,52	4,32	4,13	3,96	3,80			
114	7,60	7,13	6,71	6,33	6,00	5,70	5,43	5,18	4,96	4,75	4,56			
150	10,0	9,38	8,82	8,33	7,89	7,50	7,14	6,82	6,52	6,25	6,00			
Pression admissible dans les articulations en N/mm² des chaînes DIN 8187 (selon Gelenkketten AG)														
Vitesse		Nombre de dents de la petite roue												
m/s	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	≥25
0,1	31,3	31,3	31,4	31,4	31,5	31,8	31,9	32,0	32,1	32,5	32,5	32,6	32,7	32,9
0,2	29,2	30,0	30,1	30,3	30,3	30,4	30,5	30,6	30,7	31,0	31,2	31,5	31,7	31,9
0,4	27,1	27,6	28,3	28,4	28,6	28,9	29,1	29,3	29,4	29,6	29,7	29,9	30,2	30,5
0,6	25,1	26,1	26,8	27,1	27,4	27,8	27,9	28,2	28,4	28,5	28,6	29,0	29,4	29,7
0,8	23,8	24,5	25,3	25,7	26,2	26,6	26,8	27,1	27,3	27,6	27,8	28,0	28,4	28,6
1,0	22,7	23,3	24,1	24,7	25,4	25,6	25,9	26,4	26,7	26,8	27,1	27,5	27,7	28,0
1,5	20,0	21,2	22,1	22,8	23,3	24,0	24,3	24,6	24,9	25,2	25,5	25,8	26,0	26,2
2,0	18,1	19,3	20,2	21,1	21,8	22,2	22,8	23,2	23,6	23,9	24,2	24,5	24,8	25,1
2,5	16,6	18,0	18,9	19,8	20,5	20,9	21,5	21,9	22,3	22,7	23,1	23,4	23,7	24,1
3,0	15,2	16,5	17,6	18,5	19,4	20,0	20,5	20,9	21,3	21,7	22,1	22,4	22,8	23,1
4,0	13,0	14,4	15,6	16,7	17,5	18,1	18,7	19,1	19,6	20,0	20,4	20,7	21,1	21,4
5,0	11,1	12,7	13,9	14,9	15,9	16,7	17,4	17,9	18,3	18,7	19,0	19,4	19,7	20,1
6,0	9,5	11,1	12,6	13,6	14,7	15,5	16,2	16,6	17,0	17,5	17,9	18,2	18,6	18,9
8,0	-	-	9,8	11,2	12,3	13,3	14,0	14,7	15,2	15,6	16,1	16,5	16,9	17,2
10,0	-	-	-	9,1	10,5	11,5	12,4	13,0	13,6	14,0	14,4	14,9	15,3	15,6
12,0	-	-	-	-	8,8	9,9	11,0	11,8	12,4	12,9	13,3	13,7	14,0	14,4
15,0	-	-	-	-	-	7,8	9,1	9,9	10,6	11,1	11,7	12,2	12,6	12,9
18,0	-	-	-	-	-	-	7,4	8,1	8,9	9,5	10,1	10,7	11,2	11,6
Ces pression indicatives sont applicables aux conditions suivantes :														
- durée de service : 10 000 heures en service sans à-coups, avec lubrification correcte														
- entraxe : 40 x le pas, une transmission directe entre deux roues, un rapport d'engrenage $i = z_2/z_1 = 3$														
- transmissions applicables dans la conception de machines														
Facteur de nombre de dents : $f_{zn} = (19/z)^{1,085}$														
Nombre de dents	11	13	15	17	19	21	23	25	27	31	38			
Facteur f_{zn}	1,81	1,51	1,29	1,13	1,00	0,90	0,81	0,74	0,68	0,59	0,47			
Facteur d'entraxe C_a														
Entraxe	20 p	30 p	40 p	50 p	60 p	70 p	80 p							
Facteur C_a	1,18	1,06	1,00	0,96	0,92	0,90	0,87							

24. Transmission par liens flexibles

La puissance corrigée est égale au produit de la puissance nominale à transmettre P_{nom} multipliée par le coefficient de sélection $C_{2\alpha}$:

$$P_{cor} = P_{nom} \cdot C_{2\alpha} \quad (24.18.2)$$

Ce coefficient peut se lire sur la figure 24.23 en fonction du nombre de dents du pignon et du type de charge : couple moteur produit par un moteur électrique ou par un moteur à combustion interne multicylindrique.

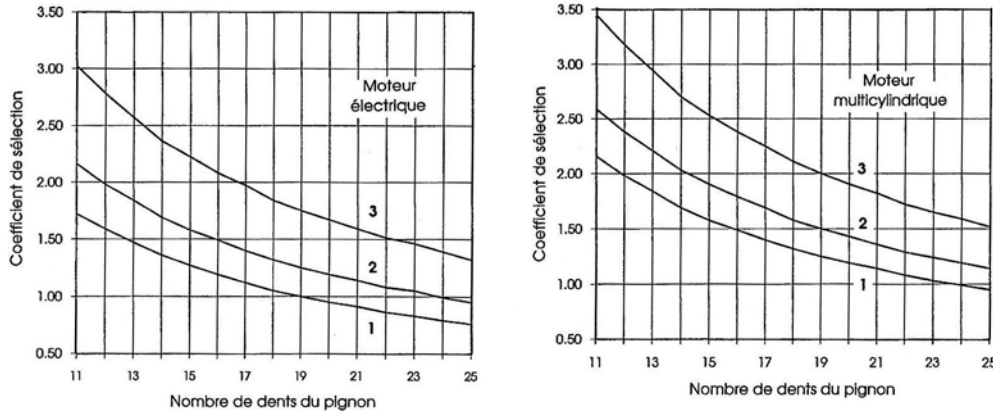


Figure 24.23 Coefficient de sélection $C_{2\alpha}$ en fonction des couples moteur et récepteur
Couples récepteurs : 1 - régulier 2 - irrégulier 3 - avec à-coups importants

3. Choix du pas de la chaîne et calcul de la longueur de la chaîne

La fréquence de rotation motrice n_1 de la petite roue étant connue, repérer le point figuratif sur l'abaque de la figure 24.24 dont l'abscisse vaut n_1 et l'ordonnée vaut P_{cor} . La transmission choisie sera la plus économique. Les valeurs représentées sur cette figure sont les puissances transmissibles actuellement par les chaînes à rouleaux très bien conçues. Elles sont supérieures à celles de la norme DIN. La longueur de la chaîne se trouve par l'expression (24.15.3), le nombre de maillons devant être pair. Il faut alors recalculer l'entraxe nominal de la chaîne au moyen de l'expression (24.15.4). Si l'entraxe adopté est très différent de l'entraxe recommandé, il faudrait corriger la puissance du graphique en la multipliant par le facteur d'entraxe C_a du tableau 24.9. Le graphique montre aussi les puissances pour chaînes Duplex et Triplex.

24.4.2.5 CONTRÔLES DE LA TRANSMISSION

Les dimensions générales de la transmission par chaîne étant connues, il est recommandé de contrôler la durée de vie des maillons. La puissance de calcul se trouve par l'expression :

$$P_{calcul} = P_{nom} \cdot C_{2\alpha} \cdot C_a \cdot C_{zn} \cdot C_g \cdot C_L \quad (24.19.1)$$

avec : $C_{2\alpha}$ facteur de sélection : $C_{2\alpha} \approx C_2 \cdot C_a$,
 C_a facteur d'entraxe,
 C_{zn} facteur de nombre de roues z en prise : $C_{zn} = 1,1^{(z-2)}$,
 C_g facteur de lubrification : $C_g = 1,0$ à $1,4$ selon les performances,
 C_L facteur de durée de vie : $C_L = (L_h/15000)^{1/3}$ avec L_h durée de vie en heure.

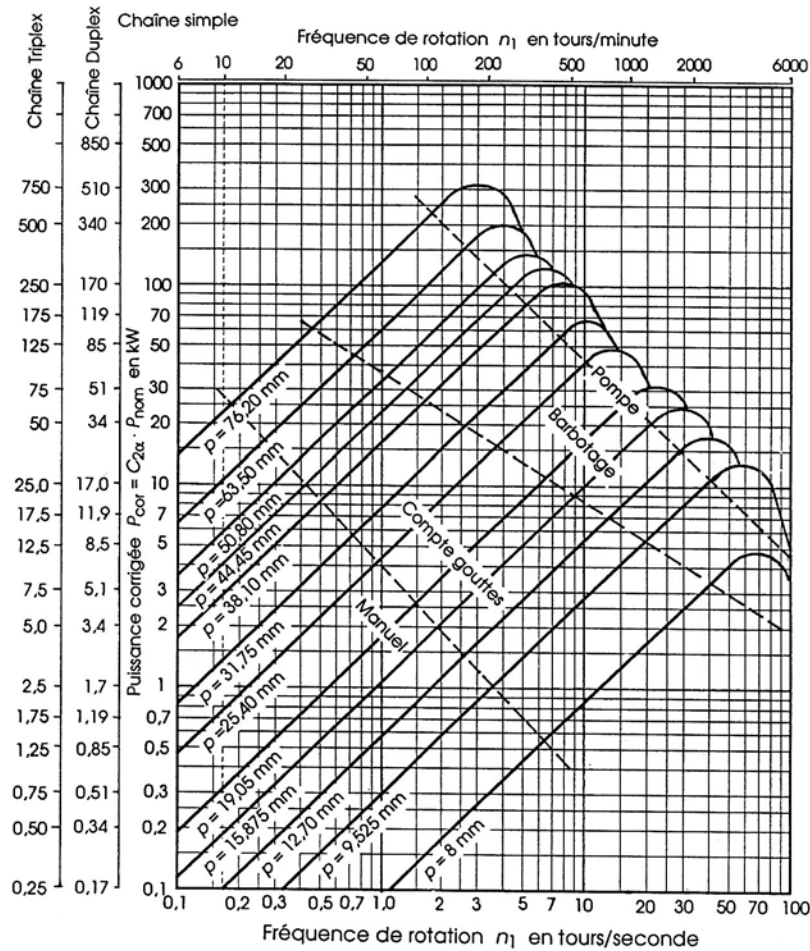


Figure 24.24 Abaque pour la détermination du pas dans une transmission par chaînes selon DIN 8187 Zones de choix pour le lubrifiant (Renold)

1. Pression dans l'articulation

Le contrôle de la transmission par chaîne à rouleaux de précision consiste à rechercher la pression moyenne dans les articulations.

Elle se définit par le quotient de la force tangentielle de calcul par l'aire de la surface de l'articulation A donnée dans le tableau 24.8 :

$$F_{\text{calcul}} = P_{\text{calcul}} / (\omega_1 z_1 m / 2) + m_1 \cdot v^2.$$

Pression moyenne :

$$p = \frac{F_{\text{calcul}}}{A} \leq p_{\text{adm}}, \quad (24.19.2)$$

avec : p_{adm} pression admissible selon tableau 24.9, fonction de z et de v .

2. Charge admissible

Le coefficient de sécurité dans la chaîne sollicitée par la force tangentielle de calcul F_{calcul} peut se définir par le quotient la charge de rupture de la chaîne par cette force :

- en charge statique :

$$S_S = \frac{F_m}{F_{\text{calcul}}} \geq 8.$$

- en charge dynamique :

$$S_D = \frac{F_m}{F_{\text{calcul}}} \geq 6. \quad (24.19.3)$$

3. Réglage de la chaîne

La position de la chaîne entre les roues doit être réglée régulièrement de telle manière qu'avec un brin bloqué, le débattement latéral du brin libre puisse être égal à au moins 1% de l'entraxe a .

4. Frottement et usure

Les pertes de puissance dans les transmissions à chaîne sont les sommes de pertes partielles, soit :

$$P_V = P_R + P_{a-c} + P_{pa} + P_{vi} ,$$

avec : P_R puissance perdue par frottement dans les articulations et sur les roues,
 P_{a-c} puissance perdue par les à-coups,
 P_{pa} puissance perdue dans les paliers,
 P_{vi} puissance perdue à vide.

Le travail de frottement dans les articulations W_{ar} des chaînons peut se trouver par l'énergie à produire pour faire tourner les plaques de l'angle du pas angulaire τ :

$$W_{ar} = \mu F_{calcul} \tau \cdot d_d/2,$$

où d_d est le diamètre de la douille dans la chaîne à rouleaux. Cette opération est effectuée quatre fois lorsque la chaîne arrive et repart des roues. La perte est d'autant plus petite que le coefficient de frottement est faible et que le nombre de dents des roues est grand. Les autres puissances perdues doivent être estimées à partir des dimensions adoptées ou de mesures sur des transmissions semblables. Le rendement global d'une transmission par chaîne est compris entre 90 et 97%.

Les pertes dans les articulations se traduisent par une usure des pièces en mouvement relatif. Cette usure engendre un allongement de la chaîne qui doit être mesurée et tendue à intervalles réguliers. La chaîne doit être démontée pour mesure. La chaîne est considérée comme usée et doit être remplacée lorsque l'allongement atteint 2%. L'examen des flancs des dentures des roues donne une indication de l'ampleur de l'usure. Si l'usure sur la dent atteint 10% de sa longueur curviligne sur le cercle primitif, la roue doit être remplacée. L'utilisation d'une chaîne neuve sur des roues usées doit être évitée.

24.4.2.6 LUBRIFICATION

La méthode à introduire dans la lubrification des transmissions par chaîne dépend de la vitesse de la chaîne et de la charge. Le choix de la méthode est donné sur la figure 24.24, ce graphique comportant 4 zones distinctes. Le lubrifiant doit graisser les articulations dans les maillons et protéger la chaîne contre les agents extérieurs. Le volume et la fréquence doivent être suffisants pour assurer une bonne pénétration dans les articulations.

Zone 1 : Graissage à la main

L'huile est appliquée régulièrement au pinceau ou à la burette toutes les 8 heures de marche.

Zone 2 : Graissage par compte gouttes

L'huile est dirigée directement entre les chants des plaques à partir d'un réservoir.

Zone 3 : Graissage par barbotage

Dans le graissage par barbotage, le brin inférieur de la chaîne se déplace dans l'huile contenue dans un carter. Le niveau d'huile doit recouvrir la chaîne en son point le plus bas. Une autre possibilité de graissage est de monter un disque tournant dans le bain d'huile, la chaîne ne trempant pas dans l'huile. Le disque aspire le liquide par viscosité et un déflecteur amène

l'huile aux points de graissage. Ce dispositif est applicable pour des vitesses comprises entre 4 et 20 m/s.

Zone 4 : Graissage continu par pompe

La circulation continue de l'huile sur la chaîne est assurée par un groupe moto pompe. Les trous de la rampe de graissage doivent être alignés sur les chants des plaques de chaîne. L'huile doit arriver sur la chaîne juste avant qu'elle ne s'engage sur le pignon moteur.

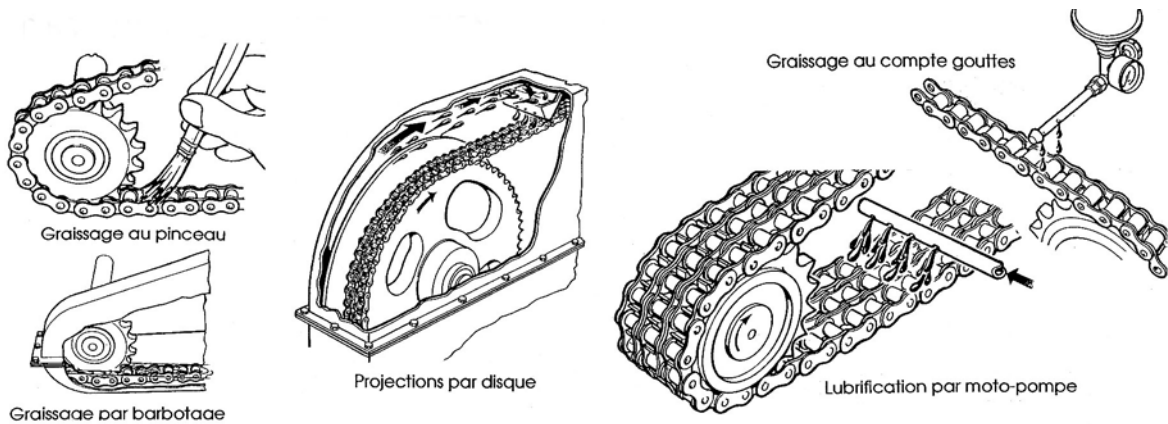


Figure 24.25 Modes de lubrification dans les transmissions par chaînes

24.4.2.7 EXEMPLE DE CONCEPTION D'UNE TRANSMISSION PAR CHAÎNE

1. ÉNONCÉ DU PROBLÈME

L'entraînement d'une machine réceptrice s'effectue d'un moteur électrique triphasé IEC, produisant une puissance $P = 7,5 \text{ kW}$ à la fréquence de rotation $n = 16,2 \text{ t/s}$, type 160 M, au moyen d'une chaîne à rouleaux de précision. Cette machine présente un couple résistant irrégulier et exige une durée de vie d'au moins 12000 heures. La fréquence de rotation est imposée à 6 tours par seconde. L'entraxe approximatif vaut 700 mm. Déterminer toutes les dimensions et contrôler les conditions de fonctionnement.

2. RAPPORT DE TRANSMISSION ET COUPLES

Rapport de transmission : $i = 16,2 / 6 = 2,7$.
 Vitesse angulaire : $\omega_1 = 2 \pi \cdot 16,2 \text{ s}^{-1} = 101,79 \text{ s}^{-1}$ $\omega_2 = i \omega_1 = 37,7 \text{ s}^{-1}$,
 Couple nominal : $M_1 = P/\omega_1 = 7500 \text{ W}/101,79 \text{ s}^{-1} = 73,7 \text{ mN}$,
 $M_2 = M_1 \cdot i = 198,9 \text{ mN}$.

3. CHOIX DU PAS, DU TYPE DE CHAÎNE ET DU NOMBRE DE DENTS

Variante	1	2	3	4	5
Nombre de dents :					
pignon z_1	13	15	17	19	21
roue z_2	35	41	46	51	57
rapport de transmission	2,69	2,73	2,71	2,68	2,71
Coefficient de sélection selon figure	1,84	1,58	1,40	1,25	1,14
Puissance corrigée	13,8	11,9	10,5	9,38	8,55 kW

Le choix du pas de la chaîne s'effectue en se servant des figures 24.23 et 24.24. À la fréquence de 16,2 t/s et pour les puissances comprises entre 9 et 15 kW, la zone des pas à adopter pour une chaîne simple à rouleaux est :

entre $p = 15,875 \text{ mm} = 5/8''$ et $p = 19,05 \text{ mm} = 3/4''$

Dimension retenue : $p = 3/4'' = 19,05 \text{ mm}$.

Longueur de la chaîne et diamètres primitifs :

24. Transmission par liens flexibles

Variante	1	2	3	4	5
Nombre de maillons pour $a \approx 700$ mm	98	102	106	109	113
pignon $p/\sin(\pi/z_1)$	79,60	91,63	103,67	115,74	127,82
roue $p/\sin(\pi/z_2)$	212,52	248,85	279,15	309,45	345,81
diamètre du moyeu	58	70	80	80	80

4. EFFORTS SUR LA TRANSMISSION

Aire de contact dans les maillons	$A = 89 \text{ mm}^2$					
Force de rupture	$F_m = 29\,400 \text{ N}$					
Masse par unité de longueur	$m_1 = 1,25 \text{ kg/m}$					
Nombre de pas sur l'entraxe désiré	35,7 pas					
Vitesse de la chaîne v	4,05	4,66	5,28	5,89	6,51	m/s
Force centrifuge $m_1 \cdot v^2$	20,5	27,1	34,8	43,4	53,0	N
Force tangentielle nominale	1852	1609	1422	1274	1153	N
Facteurs de correction :						
- facteur d'entraxe	$C_a = 1,0$					
- facteur de nombre de roues z_n en prise :	$C_{zn} = 1,0$					
- facteur de lubrification	$C_g = 1,0$					
- facteur de durée de vie	$C_L = 0,93$					
Produit des facteurs $C_{2\alpha} C_a C_{zn} C_g C_L$	1,71	1,47	1,30	1,16	1,06	
Puissance de calcul P_{calcul}	12,8	11,0	9,75	8,70	7,95	kW
Force tangentielle de calcul F_{calcul}	3187	2392	1883	1521	1275	N
Pression moyenne	35,8	26,8	21,1	17,1	14,3	N/mm ²
Pression admissible selon tableau 24.9		14,4	15,5	16,3	16,1	N/mm ²
Sécurité dynamique	9,2	12,3	15,6	19,3	23,0	

5. CONTRÔLES

Adopté définitivement	$z_1 = 21,$	$z_2 = 57,$
	$p = 19,05 \text{ mm} = 3/4''$	
	$z_c = 114$ maillons.	
Entraxe théorique selon (24.15.4)	$a = 705,94 \text{ mm} .$	
Angle des brins de la chaîne	$\sin\beta = (345,81 - 127,82)/(2 \cdot 705,94) \Rightarrow \beta = 8,88^\circ$	
Angles de contact	$\alpha_1 = 180^\circ - 2\beta = 162,2^\circ$	
	$\alpha_2 = 180^\circ + 2\beta = 197,8^\circ$	
Nombre de dents en prise	$z_{1\text{pr}} = (162,2/360) 21 = 9$ dents	
	$z_{2\text{pr}} = (197,8/360) 57 = 31$ dents	
Longueur libre	$L_{\text{libre}} = 705,94 \cos\beta = 697 \text{ mm}$	
Fréquences d'excitation	$f_{1\text{ex}} = 16,2 \text{ Hz}$	
	$f_{2\text{ex}} = 6 \text{ Hz}$	
	$f_{3\text{ex}} = 16,2 \cdot 21 = 340 \text{ Hz}$	
Fréquence propre transversale	$f_{\text{tr pr}} = (1/2 \cdot 0,697)(52/1,25)(53/1,25 + 6,51^2)^{0,5} = 280 \text{ Hz}$	
Mode de lubrification	par barbotage dans carter fermé	

6. REMARQUES FINALES

Cet exemple montre les inconvénients d'une transmission de puissance mécanique par chaîne entre deux arbres parallèles. Le remplacement de la chaîne par une courroie crantée représente certainement une solution plus économique et aussi plus facile à entretenir. Les transmissions par chaînes seront donc réservées plutôt à la manutention où elles sont irremplaçables.

Organes de transmission indirecte

CHAPITRE 25

ÉLÉMENTS À FRICTION

Dans les éléments de machines à friction, les efforts entre les deux corps en contact se transmettent directement par le frottement des surfaces lisses ou rugueuses pressées les unes contre les autres. Grâce au frottement, il est possible de transformer un mouvement de rotation en un mouvement de translation et vice versa. Pour obtenir ce résultat, il faut produire une force normale et utiliser si possible de forts coefficients de frottement. Les avantages des transmissions à friction sont :

- les corps fondamentaux sont simples comme des cylindres, des cônes et des tores,
- la transmission de mouvement est uniforme,
- l'inversion du sens de marche s'effectue sans jeu,
- il y a présence ou absence de lubrifiant,
- la possibilité de varier la vitesse de la partie entraînée.

Les inconvénients ne sont pas à négliger et se caractérisent par :

- des forces normales très importantes : de 2 à 50 fois la force utile,
- une pression le plus souvent très élevée sur les surfaces en contact,
- une charge importante sur les appuis des corps,
- un glissement non négligeable, de 0,2 à 10 % selon les matériaux et les dispositions,
- un amortissement médiocre pour les matières métalliques,
- un bruit non négligeable surtout avec des corps en matière métallique à sec,
- une nécessité de maintenir la pression même en présence d'usure et de défauts.

25.1 PRINCIPE DE LA TRANSMISSION PAR FRICTION

Le principe de base des transmissions par friction se subdivise essentiellement en trois familles : la transformation d'une rotation en translation par roue sur plan, les transmissions en rotation entre deux roues cylindriques, coniques ou toriques et les transmissions à rapport variable.

25.1.1 TRANSFORMATION D'UNE ROTATION EN TRANSLATION

La transformation d'un mouvement de rotation en un mouvement de translation se trouve appliquée dans tous les véhicules. Grâce au frottement entre les roues et la voie, allié au couple moteur, le mobile peut se déplacer en translation. Si l'effort tangentiel sur les roues motrices reste inférieur à la force de frottement limite F_R' , les roues roulent sur la voie sans glisser. La transformation inverse engendre la rotation de l'élément cylindrique ou conique.

25.1.2 TRANSMISSION EN ROTATION À RAPPORT CONSTANT

Dans cette catégorie, les roues sont constamment en contact et le rapport des rayons de rotation reste constant. Les deux corps roulent l'un sur l'autre sans pivotement. Les remarques sur le glissement macroscopique, citées aux premiers chapitres, s'appliquent à ce genre de contact.

25.1.3 TRANSMISSION À RAPPORT VARIABLE

Les variateurs de vitesse à friction utilisent tous le principe de la transmission à rapport variable. La plupart des corps utilisés dans ces éléments sont des cônes, des sphères ou des tores.

Les chemins de contact varient en fonction du rapport désiré. Le roulement est presque toujours accompagné d'un mouvement de pivotement. Ces variateurs mécaniques de vitesse conviennent aux faibles puissances et se caractérisent par la relative simplicité de leur construction. Ils sont concurrencés de plus en plus par les commandes par moteurs électriques à vitesse variable.

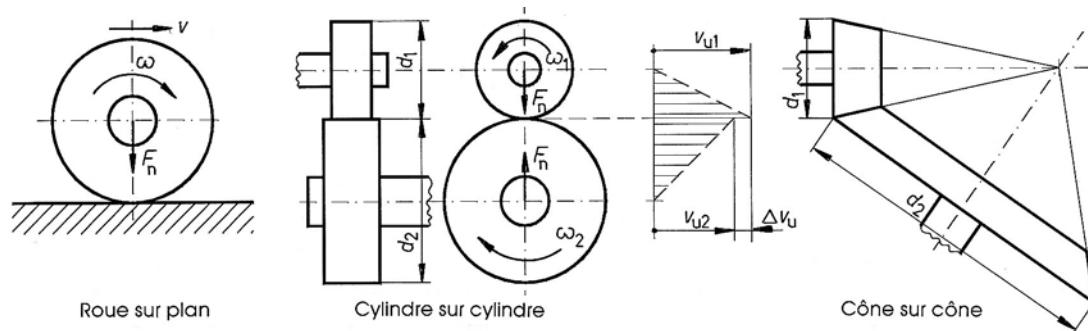


Figure 25.1 Transmission à friction : roue sur plan, deux roues cylindriques, deux roues tronconiques

25.2 TRANSMISSION DES EFFORTS ENTRE LES CORPS

Si les corps de la transmission sont des roues cylindriques à axes parallèles de diamètres d_1 et d_2 , voir la figure 25.1, en supposant le glissement négligeable entre les surfaces, les vitesses circonférentielles sont égales :

$$v_{u1} = v_{u2}, \quad (25.1.1)$$

avec :

$$\begin{aligned} v_{u1} &= \omega_1 \cdot d_1/2 && \text{pour la roue 1,} \\ v_{u2} &= \omega_2 \cdot d_2/2 && \text{pour la roue 2.} \end{aligned}$$

Sans glissement, le rapport de transmission entre les deux roues se donne par :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1}. \quad (25.1.2)$$

Il se produit pratiquement toujours du glissement entre les cylindres de telle sorte que le rapport $i \neq d_2/d_1$. Le rapport de transmission i peut atteindre jusqu'à 6 dans les conceptions courantes. Le rendement de la transmission dépend des matériaux utilisés, des pertes au niveau des surfaces de contact et dans les paliers. Ces dernières deviennent importantes si les paliers sont des appuis lisses à frottement non négligeable. La force utile tangentielle est produite par la composante normale F_n grâce au frottement. Dans la plupart des applications, le frottement obéit assez bien à la loi de Coulomb. La force de frottement produit quatre composantes :

- une force de frottement de repos entre les surfaces pressées l'une contre l'autre,
- avec le temps des déformations permanentes en surface,
- de l'hystérésis provoquée par des matériaux réels,

- une composante due à la présence de surfaces lubrifiées ou au comportement des élastomères.

25.2.1 GLISSEMENT SPÉCIFIQUE

Comme les vitesses circonférentielles sont différentes sur les deux roues par suite de glissement inévitable, le glissement spécifique se définit par les rapports :

$$\gamma_{gl} = \frac{v_{u1} - v_{u2}}{v_{u1}} = \frac{\Delta v_u}{v_{u1}}. \quad (25.2.1)$$

Le glissement dépend fortement de la vitesse de pivotement.

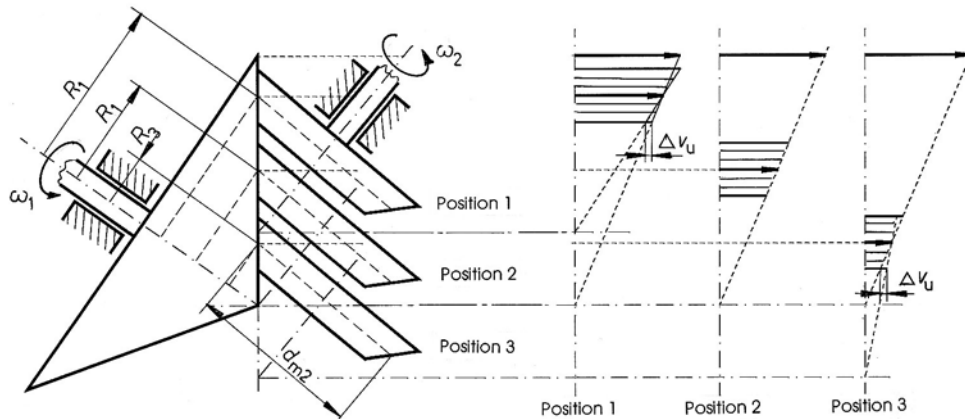


Figure 25.2 Vitesses angulaires dans une transmission à corps coniques à rapport variable

25.2.2 ROULEMENT ET GLISSEMENT

Dans les transmissions à rapport variable, la géométrie de la conception des corps impose le plus souvent des mouvements de roulement accompagnés de glissement. Ce glissement intervient toujours lorsque la géométrie des corps et la position des axes de rotation ne correspondent pas aux conditions géométriques idéales. Les conditions idéales sont :

- pour deux cylindres les axes doivent être parfaitement parallèles.
- pour deux cônes : les axes doivent être parfaitement concourants, les sommets des cônes doivent concourir à l'intersection des axes.
- pour deux sphères : les axes de rotation doivent être parfaitement parallèles.

La conception de transmissions à corps hybrides engendre toujours du glissement. La figure 25.2 montre les vitesses circonférentielles et de glissement entre deux cônes, l'un des cônes occupant une position variable. La vitesse angulaire ω_1 de la roue conique 1 est supposée constante. La roue conique 2 peut se déplacer le long de la génératrice de la première roue. Dans la position 1, le sommet du cône de la roue 2 se situe sur la génératrice 1; il y a glissement entre les deux roues coniques. En position 2, les deux sommets coïncident et il y a seulement roulement. En position 3, le sommet du cône de la roue 2 est à l'extérieur de la génératrice 1; il y a aussi glissement entre les lignes de contact.

25.2.3 ROULEMENT ET PIVOTEMENT

Les vitesses de roulement, sur la ligne ou au point de contact, se définissent par le produit de la vitesse angulaire par le rayon de contact. Les roues ou corps, introduits dans les variateurs de vitesse, roulent l'un sur l'autre seulement en un point. Tous les autres points de la

surface de contact effectuent un mouvement complémentaire de pivotement par rapport au point particulier à roulement pur. Ce phénomène complémentaire diminue la portance de la transmission, la durée de vie et le rendement. Il intervient chaque fois que tous les points de la surface de contact ne possèdent pas la même vitesse. Les exemples typiques sont dans les transmissions :

- de roues cylindriques à axes non parallèles,
- de roues coniques à sommet des cônes non concourants,
- de roues coniques dont les axes de cônes sont situés dans des plans différents,
- de roues de formes géométriques différentes.

La figure 25.3 représente le principe d'une transmission composée de deux roues coniques à surfaces bombées, les sommets des cônes O_1 et O_2 étant disjoints. Les vitesses angulaires des arbres sont ω_1 et ω_2 . Ces vitesses angulaires peuvent se décomposer en deux : une composante ω_n selon la normale commune n-n, une composante de roulement ω_r dans le plan des cônes complémentaires. Le rapport de pivotement se définit par la différence des vitesses angulaires normales à la différence des vitesses angulaires de roulement :

$$\frac{\omega_p}{\omega_r} = \frac{\omega_{n2} - \omega_{n1}}{\omega_{r1} - \omega_{r2}} \quad (25.2.2)$$

Les composantes selon la normale commune se trouvent par :

$$\omega_{n1} = \omega_1 \cdot \sin\alpha_1 \quad \text{et} \quad \omega_{n2} = \omega_2 \cdot \sin\alpha_2.$$

Les composantes de roulement selon le plan des cônes complémentaires valent :

$$\omega_{r1} = \omega_1 \cdot \cos\alpha_1 \quad \text{et} \quad \omega_{r2} = \omega_2 \cdot \cos\alpha_2.$$

Compte tenu du sens des grandeurs vectorielles des composantes selon la normale, la vitesse angulaire de pivotement se calcule par :

$$\omega_p = \omega_2 \sin\alpha_2 \pm \omega_1 \sin\alpha_1. \quad (25.2.3)$$

avec : signe + lorsque le point de contact C se trouve entre les points O_1 et O_2 ,
 signe - lorsque le point de contact C se trouve à l'extérieur du segment O_1O_2 .

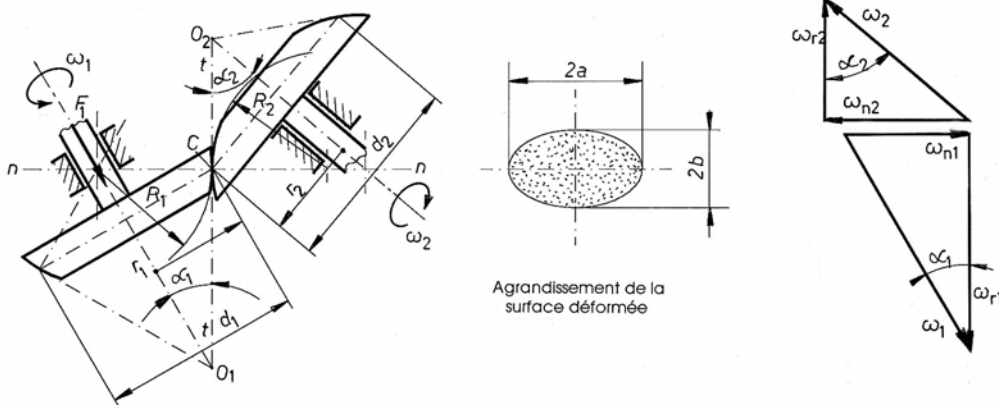


Figure 25.3 Conditions de contact et vitesses angulaires dans une transmission à roues coniques bombées

25.2.4 COEFFICIENTS DE FROTTEMENT

Le coefficient de frottement entre les deux corps dépend essentiellement des matériaux utilisés et du glissement. Le plus fort coefficient de frottement s'obtient par une roue en

caoutchouc sur une roue en acier. Le contact acier sur acier à sec permet d'obtenir un coefficient de frottement moitié plus petit. Enfin, le contact de deux roues en acier durci superficiellement et lubrification engendre un coefficient représentant 10% du contact caoutchouc sur acier. La figure 25.4 montre la variation du coefficient de frottement en fonction du glissement spécifique pour les matières introduites dans les transmissions par friction.

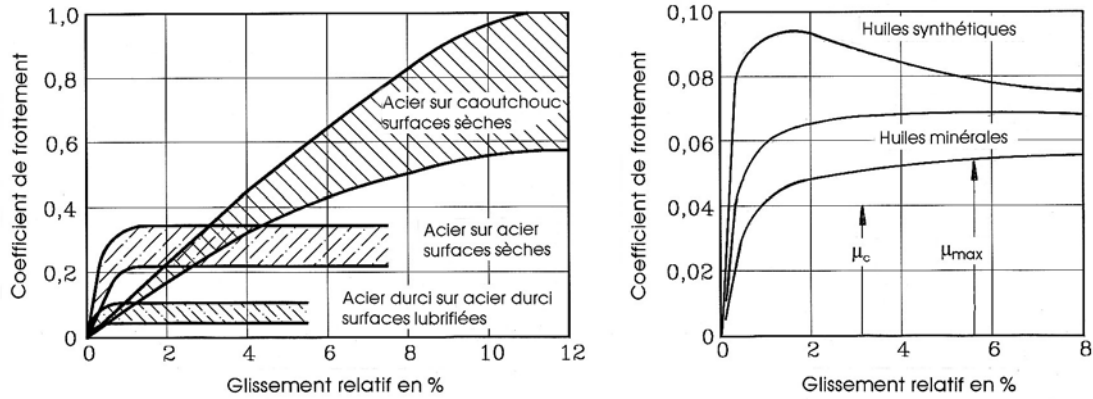


Figure 25.4 Coefficients de frottement dans les transmissions par friction en fonction du glissement spécifique : à gauche : deux cylindres au rayon $R = 40$ mm pour acier sur caoutchouc et acier sur acier, bille sur cylindre pour aciers durcis; à droite : bille sur cylindre en acier durci, rayon $R = 40$ mm, force normale 2000 N, vitesse 4 m/s, température de l'huile 50°C.

La figure 25.4 à droite caractérise le comportement du frottement en régime élastohydrodynamique. Les lubrifiants synthétiques développés pour les transmissions par friction permettent d'obtenir des coefficients de frottement deux fois plus grands.

25.2.5 TRANSMISSION DE LA FORCE TANGENTIELLE

La puissance motrice sur la roue 1 étant désignée par P_1 , la vitesse angulaire par ω_1 , le rayon de contact par R_1 , il est possible d'écrire :

$$P_1 = M_1 \cdot \omega_1 = R_1 \cdot z \cdot F_t \cdot \omega_1 = P_2 / \eta_{\text{méc tot}}, \quad (25.3.1)$$

avec : z le nombre de points ou de lignes de contact sur la roue 1,

F_t la force transmise par ligne ou point de contact,

P_2 la puissance sur l'arbre de sortie supportant le roue 2,

$\eta_{\text{méc tot}}$ le rendement total de la transmission entre les deux roues.

La transmission de la force tangentielle F_t ne doit pas provoquer le glissement des surfaces de contact entre les deux roues. Cette condition est satisfaite si en chaque instant cette force est inférieure à la force de frottement limite F_{R0} : $F_t < F_{R0} = \mu_0 \cdot F_n$. La sécurité au glissement S_{gl} doit être au moins égale à 1,4. La force normale minimale vaut :

$$F_{n \text{ min}} \geq \frac{S_{gl} \cdot F_t}{\mu_0}. \quad (25.3.2)$$

Pour les transmissions à surfaces sèches, il faut prévoir une protection efficace des surfaces contre toute souillure par lubrifiant ou corps étrangers. Le glissement qui se produit inévitablement par suite des déformations des surfaces de contact crée inmanquablement une certaine imprécision dans le rapport de transmission. Dans les variateurs de vitesse, la sécurité au glissement doit se contrôler dans toute la gamme des rapports de transmission. Le coefficient de frottement de calcul est lu sur les courbes ou dans le tableau 25.1 des caractéristiques des matières.

Tableau 25.1

Valeurs de calcul pour les transmissions par friction
 (adapté de G. Niemann, H. Winter : Machinenelemente, Band III)
 (Pression admissible et module d'élasticité en N/mm²)

Matériaux en contact	Genre de lubrification	ω_p / ω_r %	Coefficient de frottement de calcul	γ_{gl} en %	Paramètre de roulement e en mm	Pression hertzienne admissible	Module d'élasticité résultant
Acier durci sur Acier durci	Huile à base paraffini. Huile à base naphthali.	0	0,02 à 0,04	1..3	0,005	2500..3000	$21 \cdot 10^4$
		1	0,015 à 0,035	2..4		2000..2500	
Acier durci	Huile à base naphthali. Huile synthétique	10	0,010 à 0,025	5..10	à	300..800	$21 \cdot 10^4$
		0	0,03 à 0,05	0,5..2		2500..3000	
		1	0,025 à 0,045	1..2		2000..2500	
		10	0,015 à 0,030	4..7		300..800	
Ac 70/Ac dur GG 25/Ac 70	Huile paraffini.	0	0,02 à 0,04	1..3	0,01 à 0,10	650	$21 \cdot 10^4$
		10	0,02 à 0,04	1..3	0,01 à 0,10	450	$15 \cdot 10^4$
GS-45/Ac 50 GS-50/Ac 50 GS-60/Ac 60 Gs-70/Ac 70 Ac 60/Ac 70	Surface sèches		0,1 à 0,15	0,5 à 1,5	0,5	500	$21 \cdot 10^4$
		540					
					0,5	570	
					0,5	620	
						530 à 700	
Roues pour voitures de chemin de fer							
Ac 52/Ac 70	Surfaces Humides		0,05 à 0,07	1..3	$0.0184 \{R\}^{0,5}$	530..650	$21 \cdot 10^4$
Ac 80/Ac 70			0,05 à 0,07	1..3	$0.0184 \{R\}^{0,5}$	420	$21 \cdot 10^4$
GG 20/Ac 50	Sec		0,10 à 0,15	0,5..1,5	0,05 à 0,6	380	$15 \cdot 10^4$
GG 20/Ac 70	Sec		0,10 à 0,15	0,5..1,5	0,05 à 0,6	320..390	$15 \cdot 10^4$
Elastom/métal	Sec		0,7	4..10	$\mu_r = 0,2$	$k_{adm} = 0,2$	
Caoutchouc/Ac	Sec		0,5	4..10		$F_{adm} =$	
Caoutchouc/Ac	Humide		0,3	4..10		$0,235 R B$	
Pneu/béton	Sec		0,3 à 0,4	5	$\mu_r = 0,01$ à 0,02	$F_{adm} =$	
Pneu/Ac	Sec		0,35 à 0,50	3..4		4250 N	
Cuir/Fonte GG	Sec		0,1 à 0,3	2..5	0,15	$k_{adm} = 0,15$	152
Bois/Fonte GG	Sec		0,1 à 0,35	2..5		$k_{adm} = 0,9$	
Compléments d'information							
Coefficient de frottement de calcul pour les corps métalliques selon essais de FZG, Université Technique de Munich.							
Type de pneu :165SR14 : choix selon DIN 78703/3, vitesse circonférentielle maximale 50 m/s							
μ_r coefficient de frottement dans le roulement							

La mise en équilibre statique ou dynamique de chaque arbre, avec les roues, permet de trouver les composantes radiale et axiale dans le domaine d'utilisation, les efforts aux appuis et les pertes dans les paliers. Les conditions idéales de transmission sont atteintes lorsque les composantes normales sur les roues sont proportionnelles au couple sur les arbres.

25.3 CONTRÔLES ENTRE LES CORPS À FRICTION

Le contrôle des transmissions par friction comprend la recherche des pertes, de la pression superficielle entre les corps, de l'usure et de la température de service.

25.3.1 PERTES DANS LA TRANSMISSION

La perte totale de puissance dans une transmission par friction s'exprime par :

$$P_{\text{pertes}} = P_R + P_B + P_{v0}, \quad (25.4.1)$$

avec : P_R puissance perdue par frottement de glissement et de pivotement :
elle est égale à la somme de ces puissances de frottement,
 P_B puissance perdue dans les paliers,
 P_{v0} puissance perdue à vide.

La puissance perdue par glissement se trouve simplement par :

$$P_{R\mu} = \mu v_{ul} F_n \gamma_{gl}. \quad (25.4.2)$$

Cette perte est toujours présente dans les roues à friction. La puissance perdue par pivotement se définit par l'expression :

$$P_{R\gamma} = \mu_\gamma v_{ul} F_n. \quad (25.4.3)$$

Le coefficient de frottement de pivotement se trouve à partir du coefficient de roulement μ_r et de la vitesse angulaire ω_{r1} par :

$$\mu_\gamma = \mu_r (\omega_{r1}/\omega_1). \quad (25.4.4)$$

Le coefficient de frottement de roulement μ_r se définit comme coefficient global dans le déplacement d'une roue sur un plan. Cette perte dépend des matières en contact, de la lubrification, de la géométrie, des rayons de courbure, de l'état de surface et des vitesses au niveau des surfaces.

La puissance perdue dans les appuis dépend de la conception des paliers et appuis. La puissance perdue à vide dépend de la conception de la transmission, de la présence de lubrifiant et de la température en service.

25.3.2 PRESSION SUPERFICIELLE

Les rayons de courbure des deux surfaces sont habituellement différents. Si les deux roues sont cylindriques de largeurs égales, il est très difficile d'obtenir une pression axiale constante sur les surfaces déformées. Pour éviter des pressions locales très élevées engendrées par les erreurs de fabrication et d'alignement, une des roues est habituellement bombée.

1. *Contact linéique*

Ce cas particulier et plutôt théorique fait intervenir le calcul du rayon réduit à partir des diamètres des deux roues, soit :

$$r_r = 0,5 d_1 d_2 / (d_2 \pm d_1), \quad (25.5.1)$$

avec : $d_2 > d_1$, $r_1 = d_1/2$ et $r_2 = d_2/2$,

+ pour tangence extérieure,

- pour tangence intérieure.

$$E_r = 2E_1 E_2 / (E_1 + E_2),$$

b la longueur de contact.

La pression superficielle se trouve par la relation simplifiée de Hertz :

$$p_H = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E_r}{r_r b}} \leq p_{adm}. \quad (25.5.2)$$

2. Contact ponctuel

La surface de contact est une ellipse et le grand axe de cette ellipse ne devrait pas être plus grand que la longueur b des roues. Les plans principaux se situent perpendiculairement aux axes des deux roues et selon ces axes. La pression est maximale au centre de la surface. Les relations générales de Hertz sont applicables, voir le sous-chapitre dans le volume 1 :

$$p_{H \max} = \frac{3 F_n}{2 A} = \frac{3 F_n}{2 \pi \xi \eta w^2} \leq p_{adm}, \quad (25.5.3)$$

avec : ξ facteur adimensionnel de demi axe,
 η facteur adimensionnel de demi axe,
 w grandeur géométrique de définition des demi axes, soit :

$$w = \sqrt[3]{\frac{3 \left[(1 - \nu_1^2) / E_1 + (1 - \nu_2^2) / E_2 \right] \cdot F_n}{2 (1 / r_{11} + 1 / r_{12} + 1 / r_{21} + 1 / r_{22})}},$$

avec les demi axes de l'ellipse de contact : $a = \xi w$ et $b = \eta w$.

3. Pression linéaire

La pression linéaire s'utilise surtout lorsque le module d'élasticité des matières des corps est incertain et les roues sont des cylindres. Cette pression conventionnelle se trouve par :

$$k = \frac{F_n}{d_r b} \leq k_{adm}, \quad (25.5.4)$$

avec : d_r diamètre réduit,
 b largeur de contact.

L'appariement de matières tendres avec l'acier conduit d'admettre un contact linéique même en présence de roues cylindriques bombées.

4. Pressions admissibles

Les pressions admissibles de base sont données dans le tableau 25.1. La force normale F_n peut être corrigée par le facteur d'application de la charge K_A , comme dans les mécanismes à roues dentées. La pression admissible pour les roues d'engins de levage est donnée pour une fréquence de rotation de 31,5 t/min = 0,525 t/s. Pour d'autres fréquences de rotation, la pression admissible se trouve par :

$$p_{H \text{ adm-n}} = c_{2H} \cdot p_{H \text{ adm}}, \quad (25.5.5)$$

le facteur de vitesse c_{2H} se trouvant sur la figure 25.5 à gauche.

Pour les roues équipées d'un bandage en caoutchouc, la force normale admissible peut se trouver par la relation :

$$F_{n \text{ adm}} = R_1 b c_{adm},$$

le facteur de charge admissible c_{adm} étant donné sur la figure 25.5 à droite. Ce facteur dépend de la liaison entre la roue métallique et le bandage en caoutchouc.

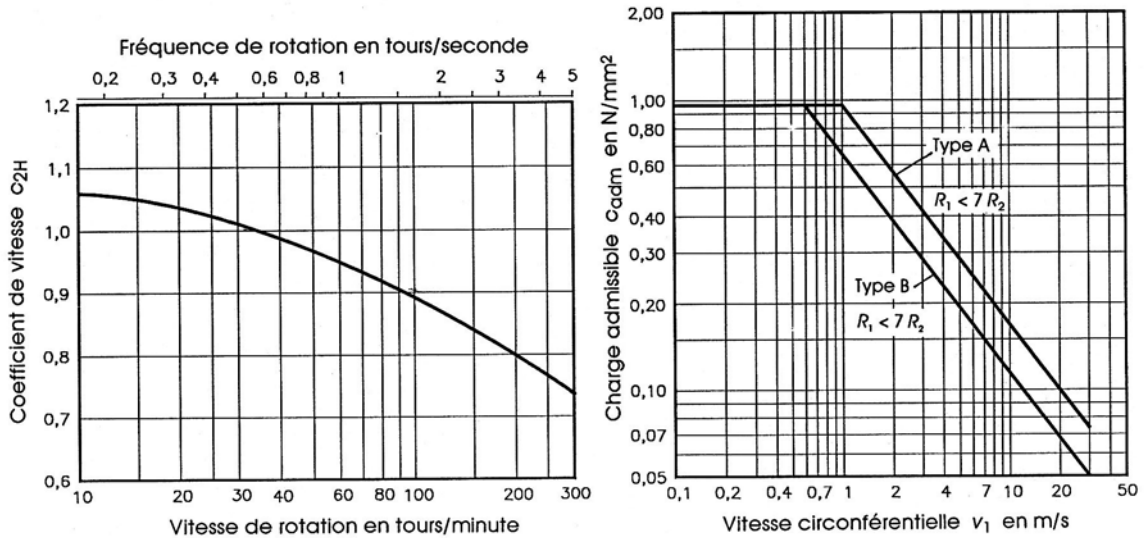


Figure 25.5 Coefficient de vitesse c_{2H} pour les roues des engins de levage
 Charge admissible c_{adm} sur les roues à bandage en caoutchouc :
Type A : caoutchouc vulcanisé sur un galet en acier
Type B : caoutchouc sur couche de fus métalliques vulcanisé sur galet en acier

25.3.3 USURE ET DURÉE DE VIE

L'usure et la durée de vie d'une transmission par friction peuvent se déduire de la couche h et du volume V_v de matière usée ou déportée de la surface de contact et de la puissance perdue par frottement. Le facteur d'usure f_v doit se trouver expérimentalement dans des conditions semblables de service. La durée de vie s'exprime alors par :

$$L_h = \frac{V_v}{P_R f_v}, \quad (25.6.1)$$

avec : $V_v = A_L h = 2 \pi R_1 b h$,
 R_1 rayon moyen de la surface usée,
 b la plus petite largeur de la surface usée.

Dans un contact ponctuel, cette largeur correspond à la trace laissée sur la surface usée.

25.3.4 ÉCHAUFFEMENT

La puissance perdue par frottement engendre un échauffement non négligeable des corps et peut provoquer une détérioration sensible des conditions de transmission. Ce phénomène est présent dans les roues équipées de bandage en caoutchouc par suite de l'énergie de déformation à l'intérieur du matériau et des mauvaises conditions de transmission de la chaleur. La vitesse circonférentielle joue un grand rôle dans ce cas.

Le glissement de corps métalliques provoque aussi des échauffements très localisés dans la zone de contact et la formation de griffures ou grippage. Dans les transmissions lubrifiées, l'élévation de température engendre une diminution sensible de la viscosité, du coefficient de frottement et de la portance. Le vieillissement du lubrifiant est aussi accéléré.

25.4 DESCRIPTION DE QUELQUES VARIATEURS DE VITESSE

Les variateurs de vitesse à friction permettent de transmettre des puissances moyennes, de 100 W jusqu'à 100 kW dans les meilleures conditions, et de varier le rapport de transmission d'une façon continue entre les arbres d'entrée et de sortie. Actuellement, ils sont concurrencés par les moteurs électriques à vitesse variable.

25.4.1 VARIATEUR DE VITESSE À BILLES ET CÔNES

Parmi les nombreuses variantes du variateur à billes et à cônes, présentons le type M, forme B, développé par Jean E. Kopp. Ce variateur utilise la variation du rayon de roulement de quatre billes placées entre deux plateaux tronconiques. Les arbres d'entrée et de sortie sont coaxiaux. Dans la position représentée sur la figure. 25.6, le rapport de transmission vaut $i = 1,0$ car les points de contact entre billes et cônes sont placés sur les mêmes rayons. La force normale sur les billes est proportionnelle aux couples à transmettre. Elle s'obtient par deux rangées de billes (2) montées entre des rampes fixées sur les deux arbres et les cônes.

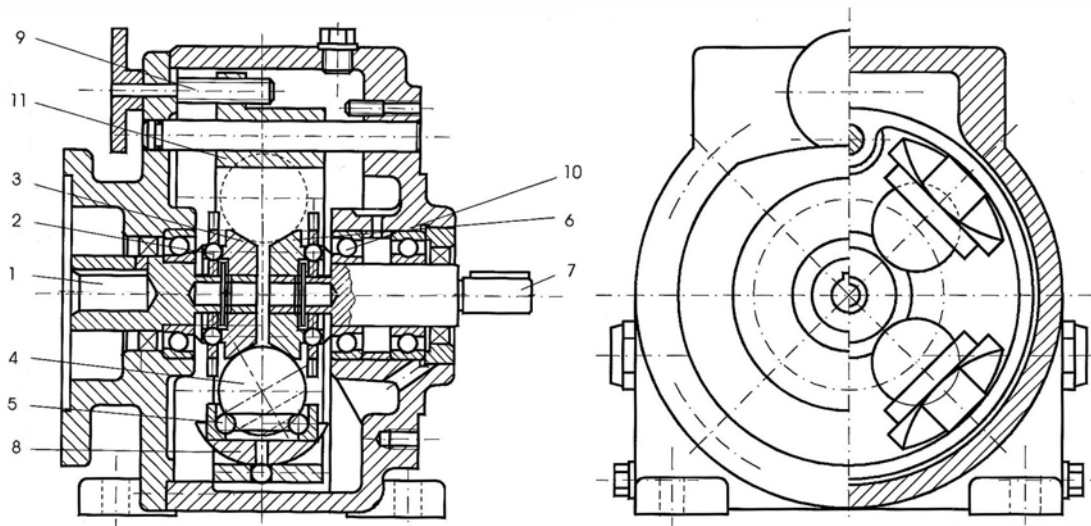


Figure 25.6 Variateur de vitesse à friction à billes et cônes, type M. (Jean E. Kopp, Meyrier – Morat).

1 Arbre menant intérieur	2 Système de pression	3 Cône menant de friction
4 Billes pivotantes	5 Butée à billes	6 Cône mené de friction
7 Arbre mené	8 Support pivot des billes	9 Vis de commande de position
10 Roulements à contact oblique	11 Anneau guidé de commande de la position des billes	

L'anneau de commande (11), déplaçable de l'extérieur par la vis de commande (9), sert à modifier les rayons de contact entre les billes et les cônes. Une translation vers la droite de cet élément pivote les supports sphériques et les billes sur leur couronne et permet d'obtenir d'autres rayons de contact, donc d'autres rapports de transmission. Le contact entre les billes et les cônes menant et mené est ponctuel.

25.4.2 VARIATEUR DE VITESSE À DOUBLE CÔNE

Les doubles cônes en acier durci sont placés entre deux plateaux, l'un à contact intérieur, l'autre à contact extérieur. Les arbres d'entrée et de sortie sont coaxiaux. La variation du rapport de transmission est obtenue par déplacement axial du support des doubles cônes et modification des points de contact. La force normale sur les corps s'obtient par deux rangées

25. Eléments à friction

de billes montées entre des rampes placées sur les deux arbres. Le rapport de transmission s'exprime en fonction des divers rayons de roulement par :

$$i = \omega_1/\omega_2 = (R_2/R_1) \cdot (r_1/r_2).$$

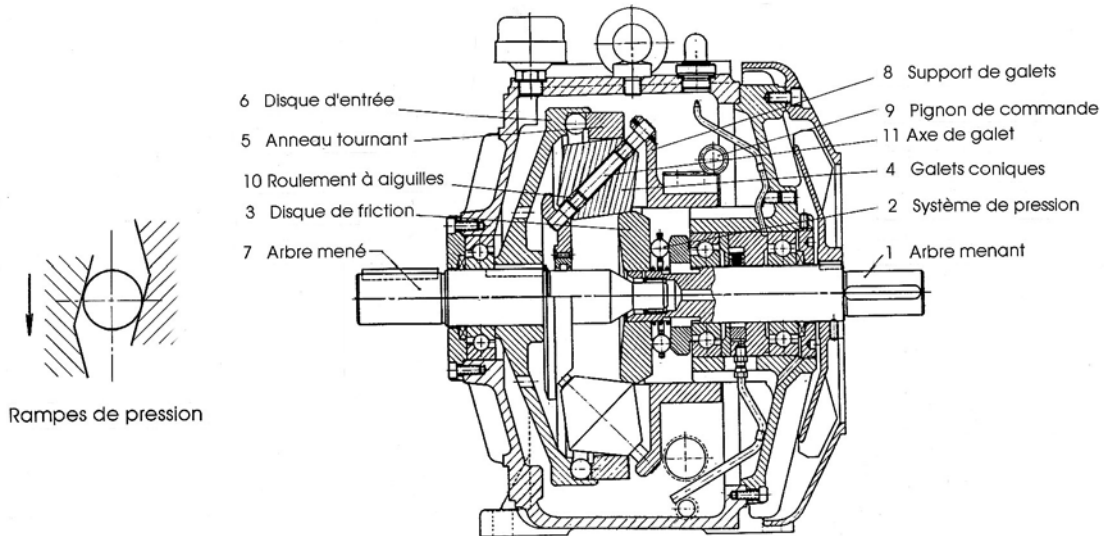


Figure 25.7 Variateur de vitesse à friction à double cônes (Jean E. Kopp, Meyrier – Morat)

Le contact entre les disques et les corps en double cône est ponctuel car les disques sont légèrement bombés afin d'éviter toute pression locale indésirable. La figure 25.8 montre les divers rayons d'entraînement, les plans principaux et les rayons de courbure aux points de friction. Le glissement spécifique dépend directement du rapport entre les couples d'entrée et de sortie. En appliquant les relations du régime élasto-hydrodynamique, J. Holland a déterminé l'épaisseur minimale du film de lubrifiant entre les surfaces [3.144]. Cette épaisseur varie avec la fréquence de rotation et la charge. Elle se situe entre 0,10 et 0,15 μm sur le disque inférieur et entre 0,1 et 0,4 μm sur le disque supérieur.

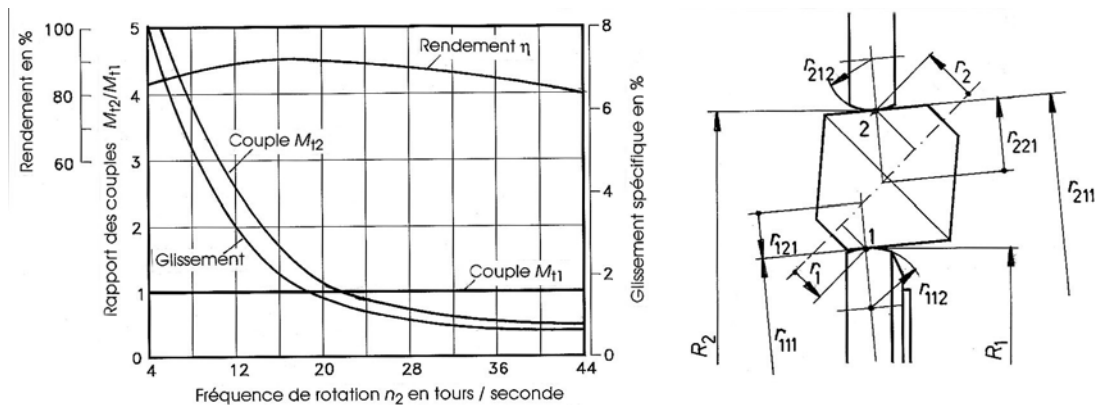


Figure 25.8 Caractéristiques relevées sur le variateur Kopp (J- Holland). Rayons de courbure

25.4.3 VARIATEUR DE VITESSE À BILLES ET DISQUES

Le variateur de la firme PIV, type KS, est un variateur à billes et disques permettant le réglage continu à partir de zéro. Le couple peut se transmettre jusqu'à une fréquence de rotation de sortie nulle. Les gammes des vitesses s'étendent entre zéro et 1,2 fois la fréquence d'entrée. Le variateur est complété le plus souvent d'un réducteur à engrenage suivant le disque mené. Les arbres d'entrée et de sortie sont équipés chacun d'un disque lisse, décalé l'un par rapport à l'autre. Une cage à billes mobile est placée entre ces deux disques. L'ensemble des billes, en acier trempé, transmet par friction le couple d'entrée vers l'arbre de sortie. La cage à billes peut se déplacer entre les deux disques au moyen d'une commande extérieure à vis.

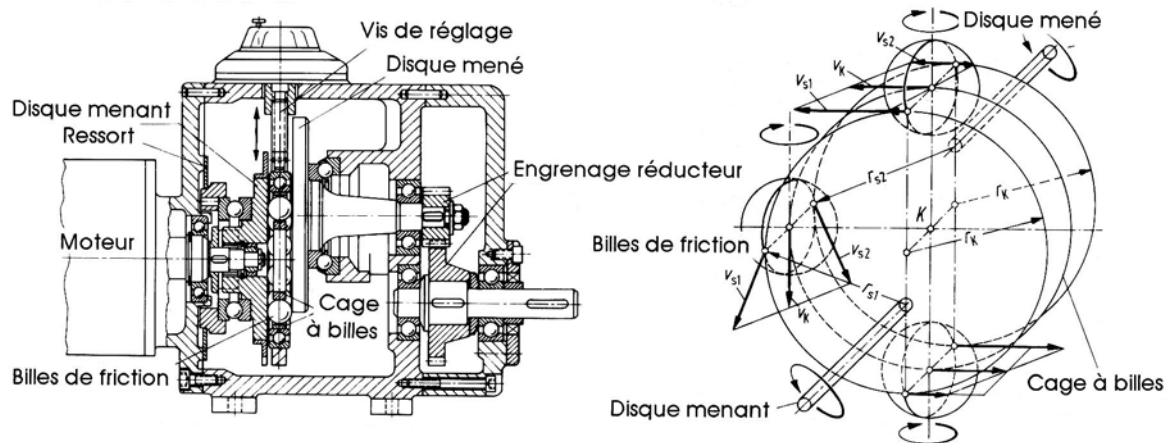


Figure 25.9 Variateur à billes et disques PIV, Wemer Reimer, Bad Homburg, Posiva
Coupe dans le variateur et répartition des vitesses composantes

Les billes, guidées dans leur logement, roulent sur les faces des disques plats. À chaque rotation, les billes parcourent une trajectoire différente même en régime continu. Le point de contact de chaque bille décrit une cycloïde sur les disques menant et mené, la forme de la trajectoire dépendant de la position de la cage mobile. La force normale sur les billes est produite par un ressort à rondelle. La gamme des puissances transmissibles s'étend de 0,12 kW à 3 kW et la fréquence de sortie peut s'échelonner de 0,08 à 27,5 t/s pour une fréquence d'entrée de 23,3 t/s.

Ces variateurs peuvent se livrer avec un rapport de transmission entre l'arbre d'entrée et de sortie de 6, 10 ou rapport de réglage infini. Ils peuvent fonctionner dans les deux sens de rotation. Lors d'une surcharge, les billes tournent sur elles-mêmes et l'arbre de sortie s'arrête. Toutefois, il faut éviter un blocage permanent de l'arbre de sortie.

CHAPITRE 26

MÉCANISMES À ARTICULATIONS

Ce chapitre traite principalement des mécanismes articulés usuels, soit un rappel des lois de cinématiques des corps en mouvement plan, le quadrilatère articulé et le mécanisme bielle - manivelle.

La technique des mécanismes articulés comporte principalement deux domaines d'investigation :

1. *L'analyse des mécanismes* : elle s'intéresse à la constitution des structures des systèmes, la géométrie de tous les constituants étant connue. Elle fait appel à de nombreux théorèmes géométriques et cinématiques dont certains datent déjà des siècles passés.
2. *La synthèse des mécanismes* : elle permet de trouver la géométrie des systèmes à partir de conditions géométriques et cinématiques fixées au départ.

26.1. RAPPEL DE L'ANALYSE DES MÉCANISMES ARTICULÉS

26.1.1 COMPOSANTS DES MÉCANISMES ARTICULÉS

Les mécanismes articulés se composent principalement de chaînons et d'articulations. La représentation symbolique de ces mécanismes se dessine au moyen de chaînes cinématiques. Tout mécanisme articulé doit posséder une conduite correcte lorsque, pour une position quelconque d'un de ses chaînons, toute autre position est rendue impossible par l'assemblage des chaînons. La conduite est imposée par le nombre de chaînons, le nombre d'articulations, le degré de liberté des articulations et la structure du mécanisme. Pour un mécanisme articulé plan constitué seulement par des articulations à un degré de liberté, la conduite est correcte si la relation de Tchébychev est satisfaite :

$$3n - 2a_1 - 4 = 0,$$

avec : n le nombre de chaînons,
 a_1 le nombre d'articulations à un degré de liberté.

Ainsi, le nombre d'articulations à un degré de liberté pour un mécanisme plan constitué par une chaîne cinématique articulée se trouve par la relation :

$$a_1 = 1,5n - 2.$$

Les règles de développement des chaînes cinématiques peuvent s'énoncer comme suit :

1. Le nombre de chaînons dans la chaîne à un degré de liberté doit toujours être pair.
2. La chaîne à un degré de liberté doit se fermer et ne pas contenir de chaînons à articulation unique (appelé battant simple).
3. La conduite est conservée si la chaîne est élargie par un battant double.
4. Les polygones à chaînons composés de trois articulations sont inutilisables.

Deux chaînes cinématiques fondamentales sont à disposition :

1. La chaîne de Watt composée de deux chaînons jointifs à deux articulations.
2. La chaîne de Stephenson constitué de deux chaînons à deux articulations séparés par des chaînons à trois articulations.

Nombre de Chaînes	(2)	4	6	8	10
Nombre d'articulations	(1)	4	7	10	13

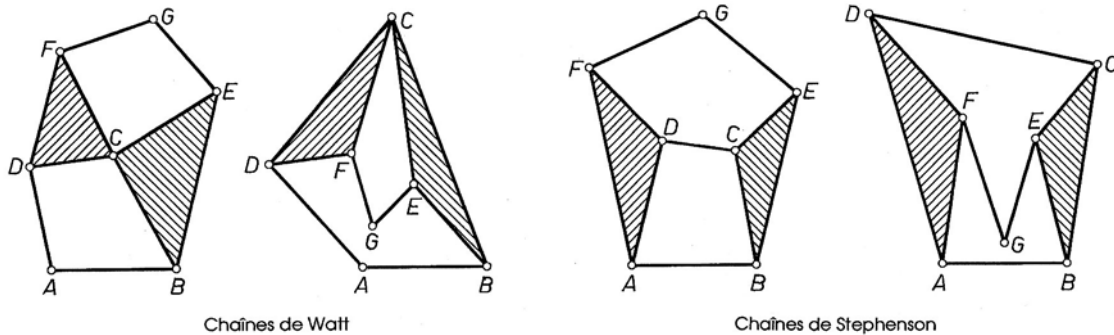


Figure 26.1 Chaînes cinématiques de Watt et de Stephenson à 6 chaînons : la chaîne cinématique formant le quadrilatère fondamental se compose des articulations A,B,C et D

Dans la pratique, il existe également des chaînes cinématiques planes et spatiales composées de chaînons à plusieurs degrés de liberté.

26.1.2 RAPPEL DE QUELQUES NOTIONS DE CINÉMATIQUE

La cinématique des corps en mouvement plan, utilisée dans les mécanismes articulés, comprend de nombreux théorèmes et propriétés fondamentales. Nous voulons en citer seulement quelques uns applicables au chaînon AB .

1. Théorèmes d'Euler

Les deux théorèmes d'Euler permettent de trouver la vitesse et l'accélération du point B connaissant toutes les grandeurs cinématiques au point A d'un chaînon AB et la direction de la trajectoire décrite par le point B . La recherche s'effectue soit graphiquement, soit analytiquement.

Théorème des vitesses : la vitesse du point B est égale à la somme vectorielle de la vitesse du point A et de la vitesse de rotation du point B par rapport au point A :

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA} \tag{26.1.1}$$

Théorème des accélérations : L'accélération du point B est égale à la somme vectorielle de l'accélération du point A et de l'accélération du point B par rapport au point A :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{At} + \vec{a}_{BAAn} + \vec{a}_{BAAt} \tag{26.1.2}$$

- avec :
- v_A vitesse du point A ,
 - v_B vitesse du point B ,
 - v_{BA} vitesse du point B par rapport au point A ,
 - a_A accélération du point A ,
 - a_B accélération du point B ,
 - a_{An} composante normale de l'accélération du point A ,
 - a_{At} composante tangentielle de l'accélération du point A ,
 - a_{BAAn} composante normale de l'accélération du point B par rapport au point A ,
 - a_{BAAt} composante tangentielle de l'accélération du point B par rapport au point A .

2. Théorèmes de Mehmke

Les deux théorèmes de Mehmke permettent de trouver la vitesse et l'accélération pour chacun des points appartenant au chaînon AB connaissant entièrement la vitesse et l'accélération des points A et B .

Théorème des vitesses : Le triangle défini par les points A et B du chaînon et du centre instantané des vitesses (CIV) est semblable au triangle formé par la construction polaire des vitesses \vec{v}_A et \vec{v}_B , troisième côté \vec{v}_{BA} . Cette figure se nomme cinème I.

Théorème des accélérations : Le triangle défini par les points A et B du chaînon et du centre instantané des accélérations (CIA) est semblable au triangle formé par la construction polaire des accélérations \vec{a}_A et \vec{a}_B , troisième côté \vec{a}_{BA} . Cette figure se nomme cinème II.

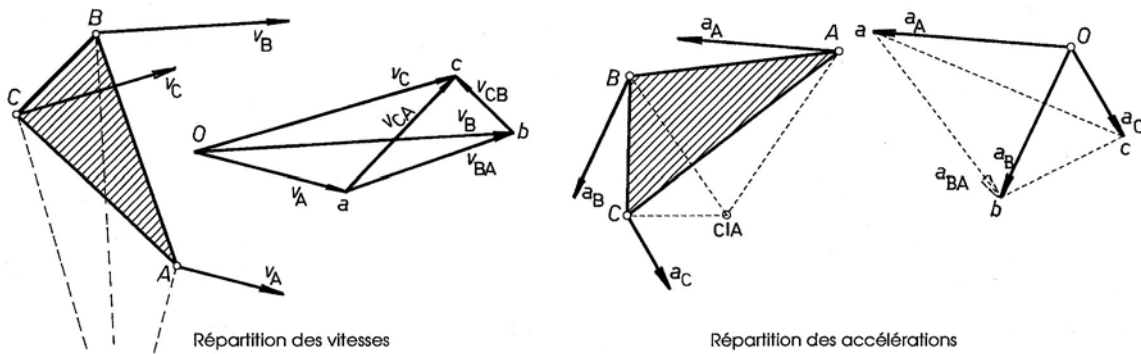


Figure 26.2 Plan des vitesses et plan des accélérations pour un chaînon à 3 articulations ABC
Application des deux théorèmes de Mehmke à la cinématique du point C

26.1.3 MOUVEMENTS RELATIFS

Les mécanismes à coulisses font intervenir la cinématique des mouvements relatifs. Les théorèmes principaux sont :

Théorème des vitesses : La vitesse absolue d'un point est égale à la somme vectorielle des vitesses relative et d'entraînement :

$$\vec{a}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e = \vec{v}_0 + \omega_0 \wedge \vec{r}_r + \vec{v}_r. \tag{26.2.1}$$

Théorème des accélérations : L'accélération absolue d'un point est égale à la somme vectorielle des accélérations relative, d'entraînement et de Coriolis :

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_C = \vec{a}_0 + \vec{a}_0 \wedge \vec{r}_r + \vec{a}_r + 2 \omega_0 \wedge \vec{v}_r. \tag{26.2.2}$$

- avec :
- v_a vitesse absolue,
 - v_r vitesse relative,
 - v_e vitesse d'entraînement,
 - v_0 vitesse du point O ,
 - ω_0 vitesse angulaire par rapport à O ,
 - r_r rayon relatif,
 - a_a accélération absolue,
 - a_r accélération relative,
 - a_e accélération d'entraînement,
 - a_C accélération de Coriolis,
 - a_0 accélération du point O .

Dans ces deux expressions, l'indice O se réfère à l'origine du système de coordonnées mobile. Les mouvements relatifs interviennent dans tous les mécanismes à cames ou avec des appuis mobiles.

26.1.4 DYNAMIQUE DES CORPS EN MOUVEMENT PLAN

La réalisation pratique de systèmes articulés impose la connaissance des efforts et des sollicitations dans les divers composants : chaînons et articulations. Dans la plupart des cas, l'application simple du principe de d'Alembert alliée à la connaissance des efforts extérieurs permet de résoudre ce genre de problème. Pour trouver l'équilibre dynamique d'un ou de plusieurs chaînons, il est nécessaire de connaître :

- la masse de chacun des composants et la position de leur centre de masse,
- le moment d'inertie de masse des composants par rapport à leur centre de masse,
- soit les accélérations linéaire et angulaire du centre de masse, soit tous les efforts.

Les deux conditions d'équilibre dynamique pour un chaînon en mouvement plan s'écrivent :

- équilibre de translation :

$$\sum_{i=1}^m \vec{F}_i = m_{\text{ch}} \cdot \vec{a}_{\text{ch}} \Rightarrow \sum_{i=1}^m \vec{F}_i - m_{\text{ch}} \cdot \vec{a}_{\text{ch}} = \sum_{i=1}^m \vec{F}_i + \vec{F}_A = 0. \quad (26.3.1)$$

- équilibre de rotation dans le plan du mécanisme :

$$\sum_{j=1}^n M_j = I_{\text{ch}} \cdot \alpha_{\text{ch}} \Rightarrow \sum_{j=1}^n M_j - I_{\text{ch}} \cdot \alpha_{\text{ch}} = \sum_{j=1}^n M_j + M_A = 0. \quad (26.3.2)$$

avec :

- a_{ch} accélération linéaire du centre de masse,
- α_{ch} accélération angulaire du chaînon,
- m_{ch} masse du chaînon,
- J_{ch} moment d'inertie de masse du chaînon par rapport à son centre de masse,
- \vec{F}_i forces connues ou à trouver,
- M_j couple connu ou à trouver, perpendiculaire au plan du chaînon,
- \vec{F}_A force de d'Alembert : $\vec{F}_A = - m_{\text{ch}} \cdot \vec{a}_{\text{ch}}$,
- M_A couple de d'Alembert : $M_A = - I_{\text{ch}} \cdot \alpha_{\text{ch}}$.

Pour déterminer les efforts dans les articulations, il faut appliquer le principe de l'action et de la réaction car ces forces existent par paire. Les équations classiques d'équilibre dans le plan peuvent s'écrire facilement sur chaque chaînon et finalement sur l'ensemble.

26.2 GÉOMÉTRIE ET CINÉMATIQUE DU QUADRILATÈRE ARTICULÉ

26.2.1 GÉOMÉTRIE DE LA CHAÎNE CINÉMATIQUE

Le quadrilatère articulé est le mécanisme de base de la plupart des mécanismes à chaînons. Il se compose de quatre chaînons à deux articulations, au total par quatre articulations à un degré de liberté. Généralement, un des chaînons appartient au plan fixe, un deuxième est l'élément moteur et tourne très souvent à vitesse angulaire constante. Chaque point des chaînons mobiles décrit une trajectoire par rapport au plan fixe. La forme de la trajectoire dépend de la position du point et de la géométrie du quadrilatère. Désignons par $l_4 = A_0B_0$ le chaînon fixe constitué par le plan de référence, $l_1 = A_0A$ le chaînon moteur, $l_2 = AB$ le chaînon inter-

médiaire formant la bielle et par $l_3 = B_0B$ le dernier chaînon se déplaçant très souvent en mouvement oscillatoire, d'où son nom de balancier.

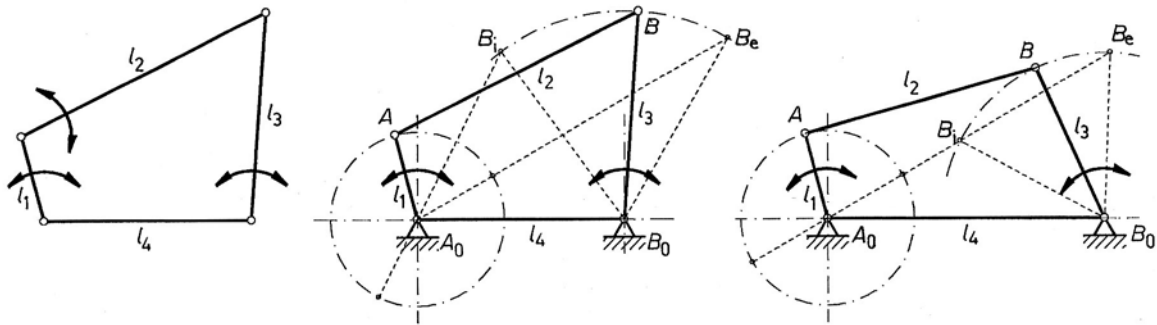


Figure 26.3 Chaînes du quadrilatère articulé et mécanismes à rotation partielle :
Chaîne cinématique avec deux exemples de quadrilatères

1. Rotation partielle du chaînon B_0B

Dans les mécanismes à rotation partielle, le point A , appartenant à la manivelle motrice, effectue un tour complet tandis que le point B , commun à la bielle AB et au balancier B_0B , décrit seulement un arc de cercle limité par les points intérieur B_i et extérieur B_e . Les positions d'inversion du mouvement du point B se trouvent aux distances :

$$A_0B_i = l_2 - l_1,$$

$$A_0B_e = l_1 + l_2.$$

Les conditions géométriques imposées par une rotation partielle du chaînon B_0B sont : le chaînon l_1 doit être le levier le plus court de la chaîne, la somme du plus petit et du plus grand des chaînons doit être inférieure à la somme des deux autres.

2. Rotation complète des chaînons A_0A et B_0B

Pour que les articulations A et B décrivent des trajectoires circulaires complètes, les dimensions des chaînons doivent satisfaire les exigences suivantes : le chaînon l_4 doit être le plus court des chaînons du quadrilatère, la somme du plus court et du plus long des chaînons doit être inférieure à la somme des deux autres.

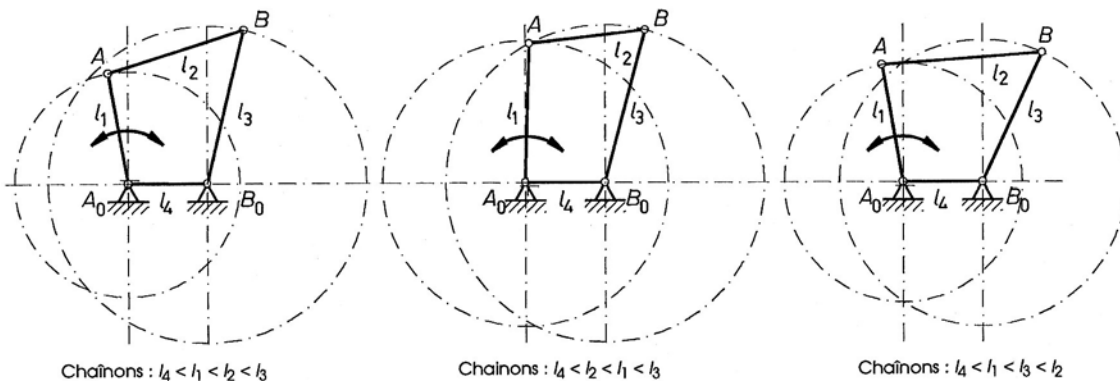


Figure 26.4 Quadrilatère articulé avec rotation complète des deux chaînons A_0A et B_0B

Cette figure montre trois possibilités de rotation complète des deux chaînons l_1 et l_3 :

$$l_4 < l_1 < l_2 < l_3,$$

$$l_4 < l_2 < l_1 < l_3,$$

$$l_4 < l_1 < l_3 < l_2.$$

Cette disposition permet de transformer un mouvement circulaire uniforme en un mouvement circulaire varié.

3. Rotation partielle des deux chaînons A_0A et B_0B

Les points A et B décrivent des arcs de cercle partiels. Les points extrêmes des trajectoires de ces articulations sont imposés par la direction de la bielle placée dans le prolongement de l'autre chaînon. La somme des chaînons le plus long et le plus court est supérieure à la somme des deux autres.

4. Quadrilatères parallèle et antiparallèles

Dans le quadrilatère parallèle, les deux chaînons A_0A et B_0B se déplacent avec les mêmes vitesses angulaires et les deux autres chaînons restent parallèles à chaque instant. Lorsque tous les chaînons sont alignés, ce mécanisme se trouve en position indéterminée de transmission du mouvement.

Dans le quadrilatère antiparallèle, les chaînons A_0A et B_0B tournent dans des sens inverses lorsque le chaînon fixe est le plus long, dans le même sens lorsque le chaînon le plus court est fixe.

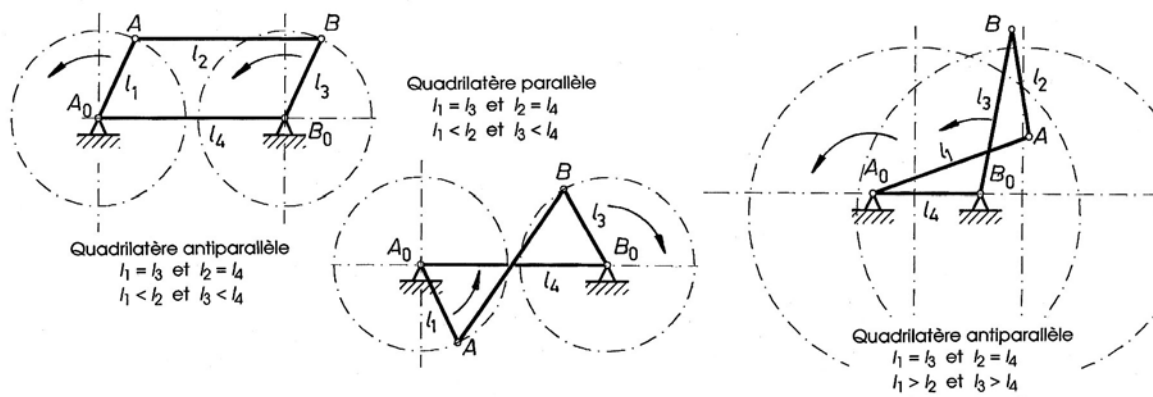


Figure 26.5 Quadrilatères parallèle et antiparallèles

26.2.2 MISE EN ÉQUATION DU QUADRILATÈRE ARTICULÉ

La mise en équation des grandeurs géométriques du quadrilatère articulé permet de trouver la position de chacun des chaînons et de déterminer les grandeurs cinématiques en chacun de ses points. Soit un quadrilatère articulé avec une manivelle motrice A_0A à rotation complète et soit un système de référence orthonormé Ox, y . Le point A_0 se trouve à l'origine et le chaînon fixe A_0B_0 se trouve placé exactement sur l'axe Ox .

1. Projections sur le système d'axes rectangulaires

L'angle entre l'axe Ox et le chaînon A_0A est désigné par φ , l'angle entre l'axe Ox et le chaînon B_0B par ψ , l'angle de la bielle AB par δ . La projection des chaînons mobiles sur le système d'axes rectangulaires donne :

- axe Ox : $l_1 \cdot \cos\varphi + l_2 \cdot \cos\delta = l_4 + l_3 \cdot \cos\psi,$

- axe Oy : $l_1 \cdot \sin\varphi + l_2 \cdot \sin\delta = l_3 \cdot \sin\psi,$

avec : $\sin\delta = \frac{l_3}{l_2} \cdot \sin\psi - \frac{l_1}{l_2} \cdot \sin\varphi,$

et :
$$\cos^2 \delta = 1 - \left(\frac{l_3}{l_2} \cdot \sin \psi - \frac{l_1}{l_2} \cdot \sin \varphi \right)^2. \quad (26.4.1)$$

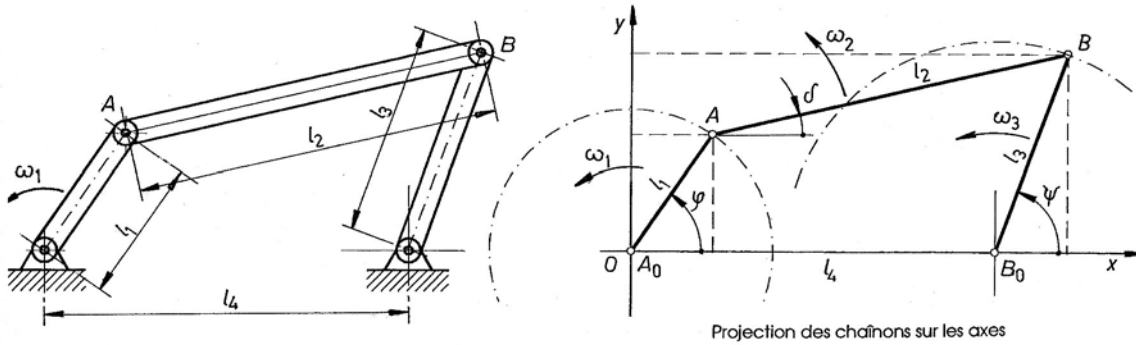


Figure 26.6 Mise en équation du quadrilatère articulé par projection des chaîns sur un système d'axes orthonormé

La première projection sur l'axe Ox permet d'isoler le terme contenant l'angle δ :

$$l_2 \cdot \cos \delta = l_4 + l_3 \cdot \cos \psi - l_1 \cdot \cos \varphi,$$

ou encore :
$$l_2^2 \cdot \cos^2 \delta = (l_4 + l_3 \cdot \cos \psi - l_1 \cdot \cos \varphi)^2.$$

De ces deux transformations, il est possible d'écrire l'égalité :

$$(l_4 + l_3 \cdot \cos \psi - l_1 \cdot \cos \varphi)^2 = l_2^2 - (l_3 \cdot \sin \psi - l_1 \cdot \sin \varphi)^2.$$

Développons les termes entre parenthèses, passons tous les termes à gauche du signe d'égalité et mettons en évidence :

$$l_1^2 \cdot (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) - l_2^2 + l_3^2 + l_4^2 - 2 l_1 l_4 \cos \varphi - 2 l_1 l_3 \sin \varphi \sin \psi - 2 l_1 l_3 \cos \varphi \cos \psi + 2 l_3 l_4 \cos \psi = 0. \quad (26.4.2)$$

Afin de simplifier l'écriture, posons les relations suivantes :

$$C_1 = \frac{l_1^2 - l_2^2 + l_3^2 + l_4^2 - 2 l_1 l_4 \cos \varphi}{2 l_3 (l_1 \cos \varphi - l_4)} \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{l_1 \sin \varphi}{l_1 \cos \varphi - l_4}.$$

Après division par $2 l_3 (l_1 \cos \varphi - l_4)$ et introduction des nouvelles valeurs, l'expression totale se simplifie en :

$$C_1 - C_2 \cdot \sin \psi - \cos \psi = 0. \quad (26.4.3)$$

2. Valeur de l'angle ψ

En éliminant $\cos \psi$ de cette dernière expression, nous pouvons écrire :

$$(C_1 - C_2 \cdot \sin \psi)^2 = 1 - \sin^2 \psi,$$

ou encore :
$$(1 + C_2^2) \cdot \sin^2 \psi - 2 C_1 C_2 \sin \psi + (C_1^2 - 1) = 0.$$

L'angle ψ du chaîn B_0B par rapport à l'axe de référence Ox se trouve par :

$$\sin \psi = \frac{C_1 C_2 \pm \sqrt{1 + C_2^2 - C_1^2}}{1 + C_2^2}, \quad (26.4.4)$$

avec le signe : + si $(l_1 \cos \varphi - l_4) < 0$,

- si $(l_1 \cos \varphi - l_4) > 0$.

$$\varphi = \varphi(t).$$

Les autres grandeurs cinématiques du mouvement circulaire se trouvent par les relations usuelles de la cinématique :

- Vitesses angulaire et linéaire :

$$\omega_1 = \omega_1(t) = \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{et} \quad v_A = \omega_1 \cdot l_1. \quad (26.5.1)$$

- Accélérations angulaire et tangentielle :

$$\alpha_1 = \alpha_1(t) = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad \text{et} \quad a_{At} = \alpha_1 \cdot l_1. \quad (26.5.2)$$

Ces deux relations permettent de trouver les vitesses circonférentielles de tout point de la manivelle et l'accélération tangentielle. La composante normale de l'accélération totale se trouve simplement par :

$$a_{An} = \frac{v_A^2}{l_1} = \omega^2 \cdot l_1. \quad (26.5.3)$$

La vitesse circonférentielle et les composantes de l'accélération d'un point quelconque de la manivelle sont proportionnelles à la distance du point A_0 au point situé sur cette pièce. La vitesse est perpendiculaire au rayon issu du point A_0 , son sens dépendant du signe de la vitesse angulaire. L'accélération totale est la somme vectorielle des composantes tangentielle et normale.

26.2.4 MOUVEMENT DU CHAÎNON B_0B

La mise en équation générale du quadrilatère articulé a permis d'exprimer l'angle ψ du balancier B_0B en fonction de l'angle φ de la manivelle motrice. Après élimination de l'angle δ de cette expression, posons la fonction :

$$F(\varphi, \psi) = l_1^2 (\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) - l_2^2 + l_3^2 + l_4^2 - 2 l_1 l_4 \cos\varphi - 2 l_1 l_3 \sin\varphi \sin\psi - 2 l_1 l_3 \cos\varphi \cos\psi + 2 l_3 l_4 \cos\psi = 0. \quad (26.6.1)$$

Calculons les dérivées partielles de cette fonction :

$$F'_\varphi = \frac{\partial F}{\partial \varphi} = 2l_1 l_4 \cdot \sin\varphi + 2l_1 l_3 \cdot \sin(\varphi - \psi), \quad (26.6.2)$$

$$F'_\psi = \frac{\partial F}{\partial \psi} = -2l_3 l_4 \cdot \sin\psi - 2l_1 l_3 \cdot \sin(\varphi - \psi). \quad (26.6.3)$$

1. Valeur des vitesses angulaire et linéaire

Connaissant l'expression de l'angle ψ en fonction de l'angle φ , la vitesse angulaire du balancier se trouve par :

$$\omega_3 = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\psi}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega_1 \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} \quad \text{avec} \quad \frac{d\psi}{d\varphi} = -\frac{\partial F / \partial \varphi}{\partial F / \partial \psi}. \quad (26.6.4)$$

Le quotient différentiel $d\psi/d\varphi$ représente la dérivée de la variable dépendante ψ par rapport à la variable indépendante φ de la fonction $F(\varphi, \psi)$. Les dérivées partielles étant connues, l'expression de la vitesse angulaire du balancier B_0B vaut :

$$\omega_3 = -\omega_1 \cdot \frac{F'_\varphi}{F'_\psi} = -\omega_1 \cdot \frac{(l_4 / l_3) \cdot \sin\varphi + \sin(\varphi - \psi)}{-(l_4 / l_1) \cdot \sin\psi - \sin(\varphi - \psi)}. \quad (26.6.5)$$

Les vitesses linéaires des points de ce chaînon sont perpendiculaires au rayon instantané issu de l'articulation fixe B_0 . La vitesse du point B vaut :

$$v_B = \omega_3 \cdot B_0B. \quad (26.6.6)$$

Les vitesses linéaires de tous les points de ce chaînon sont perpendiculaires au rayon instantané issu de l'articulation B_0 et sont proportionnelles à leur distance à ce point.

2. Valeur des accélérations angulaire et tangentielle

L'accélération angulaire dans un mouvement circulaire varié est définie par la dérivée de la vitesse angulaire par rapport au temps. Appliquons cette notion générale au balancier B_0B . La relation générale de cette accélération prend la forme suivante :

$$\alpha_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{d\omega_3}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{d\varphi} \left(\omega_1 \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} \right) \cdot \frac{d\varphi}{dt}. \quad (26.7.1)$$

En calculant la dérivée par rapport à l'angle φ de la vitesse angulaire du chaînon B_0B , l'accélération angulaire de cette pièce se trouve par l'expression :

$$\alpha_3 = \alpha_1 \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} + \omega_1^2 \cdot \frac{d^2\psi}{d\varphi^2}. \quad (26.7.2)$$

Cette relation contient deux termes : le premier dépend de l'accélération angulaire du chaînon moteur et du quotient différentiel défini dans le calcul de la vitesse angulaire, le second se compose du carré de la vitesse angulaire de la manivelle motrice et de la dérivée seconde de l'angle ψ par rapport à l'angle φ . Ce dernier quotient s'exprime par :

$$\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} = -\frac{1}{F_{\psi}^{\prime 3}} \cdot (F_{\varphi\varphi}'' F_{\psi}^{\prime 2} - 2F_{\varphi\psi}'' F_{\varphi}' F_{\psi}' + F_{\psi\psi}'' F_{\varphi}^{\prime 2}), \quad (26.7.3)$$

avec :

$$F_{\varphi\varphi}'' = \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} = 2l_1 l_3 \cdot \left(\frac{l_4}{l_3} \cdot \cos \varphi + \cos(\varphi - \psi) \right), \quad (26.7.4)$$

$$F_{\psi\psi}'' = \frac{\partial^2 F}{\partial \psi^2} = -2l_1 l_3 \cdot \left(\frac{l_4}{l_1} \cdot \cos \psi - \cos(\varphi - \psi) \right), \quad (26.7.5)$$

$$F_{\varphi\psi}'' = \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \cdot \partial \psi} = -2l_1 l_3 \cdot \cos(\varphi - \psi). \quad (26.7.6)$$

Dans la plupart des mécanismes, la manivelle motrice A_0A est animée d'un mouvement circulaire uniforme. L'expression de l'accélération angulaire du chaînon B_0B se simplifie en :

$$\alpha_3 = -\frac{\omega_1^2}{F_{\psi}^{\prime 3}} \cdot (F_{\varphi\varphi}'' F_{\psi}^{\prime 2} - 2F_{\varphi\psi}'' F_{\varphi}' F_{\psi}' + F_{\psi\psi}'' F_{\varphi}^{\prime 2}). \quad (26.7.7)$$

L'accélération tangentielle d'un point quelconque du chaînon B_0B , par exemple le point P , se trouve simplement par :

$$a_{Pt} = \alpha_3 \cdot B_0P. \quad (26.7.8)$$

La composante normale se calcule par la relation générale :

$$a_{Pn} = \omega_3^2 \cdot B_0P, \quad (26.7.9)$$

et l'accélération totale est la somme vectorielle de ces composantes soit :

$$\vec{a}_P = \vec{a}_{Pt} + \vec{a}_{Pn}. \quad (26.7.10)$$

26.2.5 MOUVEMENT DU CHAÎNON AB

La vitesse et l'accélération des points A et B étant connues, les deux théorèmes de Mehmke donnent immédiatement ces deux grandeurs cinématiques pour chacun des points du chaînon AB . En partant de l'expression de l'angle δ en fonction des deux autres angles φ et ψ , en calculant successivement les deux dérivées par rapport au temps, il est possible d'exprimer la vitesse et l'accélération angulaire de la bielle pour chaque position de ce chaînon :

1. **Vitesse angulaire :**
$$\omega_2 = \omega_2(t) = \frac{d\delta}{dt}.$$

En isolant l'angle d de l'expression générale, il est possible d'écrire successivement :

$$\sin\delta = u = \frac{l_3}{l_2} \cdot \sin\psi - \frac{l_1}{l_2} \cdot \sin\varphi, \quad (26.8.1)$$

et :

$$\delta = \arcsin u = \arcsin\left(\frac{l_3}{l_2} \cdot \sin\psi - \frac{l_1}{l_2} \cdot \sin\varphi\right).$$

La vitesse angulaire s'exprime finalement par :

$$\omega_2 = \frac{d\delta}{dt} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot \frac{du}{dt},$$

et :

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot \left(\frac{l_3}{l_2} \cdot \cos\psi \cdot \omega_3 - \frac{l_1}{l_2} \cdot \cos\varphi \cdot \omega_1\right). \quad (26.8.2)$$

2. **Accélération angulaire :**

$$\alpha_2 = \alpha_2(t) = \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\omega_2}{dt}. \quad (26.8.3)$$

L'expression de la vitesse angulaire ω_2 se laisse aussi dériver par rapport au temps et contient en plus les accélérations angulaires α_1 et α_3 des deux chaînons à point fixe.

L'accélération angulaire du chaînon, nécessaire à l'analyse dynamique, peut aussi se trouver en appliquant le deuxième théorème d'Euler :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{Bt} \quad \text{avec} \quad a_{Bt} = \alpha_2 \cdot AB,$$

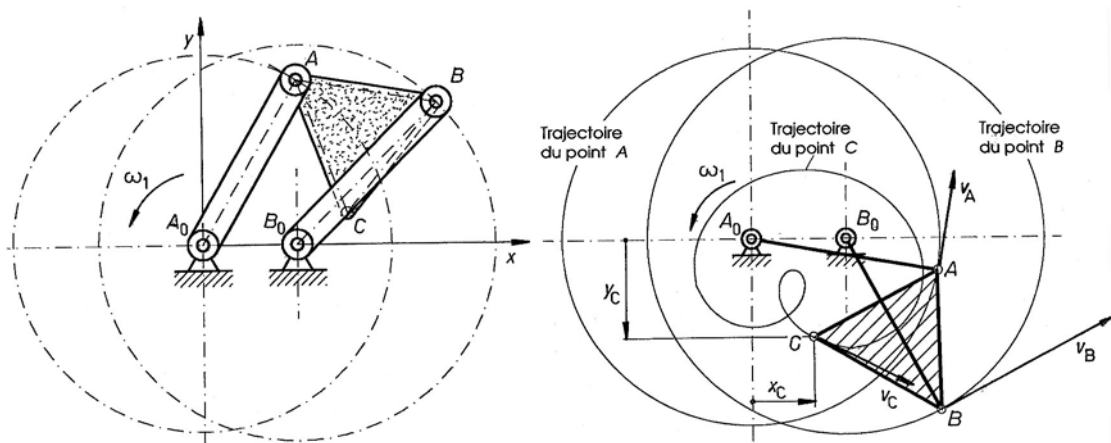


Figure 26.8 Exemple de recherche cinématique sur un quadrilatère articulé à rotation totale

L'accélération angulaire du balancier peut se calculer par :

$$\alpha_2 = \frac{a_{Bt}}{AB} \quad (26.8.4)$$

26.2.6 EXEMPLE DE RECHERCHE CINÉMATIQUE

L'exemple choisi est un quadrilatère articulé à rotation totale pour la manivelle A_0A et le chaînon B_0B , voir la figure précédente 26.8. Les dimensions proposées sont :

- manivelle motrice A_0A : $l_1 = 200$ mm,
- balancier B_0B : $l_3 = 210$ mm,
- bielle AB : $l_2 = 150$ mm,
- chaînon fixe de base A_0B_0 : $l_4 = 100$ mm,
- point C : $AC = 150$ mm, AC incliné de -60° par rapport à AB .

La fréquence de rotation est supposée égale $1/(2\pi)$ t/s soit une vitesse angulaire de 1 rad/s de manière à obtenir les caractéristiques générales de ce mécanisme.

1. RECHERCHE DES GRANDEURS CINÉMATIQUES

Les dimensions géométriques adoptées et toutes les relations proposées précédemment permettent de trouver les angles, les vitesses et les accélérations angulaires des divers composants. Ces grandeurs peuvent se programmer et le tableau de la page suivante donne une partie des résultats avec un incrément de 10° pour l'angle de la manivelle motrice.

2. REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES

Les trajectoires parcourues par les points A , B et C sont données sur la figure 26.8. La trajectoire du point C est construite point par point. Sa forme dépend de la position de ce point par rapport au chaînon AB .

La figure 26.9 ci-dessous montre à gauche la variation de la vitesse angulaire en fonction de l'angle φ pour les chaîns A_0A , B_0B et AB . Le mouvement de la manivelle motrice est circulaire uniforme, donc la vitesse angulaire ω_1 est constante. L'accélération angulaire des chaîns B_0B et AB varie assez fortement pendant le mouvement de la manivelle A_0A , du balancier et de la bielle. Par contre, l'accélération angulaire de la manivelle motrice est nulle.

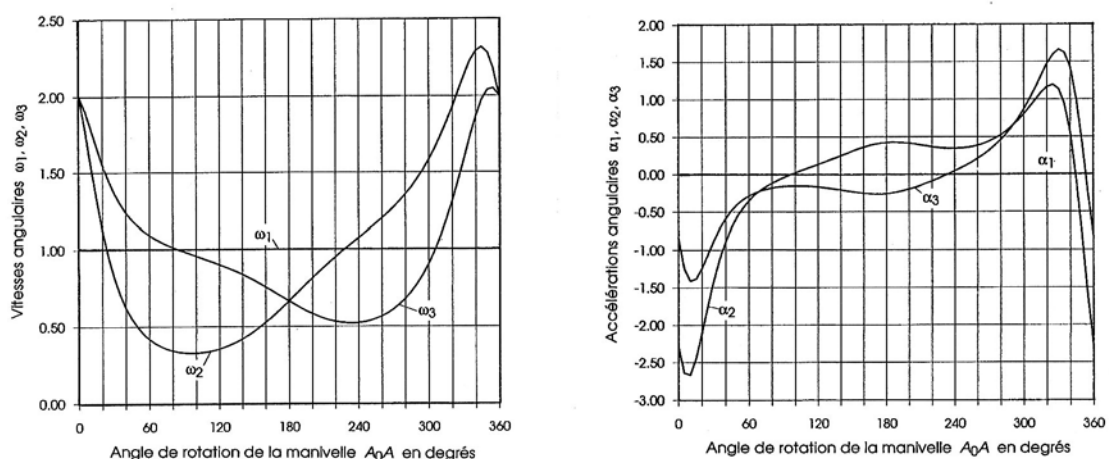


Figure 26.9 Représentation des vitesses et des accélérations angulaires des chaîns A_0A , AB et B_0B en fonction de l'angle de rotation de la manivelle pour le quadrilatère articulé à rotation totale.

La vitesse angulaire de la manivelle motrice A_0A vaut 1 rad/s

26. Mécanismes à articulations

Tableau 26.1
Grandeurs géométriques et cinématiques ($\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$)

φ	Angles en $^\circ$		Balancier		Bielle AB		
	ψ	δ	ω_3	α_3	ω_2	α_2	x_C
0.00	318.80	292.75	2.000	-0.839	2.000	-2.284	109.20
10.00	337.83	310.55	1.789	-1.414	1.549	-2.666	147.01
20.00	354.50	323.83	1.551	-1.243	1.125	-2.108	171.83
30.00	9.03	333.46	1.366	-0.880	0.820	-1.408	182.25
40.00	22.02	340.59	1.239	-0.590	0.622	-0.894	180.79
50.00	33.95	346.14	1.154	-0.402	0.497	-0.562	170.27
60.00	45.18	350.70	1.095	-0.288	0.419	-0.352	153.01
70.00	55.90	354.62	1.051	-0.219	0.370	-0.213	130.90
80.00	66.23	358.17	1.016	-0.180	0.342	-0.116	105.55
90.00	76.24	1.52	0.987	-0.160	0.329	-0.042	78.42
100.00	85.97	4.79	0.960	-0.153	0.327	0.021	50.85
110.00	95.44	8.09	0.933	-0.157	0.336	0.077	24.14
120.00	104.63	11.53	0.905	-0.168	0.354	0.133	-0.54
130.00	113.52	15.21	0.874	-0.187	0.382	0.191	-22.11
140.00	122.09	19.21	0.839	-0.209	0.421	0.249	-39.64
150.00	130.29	23.65	0.801	-0.233	0.469	0.308	-52.39
160.00	138.09	28.63	0.758	-0.254	0.528	0.360	-59.87
170.00	145.44	34.23	0.713	-0.264	0.594	0.401	-61.88
180.00	152.34	40.54	0.667	-0.260	0.667	0.424	-58.57
190.00	158.78	47.57	0.623	-0.238	0.741	0.427	-50.47
200.00	164.82	55.36	0.584	-0.200	0.815	0.414	-38.43
210.00	170.50	63.86	0.554	-0.150	0.885	0.391	-23.55
220.00	175.92	73.05	0.533	-0.091	0.951	0.368	-7.08
230.00	181.19	82.88	0.522	-0.026	1.014	0.351	9.65
240.00	186.41	93.32	0.524	0.044	1.075	0.345	25.34
250.00	191.71	104.37	0.538	0.122	1.135	0.355	38.83
260.00	97.23	116.04	0.567	0.211	1.200	0.385	49.06
270.00	203.11	128.39	0.613	0.320	1.271	0.438	55.25
280.00	209.56	141.50	0.680	0.457	1.355	0.522	56.89
290.00	216.81	155.54	0.775	0.636	1.456	0.642	53.93
300.00	225.18	170.70	0.905	0.867	1.581	0.803	46.99
310.00	235.07	187.26	1.081	1.156	1.738	0.996	37.74
320.00	246.98	205.56	1.311	1.469	1.927	1.165	29.50
330.00	261.45	225.87	1.587	1.664	2.133	1.135	27.74
340.00	278.75	248.08	1.866	1.420	2.292	0.556	39.43
350.00	298.41	271.13	2.039	0.438	2.279	-0.814	68.56
360.00	318.80	292.75	2.000	-0.839	2.000	-2.284	109.20

3. VALEURS CINÉMATIQUES POUR UNE FRÉQUENCE DIFFÉRENTE

Si la fréquence de rotation n_1 ou la vitesse angulaire ω_1 de la manivelle motrice est différente de $n_{1nom} = 1/(2\pi)$ ou $\omega_{1nom} = 1 \text{ rad/s}$, les vitesses et les accélérations angulaires réelles des autres chaînons mobiles valent :

Vitesses angulaires :

bielle : $\omega_2 = \omega_{2nom} \cdot (\omega_1/\omega_{1nom}),$

balancier : $\omega_3 = \omega_{3nom} \cdot (\omega_1/\omega_{1nom}).$

Accélération angulaires :

bielle : $\alpha_2 = \alpha_{2nom} \cdot (\omega_1/\omega_{1nom})^2,$

balancier : $\alpha_3 = \alpha_{3nom} \cdot (\omega_1/\omega_{1nom})^2.$

L'indice nom se rapporte aux valeurs calculées pour une vitesse angulaire unitaire comme c'est le cas dans cet exemple. Les vitesses et accélérations linéaires des points du mécanisme se trouvent par les relations usuelles de la mécanique.

26.3 MÉCANISMES BIELLE - MANIVELLE

Le mécanisme bielle - manivelle excentré se compose d'une manivelle A_0A , d'une bielle AB et d'une glissière rectiligne guidant le point B . Le système est dit excentré lorsque la direction de la trajectoire du point B ne passe pas par l'articulation fixe A_0 . Ce mécanisme est un cas particulier de quadrilatère articulé : le balancier B_0B est infiniment long. Dans le mécanisme bielle - manivelle centré, la direction de la trajectoire du point B passe par le point A_0 .

26.3.1 GÉOMÉTRIE DU MÉCANISME BIELLE-MANIVELLE EXCENTRÉ

Les symboles des longueurs des chaînons et les autres dimensions géométriques sont :

- rayon de la manivelle : $r = A_0A$,
- longueur de la bielle : $l = AB$,
- excentricité de la trajectoire du point B : e .

Pour obtenir une position définie du point B pendant la rotation complète du point A , l'excentricité e doit remplir la condition :

$$e < l - r.$$

Le point B se déplace entre les abscisses x_{Bmin} et x_{Bmax} . Ces deux grandeurs se trouvent par :

$$x_{Bmin} = \sqrt{(l-r)^2 - e^2} \quad \text{et} \quad x_{Bmax} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2}.$$

La course du point B sur la trajectoire rectiligne vaut :

$$c = \Delta x_{Bmax} = x_{Bmax} - x_{Bmin} > 2r.$$

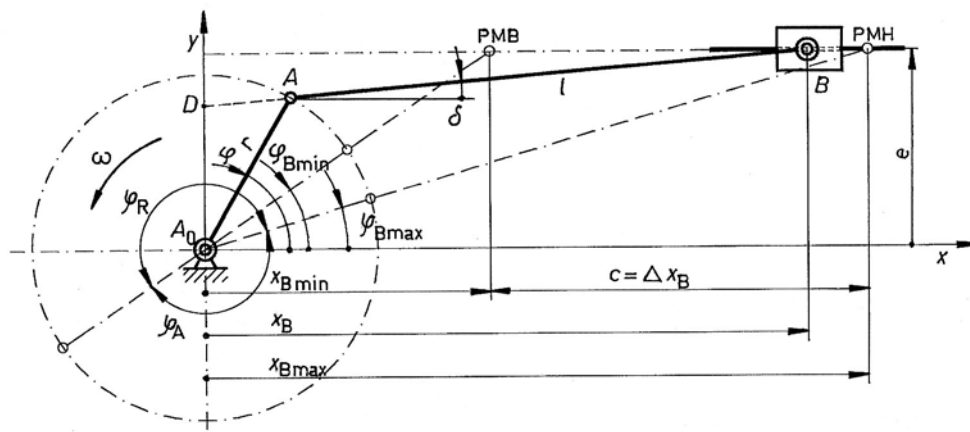


Figure 26.10 Composants et mise en équation du système bielle - manivelle excentré

Dans les positions extrêmes du point B , la manivelle et la bielle sont dans la même direction. Les inclinaisons de ces deux chaînons sont :

$$\sin\varphi_{Bmax} = e / (l+r) \quad \text{et} \quad \sin\varphi_{Bmin} = e / (l-r).$$

Les rotations de la manivelle entre les points d'abscisse $x_{B\max}$ et $x_{B\min}$ ne sont pas égales. Le mouvement d'aller nécessite une rotation φ_A plus courte que le mouvement de retour effectuant une rotation φ_R . La course est plus grande que deux fois le rayon r .

Adoptons un système de référence orthonormé Oxy dont l'origine O est confondue avec le point fixe A_0 de la manivelle, l'axe Ox étant parallèle à la direction de la trajectoire du point B . La manivelle A_0A est positionnée sous l'angle φ et la bielle AB sous l'angle δ par rapport à l'axe Ox . Les projections des chaînons sur les deux axes sont :

- Axe Ox : $x_B = r \cos\varphi + l \cos\delta,$

- Axe Oy : $r \sin\varphi + l \sin\delta = e.$

Exprimons l'angle δ en fonction de l'angle φ :

$$\sin\delta = e/l - (r/l) \sin\varphi.$$

Introduisons les notations suivantes :

$$\lambda = r/l \quad \text{et} \quad \varepsilon = e/l.$$

L'expression devient : $\sin\delta = \varepsilon - \lambda \cdot \sin\varphi.$

L'abscisse du point B vaut : $x_B = r \cos\varphi + l \sqrt{1 - (\varepsilon - \lambda \cdot \sin\varphi)^2} .$ (26.9.1)

26.3.2 CINÉMATIQUE DU MÉCANISME BIELLE-MANIVELLE EXCENTRÉ

La manivelle A_0A tourne à la fréquence de rotation $\omega = d\varphi/dt$, le plus souvent constante ou variable dans certains cas. Les équations du mouvement du point B sont :

- élongation : $x_B = r \cdot \left(\cos\varphi + \frac{1}{\lambda} \cdot \sqrt{1 - (\varepsilon - \lambda \cdot \sin\varphi)^2} \right),$ (26.9.2)

- vitesse : $v_B = \frac{dx_B}{dt} = r \omega \left(-\sin\varphi + \frac{\varepsilon - \lambda \sin\varphi}{\sqrt{1 - (\varepsilon - \lambda \sin\varphi)^2}} \cdot \cos\varphi \right),$ (26.9.3)

- ou encore : $v_B = r \omega \cdot F(\varphi),$

- accélération : $a_B = \frac{dv_B}{dt} = r \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot F(\varphi) + r\omega \cdot \frac{dF(\varphi)}{dt} .$ (26.9.4)

$F(\varphi)$ représente l'expression entre parenthèses dans la loi de la vitesse.

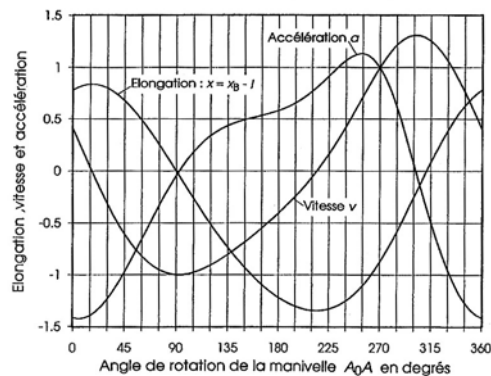


Figure 26.11 Elongation, la vitesse et l'accélération du point B . Rapports: $\varepsilon = 3/8, \lambda = 1/3$.
Rayon de la manivelle : $r = 1,0$. Vitesse angulaire de la manivelle 1 rad/s

Si la vitesse angulaire de la manivelle est constante, seul le second terme intervient dans l'expression de l'accélération. La figure 26.11 représente les grandeurs cinématiques unitaires correspondant au mécanisme de la figure 26.10.

26.3.3 GÉOMÉTRIE ET CINÉMATIQUE DU MÉCANISME CENTRÉ

Ce mécanisme est utilisé dans les moteurs à explosion et Diesel, dans les compresseurs à pistons, les pompes à haute pression, les presses, etc. Il comprend une manivelle A_0A montée sur un arbre centré dans des paliers, une bielle AB articulée d'une part sur la manivelle, d'autre part sur une pièce guidée solidaire du piston, appelée crosse, ou directement sur le piston. Les points extrêmes de la trajectoire rectiligne du point B sont appelés points morts : point mort haut lorsque le point B est le plus éloigné du centre de rotation A_0 , point mort bas lorsque le point B est le plus rapproché. Dans ces positions particulières, les directions de la bielle et de la manivelle sont identiques. L'effet produit par la bielle sur la manivelle est rendu inefficace par la résistance de la manivelle. Inversement et en négligeant les pertes, la manivelle peut déplacer la bielle même si l'effort dans cette pièce est très élevé. Afin de simplifier la mise en équation du mécanisme, la vitesse angulaire de la manivelle A_0A est admise constante bien que cette grandeur varie toujours autour d'une vitesse moyenne. La distance parcourue par le point B entre le point mort haut et le point mort bas est la course : $c = 2r$.

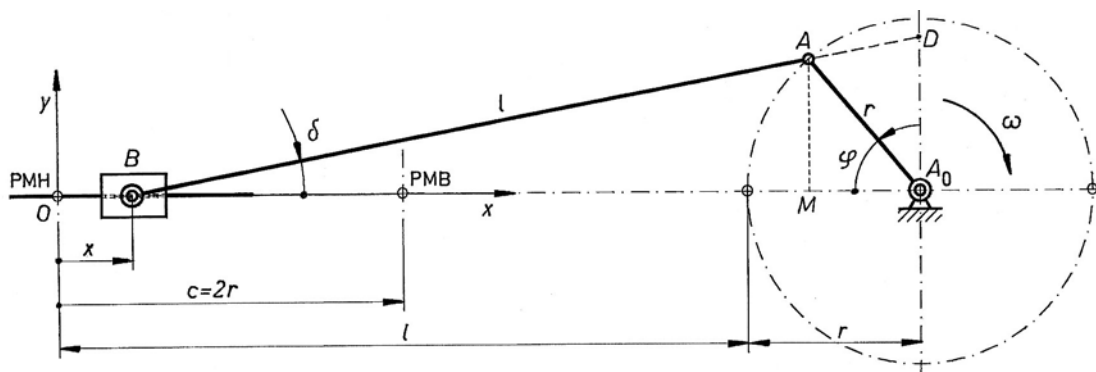


Figure 26.12 Mécanisme bielle-manivelle centré : grandeurs géométriques

1. Élongation

Soit à trouver la loi de l'élongation du point d'articulation B entre la bielle et le piston ou la crosse. Supposons le sens de rotation de la manivelle $r = A_0A$ dans le sens des aiguilles d'une montre et désignons la longueur de la bielle par $l = AB$. Les abscisses sont comptées positivement du point mort haut vers le point mort bas, soit dans le sens usuel.

Dans une position quelconque de la manivelle A_0A , l'élongation du point B est donnée par la relation géométrique :

$$x = l + r - l \cos \delta - r \cos \varphi,$$

ou :

$$x = r (1 - \cos \varphi) + l (1 - \cos \delta).$$

Les deux angles φ et δ sont variables en fonction du temps. Exprimons l'angle de la bielle δ en fonction de l'angle de la manivelle φ par :

$$l \sin \delta = r \sin \varphi,$$

ou :

$$\sin \delta = r/l \cdot \sin \varphi.$$

Introduisons le rapport géométrique des chaînons : $\lambda = r/l$ entre la longueur du chaînon de la manivelle et celle du chaînon de la bielle. La fonction trigonométrique peut s'écrire :

$$\cos \delta = \pm \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}.$$

Le rapport géométrique λ est une grandeur relativement petite. Elle varie pratiquement entre 0,10 et 0,25. Le carré de ce rapport se situe entre 0,01 et 0,06. En développant en série l'expression et en ne conservant que les deux premiers termes, la fonction trigonométrique peut s'écrire :

$$\cos \delta \approx 1 - 0,5 \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi.$$

Remplaçons encore : $\sin^2 \varphi = (1 - \cos 2\varphi)/2$ et écrivons finalement l'expression de l'élongation en fonction de l'angle φ par :

$$x = r \cdot (1 - \cos \varphi) + l \cdot \frac{\lambda^2}{4} \cdot (1 - \cos 2\varphi).$$

En supposant l'angle initial de la manivelle nul, la valeur de l'angle φ au temps t peut s'exprimer par le produit ωt . La loi de l'élongation en fonction du temps devient :

$$x = r \cdot \left[(1 - \cos \omega t) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos 2\omega t) \right]. \quad (26.10.1)$$

Le deuxième terme exprime l'effet de la longueur finie de la bielle. Il prend sa valeur maximale lorsque l'angle de la manivelle vaut $\pi/2$ et $3\pi/2$. L'articulation du point B se trouve à l'abscisse $r(1+\lambda/2)$, soit à plus de la moitié de la course.

2. Vitesse

Le point M , projection du point A sur l'axe de la trajectoire rectiligne, est animé d'un mouvement oscillatoire harmonique si la vitesse angulaire de la manivelle est constante. La loi de la vitesse du point B se trouve par :

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega r \cdot \left(\sin \omega t + \frac{\lambda}{2} \sin 2\omega t \right). \quad (26.10.2)$$

La vitesse du point B en mouvement oscillatoire rectiligne est égale à la somme algébrique de deux composantes harmoniques de pulsation ω et 2ω . La vitesse moyenne du piston est la vitesse uniforme d'un point fictif parcourant la course $c = 2r$ du piston pendant le même intervalle de temps que l'articulation réelle B de la bielle. Si n exprime la fréquence de rotation de la manivelle, la vitesse moyenne se trouve par l'expression :

$$v_{\text{moy}} = 2 c n = 4 r n. \quad (6.3.8.3)$$

La vitesse moyenne est la vitesse donnée le plus souvent dans la description technique d'une machine équipée d'un mécanisme bielle - manivelle.

3. Accélération

L'accélération subie par le point B est égale à la dérivée de la vitesse par rapport au temps, soit :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 r \cdot (\cos \omega t + \lambda \cdot \cos 2\omega t). \quad (26.10.4)$$

Le deuxième terme de cette expression provient de la longueur finie de la bielle. L'accélération du point B est égale à la somme de deux composantes harmoniques, la première de pulsation ω et d'amplitude $\omega^2 r$, la seconde de pulsation 2ω et d'amplitude $\lambda \omega^2 r$. Lorsque le rapport géométrique λ est grand, plus grand que 0,25, l'expression approchée de l'accélération ne donne pas entière satisfaction. Il devient nécessaire de tenir compte du troisième terme du développement en série ou de résoudre le problème au moyen des relations exactes.

4. Représentation des grandeurs cinématiques

La figure 26.13 représente l'élongation, la vitesse et l'accélération du point B en fonction de l'angle φ de la manivelle ou du temps. Les valeurs représentées sont des grandeurs relatives, soit x/r , $v/\omega r$ et $a/\omega^2 r$. Le rapport géométrique a été admis à $\lambda = 0,25$.

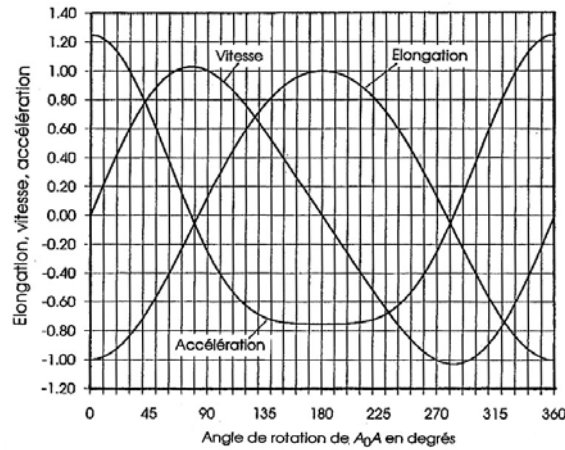


Figure 26.13 Elongation, vitesse et accélération du point B en fonction de l'angle φ de la manivelle

26.3.4 VITESSE ET ACCÉLÉRATION DANS LA BIELLE AB

L'étude dynamique des forces et couples appliqués sur le mécanisme bielle - manivelle centré, les poussées sur le piston, porte généralement sur des grandeurs fonction de l'élongation. La représentation de la vitesse et surtout de l'accélération en fonction de l'élongation facilite la discussion des effets de l'inertie des masses de la bielle et du piston.

1. Répartition de la vitesse dans la bielle AB

Sur la figure 26.14, les triangles ABP et ADA_0 sont semblables car leurs côtés sont respectivement parallèles. Le point P est le centre instantané des vitesses de la bielle. Ainsi, la vitesse du point B peut s'exprimer par :

$$v_B = v_A \cdot \frac{\overline{DA_0}}{\overline{AA_0}} = \omega \cdot \overline{DA_0}.$$

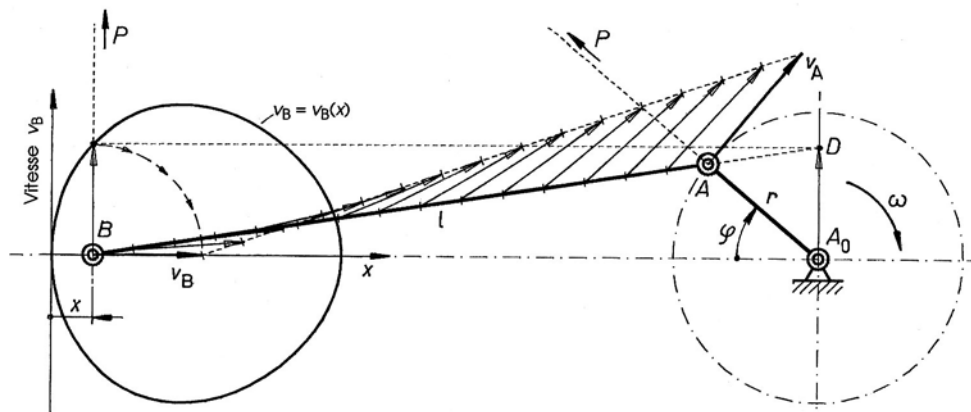


Figure 26.14 Répartition des vitesses dans la bielle du point B au point A
Représentation de la vitesse en fonction de l'élongation

La vitesse du point B est égale au produit de la vitesse angulaire de la manivelle par la longueur du segment DA_0 , segment obtenu en prolongeant la direction de la bielle AB jusqu'à l'intersection avec la perpendiculaire à la trajectoire du point B passant par le centre de rotation A_0 de la manivelle. La construction de la courbe $v = v(x)$ est obtenue en repérant la position de l'articulation B sur la trajectoire rectiligne et en portant le segment DA_0 perpendiculairement en sens et intensité. La courbe de la vitesse est symétrique. Cette construction donne la vitesse exacte du point B .

2. Répartition de l'accélération dans la bielle AB

Le tracé de l'accélération en fonction de l'élongation $a = a(x)$ s'effectue en repérant la position du point B pour les angles de la manivelle compris entre 0° et 360° par incrément de 45° . Les valeurs des élongations et des accélérations sont calculées au moyen des relations proposées. La courbe de l'accélération entre les points PMH et PMB est identique à celle des points entre le PMB et le PMH. Les accélérations calculées en ces deux points particuliers sont les accélérations exactes de l'articulation B . Les accélérations prennent les valeurs particulières suivantes :

Angle	Elongation	Accélération
0°	$x = 0$	$a = (1+\lambda) \cdot r \omega^2$
45°	$x = r ((1-\{0,5\}^{0,5})+\lambda/4)$	$a = \{0,5\}^{0,5} \cdot r \omega^2$
90°	$x = r (1 + \lambda/2)$	$a = -\lambda \cdot r \omega^2$
135°	$x = r ((1 + \{0,5\}^{0,5})+\lambda/4)$	$a = -\{0,5\}^{0,5} \cdot r \omega^2$
180°	$x = 2r$	$a = (\lambda-1) \cdot r \omega^2$

Dans le mouvement de retour pour des angles φ compris entre 180° et 360° , les élongations et les accélérations sont identiques. L'accélération du point B peut aussi se trouver graphiquement en appliquant le second théorème d'Euler :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA_n} + \vec{a}_{BA_t}$$

l'accélération normale du point B étant nulle.

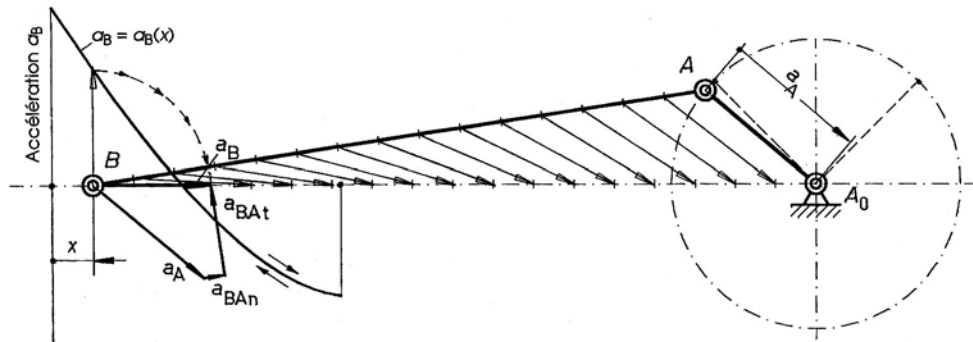


Figure 26.15 Répartition des accélérations dans la bielle AB
Représentation de l'accélération en fonction de l'élongation

26.3.5 LOIS EXACTES POUR L'ARTICULATION DE LA BIELLE

La recherche des lois exactes s'effectue en éliminant le développement en série permettant de calculer la fonction trigonométrique $\cos d$. Proposons-nous de trouver les lois cinématiques applicables au point B et déterminons également les lois angulaires de la bielle par rapport au plan de référence Oxy , tout en supposant encore une vitesse angulaire constante de la manivelle.

1. Lois cinématiques de l'articulation B

La projection sur l'axe Oy des deux chaînons permet de relier l'angle δ de la bielle à celui de la manivelle φ par :

$$\delta = \arcsin(\lambda \cdot \sin\varphi).$$

Remplaçons cette dernière expression dans la relation primitive de l'élongation et φ par le produit ωt :

$$x = r \cdot \left((1 - \cos\omega t) + \frac{1}{\lambda} \cdot (1 - \cos(\arcsin(\lambda \cdot \sin\omega t))) \right). \quad (26.11.1)$$

La vitesse du point B sur la trajectoire rectiligne se trouve par :

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega r \cdot \left(\sin\omega t + \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\sin 2\omega t}{\sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin\omega t)^2}} \right) \quad (26.11.2)$$

Enfin, l'accélération du point B est définie par la dérivée de la vitesse par rapport au temps, soit l'expression :

$$a = \frac{dv}{dt} = \omega^2 r \cdot \left(\cos\omega t + \lambda \cdot \frac{\cos 2\omega t \cdot (1 - (\lambda \cdot \sin\omega t)^2) + ((\lambda \cdot \sin 2\omega t) / 2)^2}{(1 - (\lambda \cdot \sin\omega t)^2)^{3/2}} \right). \quad (26.11.3)$$

Ces deux dernières expressions diffèrent des relations simplifiées entrevues précédemment.

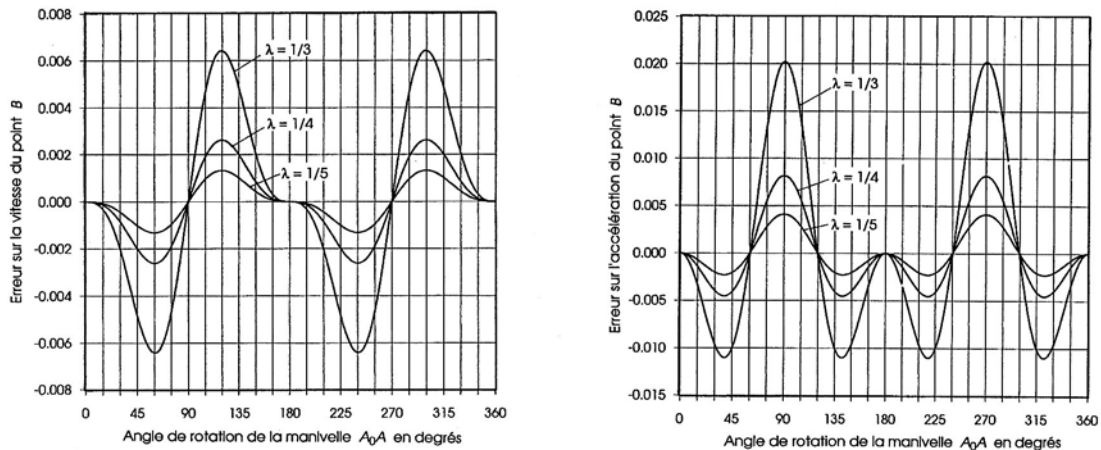


Figure 26.16 Erreur sur le calcul approché de la vitesse et de l'accélération dans le mécanisme centré
 Erreur = valeur approchée - valeur exacte pour $\omega r = 1$

2. Lois angulaires pour la rotation de la bielle AB

L'angle d compris entre la direction de la trajectoire du point B et l'axe de la bielle se calcule par :

$$\delta = \arcsin(\lambda \cdot \sin\varphi).$$

En dérivant cette expression par rapport au temps, la vitesse angulaire devient :

$$\dot{\delta} = \frac{d\delta}{dt} = \lambda\omega \cdot \frac{\cos\omega t}{\sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin\omega t)^2}}. \quad (26.11.4)$$

En dérivant encore une fois cette expression par rapport au temps, l'accélération angulaire se trouve par :

$$\ddot{\delta} = \frac{d\dot{\delta}}{dt} = \lambda\omega^2 \cdot \frac{(\lambda^2 - 1) \cdot \sin\omega t}{(1 - (\lambda \cdot \sin\omega t)^2)^{3/2}} \quad (26.11.5)$$

26.3.6 EFFET DES MASSES SUR LE MÉCANISME BIELLE - MANIVELLE

Dans le mécanisme bielle - manivelle centré, les masses en mouvement sont :

- mouvement de translation : somme des masses sur l'articulation B : masse du piston ou des pièces liées à l'articulation, du tourillon et de la crosse si elle existe,
- mouvement en rotation : somme des masses sur l'articulation A : arbre, manivelle et l'axe de manivelle.
- mouvement combiné : La bielle effectue un mouvement rectiligne au point B et un mouvement circulaire au point A . Entre ces deux points, l'accélération varie en direction et sens selon la figure 26.15.

1. Effet de la masse de la bielle

L'application des lois fondamentales de la dynamique imposerait de concentrer la masse de la bielle en son centre de masse et à rechercher la valeur des accélérations linéaire et angulaire en ce point. L'effet réel de la masse de la bielle est remplacé par des masses ponctuelles concentrées aux deux articulations et au centre de masse. Cette substitution conserve trois masses réduites m_{Ar} , m_{Br} , m_{cmr} , placées sur une même droite, devant remplir les conditions mécaniques suivantes :

- conservation des masses : $m_{Ar} + m_{Br} + m_{cmr} = m_{bielle}$,
- conservation du centre de masse : $l_A \cdot m_{Ar} = l_B \cdot m_{Br}$,
- conservation du moment d'inertie : $J_{bielle\ cm} = m \cdot i^2 = m_{Ar} \cdot l_A^2 + m_{Br} \cdot l_B^2$,
- conservation des longueurs : $l_{AB} = l_A + l_B$.

$J_{bielle\ cm}$ est le moment d'inertie de masse par rapport au centre de masse, i son rayon d'inertie. Ces trois relations permettent de trouver la valeur des trois masses de substitution :

- réduction au point A :
$$m_{Ar} = \frac{J_{bielle\ cm}}{l_A \cdot l_{AB}}$$

- réduction au point B :
$$m_{Br} = \frac{J_{bielle\ cm}}{l_B \cdot l_{AB}}$$

- réduction au centre de masse :
$$m_{cmr} = m_{bielle} \left(1 - \frac{i^2}{l_A l_B} \right)$$

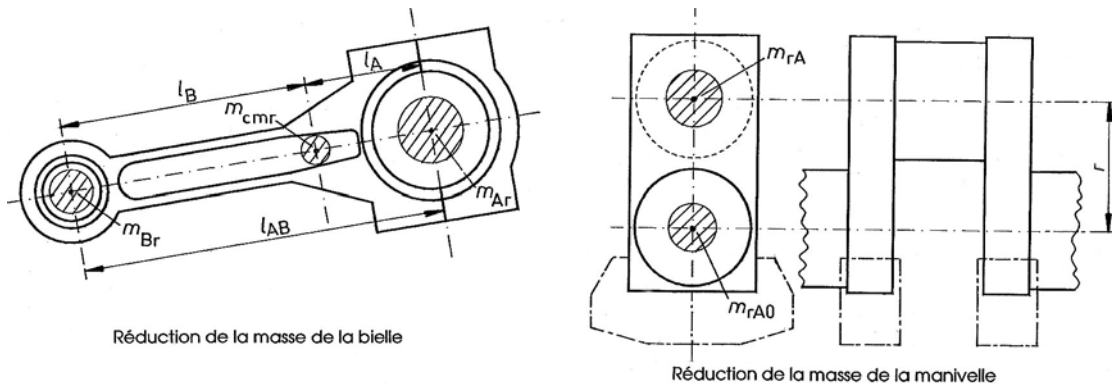


Figure 26.17 Réduction de la masse de la bielle aux points d'articulation et au centre de masse

Cette réduction exacte exige encore d'introduire l'effet de masse au centre de masse et de connaître l'accélération en ce point. Les relations usuelles du mécanisme ne fournissent pas cette dernière grandeur. Pratiquement, la réduction des masses est approchée et concerne seulement les deux masses m_{Ar} et m_{Br} . La répartition de la masse de la bielle sur les deux articulations s'effectue en appliquant habituellement les relations simplifiées suivantes :

$$\text{- masse au point } A : \quad m_{Ar} = m_{\text{bielle}} \cdot \frac{l_B}{l_{AB}}, \quad (26.12.1)$$

$$\text{- masse au point } B : \quad m_{Br} = m_{\text{bielle}} \cdot \frac{l_A}{l_{AB}}. \quad (26.12.2)$$

2. Masses en translation au point B

Les masses en mouvement rectiligne oscillatoire sont la somme des toutes les masses citées augmentée de la masse réduite au point B. Ces masses effectuent un mouvement de va et vient. La force d'inertie est de sens opposé à celui de l'accélération. Cette force vaut :

$$F_{B\Sigma m} = - a_B \cdot (\Sigma m + m_{Br}), \quad (26.12.3)$$

avec :

$F_{B\Sigma m}$ somme des forces d'inertie engendrées par les masses,

a_B accélération du point B selon relation (26.10.4),

Σm somme de toutes les masses supposées concentrées au point B.

3. Masses en rotation au point A_0

Les masses en rotation autour du point A_0 sont supposées tourner à vitesse angulaire constante. Les caractéristiques de la manivelle simple sont sa masse et son moment d'inertie de masse par rapport à l'axe de rotation. La réduction des masses peut s'effectuer sur deux axes : le premier passant par le point A_0 et confondu avec l'axe de rotation, le second parallèle au premier et passant par le point A. La masse réduite m_{rA} doit produire le même effet que la masse réelle. Les deux conditions à remplir sont les mêmes que précédemment, soit :

$$m_{\text{manivelle}} = m_{rA0} + m_{rA},$$

$$J_{\text{manivelle}/A0} = r^2 \cdot m_{rA}.$$

La force centrifuge F_{cA} produite au point A vaut finalement :

$$F_{cA} = (m_{Ar} + m_{rA}) \cdot r \cdot \omega^2. \quad (26.12.4)$$

La réduction de masse de la bielle peut aussi se faire sur le rayon d'inertie i avec $J_{\text{manivelle}/A0} = i^2 \cdot m_{\text{manivelle}}$. L'effet centrifuge sur le point A_0 peut être compensé facilement par des contrepoids.

4. Effet de toutes les masses

L'effet des forces produites par les masses en mouvement se transmet à travers les constituants du mécanisme vers le carter composé de toutes les pièces d'appui et de guidage. Ces forces s'ajoutent aux forces et couples engendrés par la machine même. La discussion générale de l'effet des masses s'est limitée au plan du mécanisme. L'étude complète du système bielle - manivelle doit s'effectuer dans l'espace, en particulier dans les machines multicylindriques.

BIBLIOGRAPHIE

ÉLÉMENTS DE MACHINES : VOLUME 3

Livres généraux sur les engrenages

- [3.1] Decker K.H. : Maschinenelemente. Gestaltung und Berechnung. 10. Auflage, Carl Hanser Verlag München 1990. Chapitres 21 à 24.
- [3.2] Dudley D.W. : Practical Gear Design. Mc-Graw-Hill New York, 1954. Traduction et adaptation en allemand : Zahnräder. Berechnung, Entwurf und Herstellung nach amerikanischen Erfahrungen, bearbeitet von H. Winter, Springer-Verlag Berlin 1961.
- [3.3] Henriot G. : Traité théorique et pratique des engrenages. Tome I : Théorie et technologie. Tome II : Etude complète du matériel. Dunod Paris 1972.
- [3.4] MAAG Taschenbuch : Berechnung und Herstellung von Verzahnungen in Theorie und Praxis. 2te erweiterte und ergänzte Auflage, Maag-Zahnräder AG Zürich 1985.
- [3.5] Nicolet G., E. Trottet. Eléments de machines. Spes Lausanne 1971. Chapitre V : Roues dentées et engrenages
- [3.6] Nicolet G. : Conception de machines. Chapitre 8 : Mécanismes à roues dentées et engrenages. EIF Fribourg 1992.
- [3.7] Niemann G., H. Winter : Maschinenelemente, Band II, Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe-Grundlagen, Stirnradgetriebe. 2. Auflage. Springer-Verlag Berlin 1983.
- [3.8] Niemann G., H. Winter : Maschinenelemente, Band III, Schraubrad-, Kegelerad-, Schnecken-, Ketten-, Riemen-, Reibradgetriebe, Kupplungen, Bremsen, Freiläufe. 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin 1983.
- [3.9] Zirpke K. : Maschinenelemente IV . Zahnräder, Fachbuchverlag Leipzig 1980.

Chapitre 18 : Définition géométrique des dentures

- [3.11] Lichtenheldt W. : Konstruktionslehre der Getriebe. 4. Auflage. Akademie-Verlag Berlin 1970.
- [3.12] Lorenz GmbH : Verzahnwerkzeuge : Ein Handbuch für Konstruktion und Betrieb. Lorenz GmbH & Co Ettlingen 1977
- [3.12] Oszkay E. : Neue Lösungen in der Verzahnungsgeometrie. Konstruktion 34 (1983), H. 1, S. 17-20.
- [3.13] Reuleaux F. : Der Konstrukteur. Ein Handbuch zum Gebrauch beim Maschinen-Entwerfen. 4. Auflage, F. Vieweg Braunschweig 1882-1889.
Edition française : Le constructeur, traduction de la 5ième édition allemande. F. Savy Paris, 1890.
- [3.14] Richter W. Auslegung profilverschobener Aussenverzahnungen. Konstruktion 14 (1962), Heft 5. S. 189-196.
- [3.15] Richter W. Auslegung von Innenverzahnungen und Planetengetrieben. Konstruktion 14 (1962). Heft 12, S. 489-497.
- [3.16] Roth K., P. Kollenrott : Zahnradpaarungen mit Komplementprofilen zur Erweiterung der Eingriffsverhältnisse und Erhöhung der Fuss- und Flankentragfähigkeit. Konstruktion 34 (1982). H. 3, S. 81-88.
- [3.17] Siemon B. : Kinematik und Auslegung des exzentrisch gelagerten Zahnradpaars. Konstruktion 34 (1982), H. 3, S. 105-113.
- [3.18] Trier H. Die Zahnformen der Zahnräder. Grundlagen, Eingriffsverhältnisse und Entwurf der Verzahnungen. 5. Auflage. Springer-Verlag Berlin 1958
- [3.19] Turnunovskii V.M. : Using Transmissions with Nivikov Gears in the Step-Up Gears of Centrifugal Compressors. Russ. Eng. J. 60 (1980), H. 10, P. 16-18.
- [3.20] Zimmer H.W. : Verzahnungen I . Stirnräder mit geraden und schrägen Zähnen. 6. Auflage. Nouvelle édition du livre de H. Trier. Springer Verlag Berlin 1968

Chapitre 19 : Géométrie des engrenages à axes parallèles

- [3.31] Geupel H. : Profilverschiebungsaufteilung bei 20°-Verzahnungen. Konstruktion 17 (1965), H. 12, S. 480-481.
- [3.32] Keck K.F. : Die Zahnradpraxis. Teil 1 und Teil 2. Oldenburg München 1956.

- [3.33] Weck M., B. Neupert : Exakte Berechnung der Zahnform schrägverzahnter Stirnräder. VDI-Z 125 (1983), Nr 17, S. 653-656
- [3.34] Winter H. : Die tragfähigste Evolventen-Geradverzahnung. Untersuchung und Vergleich verschiedener Verzahnungssysteme. Fr. Vieweg Braunschweig 1956

Chapitre 20 : Géométrie des engrenages à axes concourants

- [3.41] Apitz G. : Engrenages coniques à denture droite et inclinée. VDF Informations numéro 34, P. 1 à 50, Göppingen 1969.
- [3.42] Apitz G. : La production de flancs de dent bombés dans le sens longitudinal de la largeur de dent. VDF Informations numéro 34, P. 51 à 72. Göppingen 1969.
- [3.43] Keck K.Fr. : Kennzeichnende Merkmale der Oerlikon-Spiralkegelverzahnung. Konstruktion 18 (1966), H. 2, S. 58-64.
- [3.44] Mack F. : Über die Schleifbarkeit von Kegelrädern mit epizykloidischer Zahn längsline. Konstruktion 38 (1986), H. 3, S. 87-90.
- [3.45] Thomas A.K. : Die Tragfähigkeit der Zahnräder. Neuzeitliche Berechnungsweise der Zahnbeanspruchungen von Stirn-, Kegel-, Schnecken- und Schraubenrädern. Carl Hanser Verlag München 1960.
- [3.46] Wedemann C. : Le bombé en hauteur des engrenages coniques à denture droite. VDF Informations numéro 34, P. 75 à 77.

Chapitre 21 : Contrôles des engrenages

- [3.51] Böttcher S. : Selbsthemmung an Zahnradgetrieben. Konstruktion 21 (1969), H. 11, S. 420-427.
- [3.52] Burkhard H. : Hat die Wälzlagerung Einfluss auf die Tragfähigkeit von Zahnrädern ? Konstruktion 34 (1982), H. 2, S. 41-43.
- [3.53] Jarchow F., A. Schoo : Verzahnungsverlustleistungen in Planetenradgetrieben. Konstruktion 39 (1987), H. 3, S. 81-87.
- [3.54] Kos M. : Bewertung der Ausgleichssysteme in Planetengetrieben mit dynamischen Kraftbeiwerten. Konstruktion 33 (1981), H. 3, S. 91-96.
- [3.55] Maier I. : Berechnung der Zahnbruchsehne s_f zwischen den Berührungspunkten der 30°-Tangenten. VDI-Z. 104 (1962), Nr. 6, S. 277-286.
- [3.56] Martigliana L. : Thermal behavior of high-speed gears and tooth corrections for such gears. ASME / AGMA International Symposium, San Francisco, october 1972.
- [3.57] Michniewicz M. : Erhöhung der Zahnfußtragfähigkeit geradverzahnter Stirnräder durch Wahl günstiger Werkzeugparameter. Konstruktion 34 (1982), H. 8, S. 321-325.
- [3.58] Nägeli W. : L'engrenage : Géométrie, Déformations sous charge, Répartition de la charge, Calcul de la capacité de charge. S.A. des Engrenages MAAG, Zürich 1986
- [3.59] Nägeli W., W. Ackle : Mesure du rendement d'un grand réducteur planétaire d'entraînement central d'un broyeur à boulets. S.A. des Engrenages MAAG, Zürich 1979
- [3.60] Neuber H. : Die Berechnung der Zahnfußbeanspruchung. Konstruktion 22 (1970), H. 11, S. 447-450.
- [3.61] Pinnekamp W. : Dynamische Analyse eines Antriebs mit Zahnspiel. Konstruktion 34 (1982), H. 11, S. 421-427.
- [3.62] Roth K., L. Pabst : Rechnerunterstützte Auslegung nicht bezugsprofilgebundener Evolventenstirnrad-Paarungen höchster Tragfähigkeit. Konstruktion 39 (1987), H. 7, S.359-364.
- [3.63] Sigg H. : Profils and longitudinal corrections on involute gears. AGMA et MAAG Gear-Wheel Company Ltd, Zürich 1965.
- [3.64] Schlereth W. : Spannungen im Zahnfuß bei Schwenklager-Innenverzahnungen - Einfluss des Fuss-ausrundungsradius. Konstruktion 39 (1987), H. 9, S. 339-345.
- [3.65] Theissen J., H. Ostendarp : Moderne Hilfsmittel für die Konstruktion und Entwicklung von Turbogetrieben. Konstruktion 37 (1985). H. 5, S. 193-200.
- [3.66] Winter H., P. Oster : Beanspruchung der Zahnflanken unter EHD-Bedingungen. Konstruktion 33 (1981), H. 11, S. 421-434.
- [3.67] Wydler R. : Voraussage über die Öltragfähigkeit von Hochleistungsgetrieben. Konstruktion 24. (1972), H. 3, S. 81-85.
- [3.68] **Logiciel ElemSoft : Engrenages** : Géométrie des engrenages cylindriques et concourants, contrôles mécaniques divers.

Chapitre 22 : Engrenages à axes gauches

- [3.71] Dietrich Th. : Weiterentwicklung der Theorie zur Ermittlung von Hertzschen Drücken und Reibungszahlen in Verzahnungen von Schneckengetrieben. Schriftreihe Inst. für Konstruktion, H.89.8 . Ruhr-Universität, Bochum 1989.
- [3.72] Drechsel O. : Calcul des engrenages hélicoïdaux à axes non parallèles. Revue Univers. Mines Métall. Méc. 4 (1948), P. 689-712 .
- [3.73] Koschenshkov S.M. : Wärmeübergangszahl bei Schneckengetrieben. Russian Engn. Journal (1967) S. 20-23, in Konstruktion 21. (1969) S. 70-71.
- [3.74] Langenbeck K. : Schraubenradgetriebe zur Leistungsübertragung . VDI-Z 111 (1969), S. 257-260.
- [3.75] Predki W. : Stand der Schneckengetriebeentwicklung. Konstruktion 43. (1991). S. 233-238
- [3.76] Remshardt F. : Die Bestimmung von Radflankenprofilen zu gegebenen Zahnstangen- oder Schneckenprofilen. Konstruktion 14. (1962), H.5, S. 199-204 .
- [3.76] Rinder L. : Tragfähigkeitsuntersuchungen an Schneckenrädern aus der Aluminium - Zink - Legierung Alzen 501. Konstruktion 28. (1976) S. 291-300.
- [3.77] Rohonyi W. : Berechnung profilverschobener zylindrischer Schraubenräder. Konstruktion 15 (1963), H. 11, S. 453-455.
- [3.79] Winter H., H. Wilkesmann : Berechnungen von Schneckengetrieben mit unterschiedlichen Zahnprofilen. VDI-Z 117 (1975) S. 473-481 .
- [3.80] Zieman J. : Ähnlichkeitsbetrachtungen bei Schneckenrieben. Konstruktion 16. (1964), S. 48-55.
- [3.81] Zosel F., F. Jarchow : Zylinderschneckenriebe mit Epizykloidenprofil im Schneckenstirnschnitt - Auslegung, Verlustleistung, Tragfähigkeit. Konstruktion 29. (1977) S. 443-450 .
- [3.82] **Logiciel ElemSoft : VisSansFin** : Géométrie des engrenages à vis sans fin et des engrenages gauches à roues cylindriques, contrôles mécaniques divers.

Normes suisses SN et VSM

- SN 215 520-1988 Denture à développante. Profils de référence pour les engrenages cylindriques de mécanique générale.
- VSM 15 521-1952 Engrenage à denture en développante. Série de modules normaux pour les engrenages cylindriques.
- VSM 15 522-1973 Denture à développante : Définitions géométriques. Roues cylindriques et coniques. Mars 1973.
- VSM 15 523-1969 Denture à développante : Symboles littéraux avec termes techniques allemands, français, anglais et italien.
- VSM 15 524 -1972 Denture à développante : Profils de référence des engrenages cylindriques pour petite mécanique.
- VSM 15 525-1961 Engrenages à denture en développante. Directives concernant le calcul des dentures déportées.
- VSM 15 530-1975 Dentures à développante : Tolérances pour les engrenages cylindriques. Modules 1 . . . 40 mm.

Normes allemandes DIN

- DIN 868 Allgemeine Begriffe und Bestimmungsgrößen für Zahnräder, Zahnradpaare und Zahnradgetriebe, Dezember 1976. Définitions générales pour engrenages.
- DIN 1829, Teil 1 Schneidräder für Stirnräder, Bestimmungsgrößen, Begriffe, Kennzeichnung, November 1977. Couteaux disques pour roues cylindriques.
- DIN 3960 Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderpaare) mit Evolventenverzahnung. März 1987. Définitions, paramètres et équations pour roues et engrenages cylindriques à développante.
- DIN 3965 Toleranzen für Kegelradverzahnungen. Grundlagen. Précision des engrenages coniques; bases d'établissement du système.

Organes de transmission indirecte

- DIN 3967 Flankenspiel, Zahndickenabmasse, Zahndickentoleranzen. Grundlagen. August 1978. Système d'ajustement des engrenages, jeu entre dents, écarts et tolérances, bases d'établissement.
- DIN 3971 Begriffe und Bestimmungsgrößen für Kegelräder und Kegelradpaare. Juli 1980. Définitions pour roues et engrenages coniques.
- DIN 3975 Begriffe und Bestimmungsgrößen für Zylinderschneckengetriebe mit Achsenwinkel 90°. Oktober 1976. Définitions pour engrenages à vis cylindriques avec angle des axes à 90°.
- DIN 3976, Teil 1 Zylinderschnecken. Masse. Zuordnung von Achsabständen und Übersetzungen in Schneckenradsätzen. November 1980. Vis cylindrique; dimensions, coordination des entraxes et des rapports des engrenages à vis sans fin.
- DIN 3992 Profilverschiebung bei Stirnrädern mit Aussenverzahnungen. März 1964. Déport de denture des roues cylindriques avec denture extérieure.
- DIN 3993 Geometrische Auslegung von zylindrischen Innenradpaaren mit Evolventenverzahnung. Teil 1 : Grundregeln. August 1981.
Teil 2 : Diagramme über geometrische Grenzen für die Paarung Hohlrad-Ritzel. August 1981.
Teil 3 : Diagramme zur Ermittlung der Profilverschiebungsfaktoren. August 1981.
Teil 4 : Diagramme über Grenzen für die Paarung Hohlrad-Schneidrad. August 1981.
- DIN 3996 Tragfähigkeitsberechnung von Zylinder-Schneckengetrieben mit Achsenwinkel $\Sigma = 90^\circ$. Calcul de la capacité de charge des engrenages à vis cylindriques avec un angle des axes de $\Sigma = 90^\circ$. Septembre 1998.
- DIN 3 998 Benennung an Zahnrädern und Zahnradpaaren. Allgemeine Begriffe. Teil 1 . September 1976. Dénomination pour engrenages : définitions générales.
Teil 2 : Stirnräder und Stirnradpaare (Zylinderräder und Zylinderpaare). September 1976. Roues et engrenages cylindriques.
Teil 3 :

Compléments : Engrenages en matière synthétique

- [3.101] Erhard G., C. Weis : Zur Berechnung der Zahn- und Flankentemperatur von Zahnrädern aus Polymerwerkstoffen. Konstruktion 39 (1987), H. 11, S. 423-430.
- [3.102] Severin D., H. Lütkebohle : Rollreibung zylindrischer Luafräder aus Kunststoff. Konstruktion 37 (1985), H. 5., S. 177-184.

Chapitre 23 : Embrayages, coupleurs et freins

- [3.111] Dieckermann F. : Die Freilaufkupplung als vielseitiges Maschinenelement der Antriebstechnik. Konstruktion 16. (1964), H. 6, S. 229-234.
- [3.112] Krüger H. : Das Reibungsverhalten der nassen Lamellenkupplung. Konstruktion 17. (1965), H. 2, S. 54-60. Das Temperaturverhalten der nassen Lamellenkupplung. Konstruktion 17. (1965), H. 3, S. 93-99.
- [3.113] Peeken H., H. Hinzen : Systematik zur konstruktiven Gestaltung von Klemmwinkelverläufen bei Klemmkörper-Freiläufen. Konstruktion 37. (1985), H. 9, S. 343-348.
- [3.114] Severin D., B. Lühsen, J. Haering : Wirkung betriebsbedingter und belagspezifischer Einflussgrößen auf die Reibungszahlen von Reibpaarungen in Industriebremsen. Konstruktion 34. (1982), H. 5, S. 173-184.
- [3.115] Steinhilper W. : Der Kraftfluss in unter Last geschalteten Lamellenkupplungen und das übertragbare Drehmoment. Konstruktion 19. (1967), H. 7, S. 262-267.
- [3.116] Stölzle K., S. Hart : Freilaufkupplungen. Berechnung und Konstruktion. Konstruktionbuch 19. Springer-Verlag, Berlin, 1961.
- [3.117] VDI 2240 : Wellenkupplungen : Systematische Einteilung nach ihrer Eigenschaften. Juni 1971,
- [3.118] VDI 2241 : Schaltbare fremdbetätigte Reibkupplungen und -bremsen.
Blatt 1 : Begriffe, Bauarten, Kennwerte, Berechnungen.
Blatt 2 : Systembezogene Eigenschaften, Auswahlkriterien, Berechnungsbeispiele.

[3.119] **Normes DIN :**

DIN 4000 : Sachmerkmal-Leisten für Bremsen für rotierende Bewegung. Oktober 1983. Grille de description pour caractéristiques des objets des freins pour mouvement rotatif.

DIN 15431 : Antriebstechnik : Bremstrommel. Hauptmasse. Technique de transmission : tambour de frein. Dimensions principales.

DIN 15432 : Antriebstechnik : Bremsscheiben. Hauptmasse. Technique de transmission : disque de frein. Dimensions principales.

DIN 15433 Teil 1 : Antriebstechnik : Scheibenbremsen. Anschlussmasse. April 1980. Technique de transmission : freins à disques. Cotes de raccordement.

DIN 15433 Teil 2 : Bremsbeläge. April 1980. Garnitures de frein.

DIN 15434 Teil 1 : Antriebstechnik : Grundsätze für Trommel- und Scheibebremsen. Berechnung. April 1980. Bases pour le calcul des freins à tambours et à disques.

Chapitre 24 : Transmission par liens flexibles

[3.121] Köster L. : Der Zugkraftverlauf in Zahnriemenantrieben. Konstruktion 34. (1982), H. 3, S. 99..104.

[3.122] Peecken H., St. Erxleben, F. Fischer : Trumkraftverhalten der Riemengetriebe. Konstruktion 37. (1985), H.11, S. 441-448.

[3.123] Pramila A. : Wirkung der Fliehkraft auf die Trumkräfte des Riemengetriebes. Konstruktion 37. (1985), H. 11. S. 437-439.

[3.124] Strümpfel H. : Zwei Getriebe zur Minderung des Polygoneffekts bei Kettengerieben. Konstruktion 39. (1987), H. 11, S. 456-458.

[3.125] **Normes DIN :**

DIN 2211 : Antriebselemente : Schmalkeilriemenscheiben. Teil 1 : Masse, Werkstoffe, Teil 2 : Prüfung der Rillen. März 1984. Eléments de transmission : poulies pour courroies étroites. Partie I : cotes, matériaux.

DIN 2215 : Endlose Keilriemen. Masse. März 1975. Courroies trapézoïdales sans fin. Cotes.

DIN 2217 : Antriebselemente : Keilriemenscheiben. Masse, Werkstoffe. Februar 1973. Eléments de transmission. Cotes, matériaux.

DIN 2218 : Endlose Keilriemen für den Maschinenbau. Berechnung der Antriebe. Leistungswerte. April 1976 Courroies trapézoïdales sans fin pour la mécanique. Calcul de la transmission. Valeurs des puissances.

DIN 7753 : Endlose Schmalkeilriemen für den Maschinenbau. Masse. Berechnung der Antriebe. Leistungswerte. April 1976. Courroies trapézoïdales sans fin pour la mécanique. Cotes. Calcul de la transmission, valeurs des puissances.

Prospectus sur les courroies

[3.126] Angst & Pfister : Entraînements par courroies trapézoïdales, fabrication Pirelli et Fenner. Courroies crantées Synchroflex en polyuréthane avec armature acier

[3.127] Arnold & Stolzenberg GmbH : Chaînes de transmission

[3.128] Flender : Blauri, Schmalkeilriementriebe und Keilriementriebe. Grössenbestimmung, Nenn-Leistungen

[3.129] Gates Sarl : PowerGrip : Manuel de détermination des transmissions par courroies crantées

PowerGrip HTD : Manuel de détermination pour pas 3 et 5 mm.

Poly Chain GT : Manuel de détermination.

[3.130] Gelenkketten AG Rotkreuz : Catalogue générale sur les chaînes

[3.131] Renold GmbH : Chaînes de transmission. Chaines de manutention

Chapitre 25 : Organes à friction

[3.141] Brüggemann H. : Messungen von Schmierfilmdicken und Reibungszahlen bei elliptischen Hertzschen Kontaktflächen. Konstruktion 32. (1980), H. 9, S. 357-362.

[3.142] Brüser P. : Grenzen der Leistungsübertragung bei Wälzgetrieben. Konstruktion 33. (1981), H. 3, S. 85-90,

[3.143] Gaggermeier H. : Untersuchungen zur Reibkraftübertragung in Regel-Reibradgetrieben im Bereich elasto-hydrodynamischer Schmierung. Diss. TH München 1977.

[3.144] Holland J. : Beanspruchung und elasto-hydrodynamische Schmierung an stufenlos einstellbaren Wälzgetrieben. Konstruktion 27. (1975), S. 413..418.

- [3.145] Stössel K. : Reibungszahlen unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. Versuchsbeobachtungen an hochbelasteten Gleit / Wälz-Paarungen. Diss. TU München 1971.
- [3.146] Winter H., H. Gaggermeier : Versuche zur Kraftübertragung in Verstell-Reibradgetrieben im Bereich elasto-hydrodynamischer Schmierung (Teil 1). Konstruktion 31. (1979), H. 1, S. 2-6. (Teil 2) Konstruktion 31. (1979), H. 1, S. 55-62.
- [3.147] Winter H., G. Niemann : Maschinenelemente, Band III, Chap. 28 : Reibradgetriebe. Springer-Verlag, 1983, 2. Auflage, Berlin, Heidelberg.

Chapitre 26 : Mécanismes à articulations

- [3.151] Volmer J., J. Müller : Getriebetechnik :
Kurvengetriebe. VEB Verlag Technik, Berlin, 1976
Lehrbuch. 3. Auflage. VEB Verlag Technik, Berlin, 1976
- [3.152] VDI 2727 : Konstruktionskataloge : Lösung von Bewegungsaufgaben mit Getrieben
Blatt 2 : Erzeugung hin- und hergehender Schubbewegungen. Antrieb gleichsinnig drehend. Mai 1991. Transformation de rotations unidirectionnelles en déplacements oscillatoires rectilignes.
Blatt 3 : Erzeugung gleichsinniger Drehbewegungen mit Rast(en). Antrieb gleichsinnig drehend. September 1994. Transformation de rotations unidirectionnelles en rotations intermittentes

CATALOGUES COMPLÉMENTAIRES

- [C6.1] BINDER MAGNETIC, 11, Allée des Barbanmiers, F-92230 Gennevilliers
Embrayages et freins électromagnétiques, pneumatiques et hydrauliques. 0191/02
- [C6.2] ORTLINGHAUS AG, D Wermelskirchen
Disques, embrayages et transmission. K 89 F
- [C6.3] RINGSPANN GmbH, Postfach 2155, D-61291 Homburg / SIAM Ringspann S.A., F-69009 Lyon
Limiteurs de couple, Jonction. 42, 47, 47.2 & 44
Freins à disque industriels. 46.1
Roues libres, Irréversibles, Antidévireurs. 80,87
- [C6.4] ZF ZAHNRADFABRIK FRIEDRICHSHAFEN AG
Embrayages et freins monofriction, combinés embrayages et freins, embrayages doubles. KB1
Embrayages et freins à hystérésis. KB2
Embrayages à denture. KB3
Embrayages et freins multidisques. KB4
Freins à ressort. B1

INDEX

A

Accouplements :

- à éléments en caoutchouc 2.285
- à éléments métalliques 2.283
- à plateaux 2.277
- déformables : taille 2.279
- description 2.283
- recherche de la taille 2.280
- et joints d'arbre 2.277
- rigides 2.277

Adhérence limite 1.5

Alimentation des patins et butées 2.86

Analyse dynamique générale 2.16

Analyse modale 2.14

Application de la relation de Newton 1.76

Arbres et moyeux

- cannelés ou dentelés 1.142
- profilés 1.140

Assemblages à vis : introduction 1.179

Assemblages par cônes 1.169

Assemblages pincés 1.176

Avantages de la rugosité des surfaces 1.59

Axes et arbre de transmission 2.21

B

Bibliographie :

- Volume 1 1.341
- Volume 2 2.371
- Volume 3 3.375

Butées

- butée à deux seuils 2.133
- à double effet avec poches annulaires 2.94
- circulaire à deux seuils et une poche 2.91
- circulaire à poche centrale 2.87

Butée hydrodynamique

- à une ou deux pentes 1.134
- à pente unique 2.123
- butée à plusieurs pentes 2.133
- charge variable 2.130
- Epaisseur minimale du film 2.127
- géométrie 2.124
- largeur finie 2.126
- Pertes 2.129
- portance 2.125

Butée hydrostatique à plusieurs poches 2.102

Butées et paliers

- à roulement 2.187
- hydrodynamiques 2.123
- hydrostatiques 2.83
- simples 2.49

Butées hydrostatiques sphériques ou conique 2.93

Butées simples 2.58

Butées simples à alimentation centrale 2.87

C

Came à culbuteur

- introduction 3.329
- efforts 2.333
- grandeurs 3.329
- mise en équation 2.329
- rayon de courbure 2.331
- tracé de la came 2.332

Came à galet centré

- introduction 2.315
- efforts et comportement 2.318
- mise en équation 2.315
- profil 2.317
- rayon de courbure 2.317

Came à galet excentré

- introduction 2.319
- comportement dynamique 2.328

Came à galet excentré

- efforts 2.324
- mise en équation 2.319
- rayon de courbure 2.321
- tracé de la came 2.322

Came à poussoir

- introduction 2.335
- description 2.335
- exemple 2.347
- mise en équation 2.339
- profil de la came 3.340

Cames

- chiffres caractéristiques 2.303
- cinématique du galet 2.297
- classification systématique 2.296
- conception des mécanismes 2.344
- description générale 2.295
- fonctions de transmission 2.301
- fonctions de transmission normée 2.302
- fonctions polynomiales 2.303
- fonctions trigonométriques 2.306
- géométrie angulaire 2.313
- lois cinématiques 2.299
- lois cinématiques 2.312
- mouvements mixtes à $v = \text{constante}$ 2.308
- rayon de courbure 2.314
- à épaisseur constante 2.299
- simples à profil connu 2.297

Choix de la machine motrice et des organes 2.5

Choix des matériaux pour butées et paliers 2.52
Choix du moteur 2.7
Classification
- des joints 1.281
- ISO des huiles 1.65
Clavettes
- autres types 1.138
- contrôles 1.136
- transmission du couple de torsion 1.134
- inclinées 1.131
- inclinées tangentielles 1.138
- parallèles 1.130
- pressions admissibles 1.133
Coefficient
- de forme 1.86
- de frottement 1.8
- de sécurité au glissement 1.5
- d'effet d'entaille 1.88
Comportement dynamique 2.13
Composition des couches solides 1.73
Conditions d'équilibre avec roulement 1.39
Conditions géométriques d'engrènement 3.14
Cônes
- arbre et moyeux 1.171
- éléments tronconiques 1.172
- pression dans l'assemblage 1.169
- transmission d'un couple de torsion 1.171
- de frottement 1.12
Considérations sur les états de surface 1.58
Contact ponctuel quelconque 1.48
Contraintes simples 1.82
Contrôle
- de la pression 1.20
- des arbres 2.26
- des axes 2.25
- des butée, palier et guidage 2.50
- des éléments de machines 1.81
CONTRÔLES DES ENGRENAGES 3.125
Contrôles
- élémentaire des goupilles 1.112
- choix du lubrifiant 3.164
- comportement de l'engrenage 3.138
- contrainte de flexion 3.143
- contrainte de flexion en service 3.151
- contrainte nominale ISO 3.147
- corrections de denture 3.174
- déformation des dentures 3.173
- déformations, corrections 3.173
- efforts sur les engrenages 3.125
Contrôles
- facteur K_A de charge 3.139
- force à l'extrémité de dent 3.143
- glissement des flancs 3.133
- grippage à faible vitesse 3.179

- pression superficielle admissible 3.160
- pression superficielle en service 3.159
- pression superficielle sur les flancs 3.156
- rendement de l'engrènement 3.135
- rendement et échauffement 3.177
- rigidité des dentures 3.140
- température éclair 3.180
Contrôles des engrenages concourants
- contrainte de flexion 3.168
- engrenages concourants 3.168
- pression superficielle 3.171
Corde sans glissement sur la poulie 1.36
Corrections des diagrammes de résistance 1.99
Croix de Malte
- cinématique 2.354
- efforts 2.358
- mise en équation 2.352
- propriétés 2.351
- propriétés 2.357

D

Débit dans le fente visqueuse 2.79
Définition de la pression linéaire 1.22
Définition de la pression uniforme 1.21
Déformation des pièces 1.84
Déformation en flexion des arbres 2.28
Déformation en torsion des arbres 2.34
Dentures à profils cycloïdaux 3.19
Déplacement d'une surface lubrifiée 2.74
Description
- des goupilles 1.110
- des paliers à roulements 2.189
- des segments d'arrêt 1.119
Diagrammes de résistance dynamique 1.96
Diamètres et rayons réduits 1.42
Douilles à billes
- capacité de charge 2.259
- comportement 2.262
- description 2.258
- guidage 2.258
Dynamique de la transmission 2.1

E

Echauffement 1.24
Ecoulement dans le palier hydrostatique 2.110
Ecoulement unidimensionnel 2.69
Ecrasement d'un film visqueux 2.71
Effet de la charge 1.90
Effets de la forme et de la charge 1.86
Efforts intérieurs 2.23
Elasticité et amortissement des appuis 2.40
Eléments à emboîtement 1.108
Eléments à frottement 1.151

Eléments à friction

- contrôle des corps à friction 3.347
- description de quelques variateurs 3.350
- durée de vie et usure 3.349
- pression superficielle 3.347
- roulement et glissement 3.343
- transformation de mouvements 3.341
- transmission de la force tangentielle 3.345
- transmission des efforts 3.342
- variateur à billes et cônes 3.350
- variateur à billes et disque 3.352
- variateur à double cône 3.350

Elévation de température 1.25

Embrayages, coupleurs et freins

- EMBRAYAGES, COUPLEURS ET FREINS 3.239
- embrayages multidisques 3.256
- autres embrayages et limiteurs 3.261
- caractéristiques techniques 3.250
- cinématique et dynamique des embrayages 3.245
- classification générale 3.239
- coupleurs 3.268
- coupleurs à emboîtement 3.268
- coupleurs à frottement 3.269
- coupleurs à ressorts ou à vis 3.276
- coupleurs hydrodynamiques 3.262
- embrayages monodisques 3.253
- limiteurs de couples et de sécurité 3.259
- pression, vitesse et couples 3.244
- propriétés des embrayages et freins 3.240
- recherche et contrôle d'embrayages 3.263
- roues libres (antidériveur) 3.270
- freins
- calcul des freins à tambour 3.282
 - classification des freins mécaniques 3.278
 - description des freins 3.279
 - les freins 3.277
 - températures limites 3.287

Emmanchements

- capacité portante 1.156
- contraintes 1.159
- effet thermique et centrifuge 1.163
- élasto-plastiques 1.166
- montage et démontage 1.160
- pression entre arbre et moyeu 1.156
- relations fondamentales 1.152
- relations particulières 1.155
- emmanchements et frettages 1.151

Engrenages : géométrie fondamentale

- GÉOMÉTRIE DES ENGRENAGES 3.1
- choix et calcul des déports 3.38
- construction analytique du profil 3.41
- construction du profil 3.32

- cylindriques parallèles 3.5
- déport de denture 3.35
- définitions complémentaires 3.5
- détermination de l'interférence 3.44
- développantes allongée ou raccourcie 3.27
- Diametral Pitch 3.10
- dimensions des dentures droites 3.11
- direction des flancs 3.6
- épaisseur curviligne 3.34
- équation de la développante 3.23
- génération de la développante 3.28
- graphique des profils 3.17
- limite inférieure du nombre de dents 3.37
- module métrique 3.9
- position des axes 3.3
- profils conjugués 3.29
- profils de référence 3.29
- profils en développante 3.22
- profils ISO et SN 3.30
- rapport d'engrenage 3.8
- roues conjuguées 3.4
- roues cylindriques à fuseaux 3.21
- seconde loi des engrenages 3.18
- première loi des engrenages 3.14
- vitesse de glissement 3.15

Engrenages à axes parallèles

- ENGRENAGES A AXES PARALLÈLES 3.47
- à denture déportée droite 3.49
- calcul du rapport de conduite 3.55
- cylindriques intérieurs 3.65
- dimensions de l'engrenage déporté 3.63
- engrènement dans les planétaires 3.69
- engrènement de deux roues cylindriques 3.47
- glissement et roulement 3.57
- grandeurs de fonctionnement 3.53
- obtention du jeu 3.61
- rayons de courbure 3.58
- types à denture extérieure droite 3.51

Engrenages à axes concourants

- ENGRENAGES A AXES CONCOURANTS 3.93
- angles des cônes 3.95
- calcul des grandeurs en spiroconique 3.122
- choix de la tête à tailler 3.120
- correction de denture 3.113
- correction latérale 3.105
- denture droite déportée 3.102
- denture octoïde 3.98
- dimensions de la denture 3.94
- engrenage à denture inclinée 3.109
- engrenage de champ 3.113
- engrenage de différentiel 3.106
- engrenage spiro-conique 3.114

- étude de l'engrènement 3.100
- étude de l'engrènement en spiro-conique 3.118
- géométrie des roues coniques 3.93
- profil de référence 3.96
- Engrenages gauches
- ENGRENAGES A AXES GAUCHES 3.183
- ENGRENAGES CYLINDRIQUES GAUCHES 3.221
- conditions d'engrènement 3.222
- contrôles des engrenages gauches 3.232
- déport de denture 3.226
- efforts sur les roues et rendement 3.228
- géométrie 3.221
- limites de grippage et d'échauffement 3.234
- recherche des dimensions 3.225
- vitesses de glissement 3.223
- Engrenages hélicoïdal
- à denture déportée 3.76
- choix des dimensions 3.75
- conditions de conception 3.85
- engrenage intérieur 3.89
- géométrie fondamentale 3.71
- grandeurs de fonctionnement 3.82
- interférence à l'engrènement 3.80
- interférences engrenage intérieur 3.91
- nombre de dents virtuel 3.78
- roues à denture hélicoïdale 3.71
- sens des hélices et des angles 3.73
- Entraînement de la machine réceptrice 2.12
- Epaisseur du film dans le palier hydrostatique 2.107
- Equation différentielle de Reynolds 2.75
- Equilibre des axes et des arbres 2.21
- Exemple
- butée hydrodynamique 2.131
- calcul d'un palier hydrostatique 2.119
- calcul d'une butée hydrostatique 2.98
- palier radial hydrodynamique 2.164
- contrôle d'un arbre 2.41
- contrôle en résistances des matériaux 1.104
- étude dynamique 2.17

F

Facteur d'échauffement 1.24

Filetages

- profils rectangulaires 1.179
- profils triangulaires 1.180
- système de tolérances 1.182

Fréquence propre en torsion 2.26

Fréquence propre et vitesse critique 2.35

Frottement

- d'adhérence 1.3

- de glissement 1.3
- de glissement 1.6
- de roulement 1.39
- des corps en rotation 1.28
- d'un lien souple sur une poulie 1.34
- sur le plan incliné 1.13
- sur un palier axial ou butée 1.28
- dans un palier radial 1.31

G

Généralité

- et tribologie 1.1
- sur les éléments d'assemblage 1.107
- sur les butées et les paliers 2.49
- sur les ressorts 1.239
- sur les vis de serrage 1.195

Géométrie

- des engrenages à vis sans fin 3.183
- des engrenages et roues dentées 3.1
- des roues cylindriques droites 3.7

Glissement macroscopique des surfaces 1.41

Goupille

- encastrée en porte-à-faux 1.115
- transversale 1.113
- goupilles 1.109

Graisses industrielles 1.69

Guidage à deux patins 2.85

Guidages 2.59

Guidages linéaires

- avec cage à éléments 2.249
- bases techniques 2.251
- cages et éléments 2.250
- durée de vie 2.253
- exemple de calcul 2.257
- à roulements 2.249

Guidages linéaire

- monorail
 - introduction 2.266
 - capacité de charge 2.267
 - comportement 2.269

H

Hauteur des fentes de calcul du palier hydrostatique 2.109

Huiles synthétiques 1.68

J

Joint

- de Cardan 2.287
- homocinétique 2.290
- tripode 2.291

Joints

- anneaux Ring - Joint 1.305
- annulaires entre brides 1.298
- calcul des assemblages à brides 1.300
- caoutchoucs 1.287
- caoutchoucs : comportement 1.291
- dynamique avec contact 1.312
- élastomères 1.286
- étanchéité oléo-hydraulique 1.324
- exigences générales 1.284
- fibres synthétiques 1.293
- garniture à presse-étoupe 1.314
- garnitures mécaniques 1.333
- joint à lèvres simple ou double 1.314
- joint d'arbre radial à lèvres 1.320
- joint Quad - Ring 1.312
- joints enrobés 1.304
- joints soudés 1.296
- joints toriques
 - comportement statique 1.308
 - conception particulière 1.310
 - généralités 1.306
 - gorges et montage 1.307
- matériaux pour les joints plats 1.297
- matières 1.285
- matières synthétiques 1.292
- racleurs 1.330
- segments de guidage 1.332
- V - Ring 1.323
- d'étanchéité 1.281
- dynamiques avec contact 1.282
- dynamiques sans contact 1.283
- statiques 1.281

L

- Largeur du segment ouvert 1.123
- Les clavettes 1.130
- Les lubrifiants 1.60
- Loi de Coulomb 1.6
- Lois normées pour les cames 2.361
- Lubrification des butées, paliers, guidages 2.60

M

- Mécanismes à articulations
 - MÉCANISMES À ARTICULATIONS 3.353
 - à croix de Malte 2.350
 - cinématique bielle - manivelle 3.367
 - Géométrie de la chaîne cinématique 3.356
 - lois exactes de l'articulation 3.371
 - mécanisme bielle - manivelle 3.366
 - mise en équation du quadrilatère 3.358
 - mouvement de la manivelle 3.360
 - mouvements relatifs 3.355

- notions de cinématique 3.354
- quadrilatère articulé 3.355
- recherche cinématique 3.364
- vitesse et accélération de la bielle 3.370
- Mécanique des fluides pour butées et paliers 2.69
- Mécanismes
 - à cames 2.295
 - à vis de mouvement 1.189
 - de l'usure 1.74
- Méthode de calcul du palier hydrostatique 2.117
- Méthode de la matrice de transmission 2.29
- Mise en équation de la butée multipoches 2.102
- Moteur à courant continu 2.9
- Moteur asynchrone 2.5
- Moteurs à combustion interne 2.11
- Moteurs hydrauliques 2.11
- Notions de tribologie 1.54

O

- Organes de transmission directe 2.1
- Organes de transmission indirecte 3.1

P

- Palier radial
 - alliages pour coussinets 2.160
 - calcul au moyen de formules 2.148
 - calcul simplifié 2.146
 - charge radiale fortement variable 2.185
 - comportement d'un arbre 2.182
 - coussinet infiniment long 2.138
 - échange de chaleur 2.153
 - échanges d'énergie 2.153
 - géométrie 2.136
 - hauteur de la fente
 - intégration de l'équation différentielle 2.140
 - nombre de Sommerfeld 2.146
 - palier à douille flottante 2.171
 - palier à segments pivotants 2.169
 - palier de longueur finie 2.144
 - palier en écrasement 2.177
 - palier radial sous charge variable 2.174
 - paliers multilobes 2.167
 - pertes dans le palier 2.143
 - raideur et amortissement 2.179
 - séparation des surfaces 2.158
 - simple et coussinet 2.56
 - sous charge statique 2.136
- Paliers radiaux hydrostatiques 2.106
- Paramètre de résistance au roulement 1.41
- Patin infiniment large 2.76

Patins à rouleaux

- capacité de charge 2.264
- comportement 2.265
- escription 2.263

Patins rectangulaires de guidage 2.83

Pertes

- dans la butée multipoche 2.105
- dans la fente visqueuse 2.80
- sans le palier hydrostatique 2.115

Poussée par largeur unitaire 2.78

Pression

- dans les poches du palier hydrostatique 2.113
- entre les corps quelconques 1.42
- et échauffement 1.20
- hertzienne entre deux corps 1.45
- superficielle sur la sphère 1.47
- superficielle sur un cylindre 1.46
- admissible 1.24
- admissible entre les corps 1.43

Profils

- carré et hexagonal 1.140
- des filetages 1.179
- polygonaux P 1.148

Propriétés

- des huiles minérales 1.61
- des matériaux 1.92

R

Rappel de mécanique 2.1

Recherche des dimensions (axes et arbres) 2.24

Recommandations générales sur la lubrification 1.71

Remarques générales sur le frottement 1.10

Rendement mécanique su plan incliné 1.19

Résistances des matériaux de base 1.81

Ressort

- barre de torsion 1.262
- déformation du ressort hélicoïdal 1.266
- généralité sur le ressort de torsion 1.264
- géométrie des ressorts hélicoïdaux 1.271
- nomogramme 1.267
- précontrainte axiale 1.270
- spiral plan 1.251
- stabilité du ressort comprimé 1.269

Ressort à rondelle

- généralités 1.254
- coefficients de calcul 1.254
- contraintes 1.256
- empilage 1.259
- force et déformation 1.255

Ressorts

- à anneaux tronconiques 1.245
- à lames simple 1.248

- à lames superposées 1.249
- hélicoïdal en flexion 1.251
- propriétés mécaniques 1.241
- soumis à contrainte de flexion 1.247
- soumis à contrainte de torsion 1.261
- soumis à contrainte normale 1.245
- en caoutchouc 1.278
- en caoutchouc : contraintes 1.279
- mécaniques 1.239

Rigidité de la butée à poche centrale 2.90

Rigidité flexionnelle corrigée 2.33

Rotules

- charge et contrôle 2.64
- description 2.61
- lisses et embouts 2.61

Roulement avec glissement 1.53

Roulements :

- autres types de roulements 2.246
 - charge dynamique 2.207
 - charge dynamique équivalente 2.213
 - charge statique équivalente 2.220
 - charges variables 2.209
 - chemins de roulement 2.245
 - choix du type 2.201
 - comportement de l'ensemble 2.222
 - contrôle selon FAG 2.223
 - contrôle selon ISO 2.207
 - contrôle selon SKF 2.225
 - développement des méthodes de contrôle 2.221
 - dimensions extérieures 2.199
 - durée de vie en heures 2.219
 - durée nominale avant fatigue 2.210
 - étanchéités 2.243
 - étude des montages 2.237
 - exemples de calcul 2.228
 - fréquence limite 2.236
 - frottement, précharge 2.233
 - géométrie et tolérances 2.199
 - jeu interne 2.200
 - lubrification 2.242
 - pertes 2.333
 - précharge 2.241
 - pression et fatigue 2.204
 - prix des roulements 2.203
 - rigidité 2.239
 - roulements miniatures 2.246
- Roulements à aiguilles 2.197
- Roulements à billes 2.189
- Roulements à rouleaux 2.193

S

Sécurités en résistance des matériaux 1.97

Segments

- contrôle des pièces 1.125
- transmission de la poussée 1.124
- d'arrêt 1.119

T

- Table des matières : Volume 1 1.347
- Table des matières : Volume 2 2.375
- Table des matières : Volume 3 3.389
- Taux de charge 1.98
- Tourillons d'articulation 1.116
- Traction sur plan incliné
 - horizontale 1.17
 - parallèle 1.15
 - quelconque 1.13
- Transmission par liens flexibles
 - contraintes dans la courroie 3.295
 - dimensions géométriques 3.293
 - entraxe recommandé 3.306
 - matières pour courroies 3.301
 - poulies pour courroies plates 3.303
 - puissance transmissible 3.297
 - recherche des dimensions 3.304
 - tension de pose 3.292
 - transmission par courroies 2.291
 - variation de tension dans la courroie 3.299
- chaînes
 - cinématique et dynamique 3.331
 - contrôle de la transmission 3.335
 - description des divers types 3.327
 - longueur des chaînes 3.330
 - lubrification 3.337
 - recherche de la taille 3.333
 - roues dentées 3.329
 - transmission par chaînes 3.327
- Transmission entre deux arbres obliques 2.287
- Transmission par courroies trapézoïdales
 - présentation 3.310
 - description des courroies 3.320
 - géométrie et contrôles 3.323
 - transmission par courroies crantées 3.320
 - contrôle de la longueur 3.313
 - contrôle des courroies trapézoïdales 3.314
 - recherche du profil 3.317
 - types de courroies 3.310
- Types de frottement de glissement 1.55
- Types de paliers radiaux hydrostatiques 2.106

U

- Usure des surfaces sous frottement 1.73
- Utilisation de la matrice de transmission 2.31

V

- Valeurs de contrôle (butées et paliers) 2.54
- Variations de la viscosité des huiles 1.65
- Vis à roulement
 - charge équivalente 2.272
 - charge statique 2.274
 - couple et puissance 2.276
 - critères de choix 2.272
 - description 2.270
 - géométrie et comportement 2.274
 - présentation 2.269
- Visserie
 - contrainte dans le filetage 1.191
 - contrôle du noyau de la vis de mouvement 1.190
 - en matière synthétique 1.237
 - équilibre et pression entre vis et écrou 1.184
 - pour conditions particulières 1.234
- Vis de serrage
 - analyse des déformations 1.211
 - analyse des efforts 1.211
 - calcul de l'assemblage 1.218
 - calcul selon VDI 2230 1.208
 - caractéristiques mécaniques 1.199
 - choix du type 1.230
 - contrôle simplifié 1.200
 - couples entre vis et écrou 1.195
 - efforts et contraintes 1.198
 - exemple bielle de moteur 1.226
 - exemple d'un vérin 1.225
 - hypothèses de calcul 1.209
 - méthodes de serrage 1.233
 - pas de calcul selon VDI 2230 1.222
 - précision de la force 1.216
 - pression superficielle 1.218
 - recherche des efforts 1.201
 - recommandation pour le choix 1.229
 - sécurités contre le desserrage 1.232
 - tassement des surfaces 1.217
- Viscosités des huiles 1.63
- Vitesse critique en flexion 2.39
- Vis sans fin
 - choix des caractéristiques 3.191
 - choix du lubrifiant 3.205
 - contrôle de l'engrenage à vis sans fin 3.198
 - contrôle selon DIN 3996 3.209
 - Couples et forces 3.192
 - définition des types de vis 3.184
 - Efforts, rendement et contraintes 3.192
 - géométrie des roues 3.188
 - géométrie des vis 3.186
 - recommandation de conception 3.204
 - rendement mécanique 3.194
 - sécurité à l'usure 3.201
 - sécurité thermique 3.198

TABLE DES MATIÈRES

VOLUME 3

	Page
ORGANES DE TRANSMISSION INDIRECTE	3.1
Chapitre 18	
GÉOMÉTRIE DES ENGRENAGES ET DES ROUES DENTÉS	3.1
18.1 Définitions géométriques selon VSM 15 522	3.3
18.1.1 Roues et engrenages	3.3
18.1.2 Position des axes	3.3
18.1.3 Roues conjuguées	3.4
18.2 Définitions complémentaires	3.5
18.2.1 Engrenages cylindriques parallèles	3.5
18.2.2 Engrenages à axes concourants	3.6
18.2.3 Direction des flancs de la denture	3.6
18.2.3.1 Roues cylindriques	3.6
18.2.3.2 Roues coniques	3.7
18.3 Géométrie des roues cylindriques droites	3.7
18.3.1 Rapport de transmission	3.8
18.3.2 Rapport d'engrenage	3.8
18.3.3 Module métrique	3.9
18.3.4 Diametral Pitch	3.10
18.3.5 Entraxe de référence	3.11
18.4 Forme et dimensions des dentures droites	3.11
18.4.1 Dimensions diamétrales et hauteurs	3.11
18.4.2 Dimensions fondamentales des roues	3.12
18.4.3 Jeu entre les dentures	3.12
18.5 Conditions géométriques d'engrènement	3.14
18.5.1 Première loi des engrenages	3.14
18.5.2 Vitesse de glissement des profils	3.15
18.5.3 Construction graphiques des profils conjugués	3.17
18.5.3.1 Méthode de Reuleaux	3.17
18.5.3.2 Méthode de Poncelet	3.18
18.5.4 Seconde loi des engrenages	3.18
18.6 Dentures à profils cycloïdaux	3.19
18.6.1 Courbes cycloïdales	3.19
18.6.2 Engrenage extérieur à denture cycloïdale	3.20
18.6.3 Engrenage à roues cylindriques et à fuseaux	3.21
18.6.4 Engrenage à crémaillère et à fuseaux	3.22
18.6.5 Dimensions des roues cylindriques à fuseaux	3.22
18.7 Profils en développante de cercle	3.22
18.7.1 Définition et construction de la développante	3.22
18.7.2 Mise en équation de la développante	3.23
18.7.2.1 Coordonnées rectangulaires	3.23
18.7.2.2 Coordonnées polaires	3.25
18.7.3 Calcul des angles inv alpha et de pression alpha	3.26
18.7.3.1 Calcul de la fonction involute alpha	3.26
18.7.3.2 Calcul de l'angle de pression	3.26
18.7.4 Développantes allongées et raccourcies	3.27
18.7.5 Génération technique de la développante de cercle	3.28
18.7.5.1 Segment rectiligne en translation	3.28
18.7.5.2 Cercle en mouvement plan	3.28
18.7.5.3 Déplacement d'une développante de cercle	3.29

	Page
18.8	Profils de référence des dentures 3.29
18.8.1	Profil conjugué à la crémaillère à flancs droits 3.29
18.8.2	Profils de référence selon ISO et SN 215 520 3.30
18.8.3	Construction du profil d'une dent 3.32
18.8.4	Épaisseur curviligne, écartement sur dents 3.33
18.8.4.1	Épaisseur curviligne de la dent 3.33
18.8.4.2	Mesure de l'écartement sur k dents 3.35
18.9	Déport de denture 3.35
18.9.1	Taillage d'une roue à denture déportée 3.35
18.9.2	Limite inférieure du nombre de dents 3.37
18.9.3	Choix et calcul des déports 3.38
18.9.3.1	Valeurs des coefficients de déport 3.38
18.9.3.2	Limites des déports 3.39
18.9.3.	Coefficients de déport à la limite d'interférence 3.39
18.10	Profils : construction et interférence 3.41
18.10.1	Construction analytique du profil de la dent 3.41
18.10.1.1	Points particuliers de la crémaillère 3.41
18.10.1.2	Cercle de pied 3.42
18.10.1.3	Point E au début de la courbe de raccordement 3.42
18.10.1.4	Courbe de raccordement au pied de dent 3.43
18.10.1.5	Point F entre les deux courbes 3.43
18.10.1.6	Développante de cercle 3.43
18.10.1.7	Cercle de tête 3.43
18.10.2	Détermination de l'interférence 3.44
18.10.2.1	Point P de la développante du flanc porteur 3.44
18.10.2.2	Point P de la courbe de raccordement 3.44
18.10.2.3	Point à l'interférence des deux courbes 3.45
18.10.2.4	Exemple 3.45
	Table de la fonction involute alpha de 10° à 28° 3.46
	Chapitre 19
	GÉOMÉTRIE DES ENGRENAGES À AXES PARALLÈLES 3.47
19.1	Engrènement des deux roues extérieures 3.47
19.1.1	Engrènement de deux roues cylindriques droites 3.47
19.1.2	Engrenage extérieur à denture déportée 3.49
19.1.2.1	Taillage du pignon et de la roue 3.49
19.1.2.2	Angle de pression de fonctionnement 3.49
19.1.2.3	Correction du cercle de tête des roues 3.51
19.1.3	Types d'engrenages extérieurs à denture déportée 3.51
19.1.3.1	Engrenage à entraxe nominal avec déport 3.51
19.1.3.2	Engrenage avec coefficients de déport imposés 3.52
19.1.3.3	Engrenages avec entraxe de fonctionnement imposé 3.53
19.2	Grandeurs de fonctionnement 3.53
19.2.1	Engrenage à crémaillère 3.53
19.2.2	Engrenage cylindrique extérieur 3.54
19.2.3	Calcul du rapport de conduite 3.55
19.2.4	Glissement et roulement des profils 3.57
19.2.4.1	Vitesse de glissement des flancs 3.57
19.2.4.2	Glissement spécifique 3.58
19.2.5	Rayons de courbure et rayons réduits 3.58
19.2.6	Fabrication d'une roue par un couteau disque 3.59
19.2.7	Obtention du jeu dans l'engrenage 3.61
19.2.7.1	Mesure de l'écartement sur k dents 3.61

	Page	
19.2.7.2	Mesure de l'épaisseur de dent par des galets	3.62
19.2.7.3	Jeu normal entre les flancs des dentures	3.62
19.2.8	Dimensions générales des engrenages déportés	3.63
19.2.9	Exemple de recherche de dimensions géométriques	3.64
19.3	Engrenages cylindriques intérieurs droits	3.65
19.3.1	Fabrication d'une couronne et interférence	3.65
19.3.2	Dimensions géométriques de la couronne	3.66
19.3.2.1	Déport de denture dans une couronne	3.66
19.3.2.2	Rapport de conduite	3.67
19.3.2.3	Cote de contrôle sur k dents	3.67
19.3.2.4	Cote de contrôle sur galets	3.67
19.3.3	Interférence au taillage et au montage	3.68
19.3.4	Engrènement dans les planétaires	3.69
19.3.5	Exemple de dimensionnement	3.70
19.4	Roues à denture hélicoïdale	3.71
19.4.1	Grandeurs géométriques fondamentales	3.71
19.4.2	Modules et pas réels ou apparents	3.71
19.4.2.1	Sections réelle et apparente	3.71
19.4.2.2	Pas réel et apparent	3.71
19.4.3	Dimensions diamétrales	3.72
19.4.4	Définition du sens des hélices	3.73
19.4.5	Définition des angles	3.73
19.4.5.1	Angles de pression réel et apparent	3.73
19.4.5.2	Hélicoïde développable	3.74
19.4.5.3	Angles d'hélice de base et de tête	3.74
19.4.6	Choix des dimensions	3.75
19.4.7	Profil apparent de la dent	3.76
19.5	Engrenage hélicoïdal à denture déportée	3.76
19.5.1	Coefficients de déport réels et apparents	3.76
19.5.2	Angle de pression de fonctionnement	3.77
19.5.3	Dimensions diamétrales	3.77
19.5.4	Épaisseurs curvilignes de dent	3.78
19.5.5	Nombre de dents virtuel	3.78
19.5.6	Interférence au taillage	3.79
19.5.7	Début de l'arc en développante	3.80
19.5.8	Interférence à l'engrènement	3.80
19.5.9	Dimensions générales de l'engrenage parallèle	3.81
19.6	Grandeurs de fonctionnement (engrenage hélicoïdal)	3.82
19.6.1	Rapport d'engrenage	3.82
19.6.2	Pas de base et pas apparent	3.82
19.6.3	Rapport de conduite	3.83
19.6.4	Rapport de recouvrement	3.83
19.6.5	Rapport total de conduite	3.84
19.6.6	Mesure de l'écartement	3.84
19.6.7	Mesure sur billes	3.85
19.6.8	Conditions de conception	3.85
19.6.9	Exemple d'engrenage hélicoïdal extérieur	3.86
19.7	Engrenage parallèle hélicoïdal intérieur	3.89
19.7.1	Dimensions géométriques principales	3.89
19.7.1.1	Modules et pas	3.89
19.7.1.2	Diamètres	3.89
19.7.1.3	Angles	3.89
19.7.1.4	Grandeurs de fonctionnement	3.90

	Page	
19.7.2	Interférence dans l'engrenage intérieur	3.90
19.7.2.1	Caractéristiques de l'outil	3.90
19.7.2.2	Interférence au pied de la denture de la couronne	3.90
19.7.2.3	Interférence au pied de la denture du pignon	3.90
19.7.2.4	Interférence à l'engrènement si Δz est petit	3.91
	Table de la fonction involute α de 28° à 46°	3.92
Chapitre 20		
	ENGRENAGES À AXES CONCOURANTS	3.93
20.1	Géométrie des roues coniques droites	3.93
20.1.1	Cônes primitifs et angles des cônes	3.93
20.1.2	Dimensions de la denture	3.94
20.1.3	Angles des divers cônes	3.95
20.1.4	Profil de référence et roue plate	3.96
20.1.4.1	Profil de référence de la roue plate	3.96
20.1.4.2	Dimensions de la roue plate	3.96
20.1.4.3	Forme générale de la denture	3.97
20.1.5	Dentures octoïdes	3.98
20.1.5.1	Développante sphérique	3.98
20.1.5.2	Dentures octoïdes	3.99
20.1.5.3	Octoïde de première espèce	3.99
20.1.5.4	Octoïde de seconde espèce	3.100
20.1.6	Etude de l'engrènement	3.100
20.1.6.1	Nombre de dents virtuel	3.100
20.1.6.2	Diamètres des roues virtuelles	3.101
20.1.6.3	Forme de la denture virtuelle	3.101
20.1.6.4	Grandeurs de fonctionnement	3.102
20.1.6.5	Dimensions de contrôle	3.102
20.2	Engrenage conique droit à denture déportée	3.102
20.2.1	Déport de denture	3.102
20.2.2	Dimensions géométriques de l'engrenage déportée	3.103
20.2.3	Correction latérale par déplacement de l'outil	3.105
20.2.4	Engrenage conique de différentiel	3.106
20.2.5	Contrôle de la denture conique	3.106
20.2.5.1	Géométrie du corps des roues	3.106
20.2.5.2	Contrôle de la denture conique	3.107
20.2.6	Exemple de dimensions géométriques	3.107
20.3	Engrenage conique à denture inclinée	3.109
20.3.1	Dimensions de la roue plate	3.109
20.3.2	Angles d'inclinaison de la denture	3.110
20.3.3	Forme de la dent	3.110
20.3.4	Dimensions générales	3.111
20.3.5	Correction de la denture	3.113
20.3.6	Engrenage de champ	3.113
20.4	Engrenages concourants spiro-coniques	3.114
20.4.1	Généralités sur les roues spiro-coniques	3.114
20.4.2	Relations fondamentales	3.115
20.4.3	Nombre de dents de la roue plate	3.117
20.4.4	Hauteur des dents	3.117
20.4.5	Déport de denture	3.118
20.4.6	Etude de l'engrènement	3.118
20.4.7	Recherche des dimensions géométriques	3.119
20.4.8	Choix de la tête à tailler	3.120
20.4.9	Inclinaison de la tête à tailler	3.122

	Page	
20.4.10	Calcul des autres grandeurs géométriques	3.122
20.4.11	Exemple de détermination de la géométrie	3.123
Chapitre 21		
	CONTRÔLES DES ENGRENAGES PARALLÈLES ET CONCOURANTS	3.125
21.1	Efforts sur les engrenages	3.125
21.1.1	Puissances et couples sur les roues	3.125
21.1.2	Engrenages parallèles à denture droite	3.126
21.1.2.1	Zones de contact simple et double	3.126
21.1.2.2	Valeur des forces sur la denture	3.126
21.1.2.3	Moyens pour améliorer la transmission des couples	3.127
21.1.3	Engrenages parallèles à denture hélicoïdale	3.128
21.1.4	Engrenages concourants à denture droite	3.129
21.1.5	Engrenages concourants à denture inclinée ou spiro-conique	3.130
21.1.5.1	Convention de signes pour les composantes	3.131
21.1.5.2	Composante tangentielle	3.131
21.1.5.3	Composantes radiale et axiale	3.131
21.1.6	Effet des roues sur les axes	3.133
21.2	Glissement des flancs et pertes	3.133
21.2.1	Paramètres des conditions d'engrènement	3.133
21.2.1.1	Paramètres d'engrènement pour engrenage extérieur	3.133
21.2.1.2	Paramètres d'engrènement pour engrenage intérieur	3.134
21.2.1.3	Diagramme d'engrènement	3.135
21.2.2	Rendement de l'engrènement	3.135
21.2.3	Recherche du rendement par voie graphique	3.137
21.2.3.1	Représentation du roulement et du glissement	3.137
21.2.3.2	Recherche graphique du rendement de la denture	3.138
21.3	Comportement de l'engrenage	3.138
21.3.1	Facteur d'application de la charge K_A	3.139
21.3.2	Rigidité des dentures	3.140
21.3.2.1	Raideur de la denture c_e' pour $K_A w' \geq 100$ N/mm	3.140
21.3.2.2	Raideur de la denture c_{se}' pour $K_A w' < 100$ N/mm	3.140
21.3.2.3	Raideur totale de l'engrenage c_{γ}	3.141
21.3.3	Facteur de charge dynamique K_v	3.141
21.3.3.1	Réduction des masses	3.141
21.3.3.2	Chiffre de résonance	3.141
21.3.3.3	Calcul dans le domaine hypocritique $N \leq 0,85$	3.142
21.3.3.4	Calcul dans le domaine de résonance $0,85 \leq N \leq 1,15$	3.142
21.3.3.5	Calcul dans le domaine hypercritique $N \geq 1,5$	3.143
21.3.3.6	Calcul dans le domaine intermédiaire $1,15 < N \leq 1,5$	3.143
21.3.3.7	Remarques complémentaires	3.143
21.4	Contrainte de flexion dans le pied de dent	3.143
21.4.1	Contrainte de flexion avec force normale placée à l'extrémité de la dent	3.143
21.4.1.1	Contraintes simples	3.144
21.4.1.2	Valeur de la contrainte de flexion	3.145
21.4.1.3	Calcul simple du facteur de forme de dent Y_{fa}	3.145
21.4.1.4	Correction du point d'application de la force	3.146
21.4.2	Contrainte nominale de flexion selon ISO-MAAG	3.147
21.4.2.1	Définition de la contrainte nominale de flexion	3.147
21.4.2.2	Calcul du facteur de forme de dent Y_F	3.148
21.4.2.3	Caractéristiques de l'outillage	3.148
21.4.2.4	Position de l'outil au point de calcul de s_{Fn}	3.148

	Page	
21.4.2.5	Dimensions de calcul	3.149
21.4.2.6	Facteur de correction de la contrainte Y_S	3.150
21.4.2.7	Facteur d'angle d'hélice Y_{β}	3.151
21.4.3	Valeur de la contrainte de flexion en service	3.151
21.4.3.1	Facteur de répartition sur le profil $K_{F\alpha}$ ou $K_{H\alpha}$	3.152
21.4.3.2	Facteur de répartition longitudinale $K_{F\beta}$ ou $K_{H\beta}$	3.152
21.4.4	Contrainte de flexion admissible	3.153
21.4.4.1	Contrainte de flexion limite	3.154
21.4.4.2	Facteur de durée de vie Y_{NT}	3.154
21.4.4.3	Facteur de concentration de contrainte Y_{ST}	3.155
21.4.4.4	Facteur d'échelle Y_X	3.155
21.4.4.5	Facteurs complémentaires	3.156
21.4.4.6	Coefficients de sécurité	3.156
21.5	Pression superficielle sur les flancs	3.156
21.5.1	Pression superficielle dans un engrenage parallèle	3.156
21.5.1.1	Rayon réduit des dentures au point C	3.157
21.5.1.2	Module d'élasticité résultant	3.157
21.5.1.3	Force normale totale sur les flancs	3.157
21.5.1.4	Valeur de la pression superficielle selon Hertz	3.157
21.5.2	Pression superficielle de base selon ISO	3.158
21.5.2.1	Pression superficielle de base	3.158
21.5.2.2	Facteur géométrique Z_H	3.158
21.5.2.3	Facteur d'élasticité des matériaux Z_E	3.159
21.5.2.4	Facteur de conduite Z_{ϵ}	3.159
21.5.2.5	Facteur d'inclinaison de l'hélice Z_{β}	3.159
21.5.3	Pression superficielle en service	3.159
21.5.4	Pression superficielle admissible	3.160
21.5.4.1	Pression superficielle limite	3.160
21.5.4.2	Facteur de durée de vie Z_{NT}	3.161
21.5.4.3	Facteur d'échelle Z_X	3.162
21.5.4.4	Facteurs de portance du lubrifiant Z_L	3.162
21.5.4.5	Facteur de vitesse Z_v	3.163
21.5.4.6	Facteur de rugosité Z_R	3.163
21.5.4.7	Facteur de dureté des flancs Z_W	3.163
21.5.4.8	Coefficient de sécurité $S_{H\min}$	3.164
21.5.5	Recommandations pour le choix du lubrifiant	3.164
21.5.6	Exemple de contrôle d'un engrenage parallèle	3.165
21.6	Contrôle des engrenages concourants	3.168
21.6.1	Contrôle de la contrainte de flexion dans la dent	3.168
21.6.1.1	Charge linéique	3.168
21.6.1.2	Contrainte nominale de flexion	3.169
21.6.1.3	Contrainte de flexion en service	3.169
21.6.1.4	Contrainte de flexion admissible	3.171
21.6.1.5	Coefficient de sécurité en flexion	3.171
21.6.2	Contrôle de la pression superficielle	3.171
21.6.2.1	Pression superficielle nominale	3.171
21.6.2.2	Pression superficielle en service	3.172
21.6.2.3	Pression superficielle admissible	3.172
21.6.2.4	Coefficient de sécurité en pression	3.172
21.7	Déformations, corrections et échauffement	3.173
21.7.1	Déformations des dentures et des arbres	3.173
21.7.1.1	Déformation des dents	3.173

	Page	
21.7.1.2	Déformation des roues et des arbres	3.174
21.7.2	Correction de denture	3.174
21.7.2.1	Correction du profil de la dent	3.174
21.7.2.2	Corrections longitudinales	3.175
21.7.3	Rendement et échauffement	3.177
21.7.3.1	Rendement mécanique d'un engrenage parallèle	3.178
21.7.3.2	Répartition des pertes dans le mécanisme	3.179
21.7.4	Grippage à faible vitesse et forte pression	3.179
21.7.5	Méthode élémentaire de contrôle du grippage	3.179
21.7.6	Grippage et température éclair	3.180
21.7.6.1	Formule originale selon H. Blok	3.180
21.7.6.2	Simplification dans le calcul de μ inst	3.181
21.7.6.3	Principe du calcul de la température éclair	3.181
21.7.6.4	Proposition de calcul simplifié du grippage	3.182
Chapitre 22		
	ENGRENAGES À AXES GAUCHES	3.183
22.1	Géométrie des engrenages à vis sans fin	3.183
22.1.1	Propriétés et utilisation	3.184
22.1.2	Définition des types de vis	3.184
22.1.3	Définition de la géométrie des vis	3.186
22.1.3.1	Rapport d'engrenage et entraxe	3.186
22.1.3.2	Pas axial et pas hélicoïdal	3.187
22.1.3.3	Angles de filet et d'hélice	3.187
22.1.3.4	Saillie, creux et diamètres	3.188
22.1.4	Définition de la géométrie des roues à vis	3.188
22.1.4.1	Dimensions diamétrales de la roue	3.188
22.1.4.2	Principe de la construction des lignes de contact	3.189
22.1.5	Choix généraux des caractéristiques	3.191
22.2	Efforts, rendement et contrôles	3.192
22.2.1	Couples et forces sur les dents	3.192
22.2.1.1	Efforts sur la vis motrice	3.192
22.2.1.2	Efforts sur la roue avec une vis motrice	3.193
22.2.1.3	Efforts sur la roue avec une roue motrice	3.193
22.2.1.4	Efforts sur la vis avec une roue motrice	3.194
22.2.1.5	Efforts sur les paliers de la vis et de la roue	3.194
22.2.2	Rendement mécanique	3.194
22.2.2.1	Puissances perdues	3.195
22.2.2.2	Puissance perdue dans la denture	3.195
22.2.2.3	Coefficient de frottement	3.196
22.2.2.4	Puissance perdue à vide	3.197
22.2.2.5	Puissance perdue dans les paliers	3.197
22.3	Contrôles de l'engrenage	3.198
22.3.1	Sécurité thermique	3.198
22.3.2	Pression superficielle et usure	3.199
22.3.2.1	Valeur de la pression hertzienne	3.199
22.3.2.2	Sécurité à la formation de piquûres	3.200
22.3.2.3	Sécurité à l'usure	3.201
22.3.2.4	Sécurité à la rupture de la denture	3.202
22.3.2.5	Déformation en flexion de la vis	3.202
22.4	Recommandations de conception	3.204
22.4.1	Conception de la vis	3.204
22.4.2	Conception de la roue	3.204
22.4.3	Conception du carter	3.205

	Page	
22.4.4	Choix du lubrifiant et des accessoires	3.205
22.5	Exemple d'un engrenage à vis sans fin	3.206
22.6	Contrôle d'un engrenage selon DIN 3996	3.209
22.6.1	Présentation de la norme DIN 3996 :1998-09	3.209
22.6.2	Efforts sur la denture	3.210
22.6.3	Grandeurs caractéristiques de calcul	3.210
22.6.4	Rendements et puissances en jeu	3.212
22.6.5	Sécurité en température	3.214
22.6.6	Sécurité en usure	3.216
22.6.7	Sécurité en formation de piqûres	3.217
22.6.8	Sécurité en déformation en flexion de la vis	3.218
22.6.9	Capacité de charge du pied de denture de la roue	3.218
22.6.10	Application de la norme 3996 à l'exemple	3.219
22.7	Engrenages cylindriques gauches	3.221
22.7.1	Géométrie de l'engrenage et des roues	3.221
22.7.1.1	Angles des axes et des hélices	3.221
22.7.1.2	Diamètres primitifs et entraxe	3.222
22.7.1.3	Conditions d'engrènement	3.222
22.7.1.4	Vitesse de glissement	3.223
22.7.1.5	Recherche des dimensions	3.225
22.7.1.6	Déport de denture	3.226
22.7.1.7	Exemple de géométrie	3.227
22.8	Efforts sur les roues et rendement	3.228
22.8.1	Facteur d'application de la charge	3.229
22.8.2	Facteurs de charge dynamique	3.229
22.8.3	Equilibre des roues	3.229
22.8.4	Pertes et rendement de l'engrenage	3.231
22.9	Contrôle des engrenages gauches	3.232
22.9.1	Usure par glissement des flancs	3.232
22.9.2	Limites de grippage et d'échauffement	3.234
22.9.3	Contrainte de flexion dans la dent	3.235
22.9.4	Exemple de contrôle mécanique	3.235
	Chapitre 23	
	EMBRAYAGES, COUPLEURS ET FREINS	3.239
23.1	Classification générales	3.239
23.1.1	Classification des embrayages selon VDI 2240	3.239
23.1.2	Classification des freins selon le mode d'emploi	3.239
23.2	Propriétés des embrayages et des freins	3.240
23.2.1	Matériaux de friction	3.240
23.2.1.1	Coefficients de frottement	3.240
23.2.1.2	Comportement des appariements	3.242
23.2.1.3	Résistance à l'usure	3.244
23.2.2	Pression, vitesse et couples	3.244
23.2.2.1	Pressions moyenne et maximale	3.244
23.2.2.2	Vitesse de glissement des surfaces	3.244
23.2.2.3	Couple de frottement	3.245
23.2.3	Cinématique et dynamique dans les embrayages	3.245
23.2.3.1	Temps de manœuvre	3.245
23.2.3.2	Allure des couples pendant l'embrayage	3.246
23.2.3.3	Relations dynamiques de base	3.247
23.2.3.4	Dynamique de l'embrayage à couples constants	3.247
23.2.3.5	Dynamique de l'embrayage avec montée du couple	3.248

	Page	
23.2.3.6	Charge thermique	3.249
23.2.3.7	Capacité calorifique de l'embrayage	3.249
23.3	Caractéristiques techniques des embrayages	3.250
23.3.1	Taille des embrayages d'après catalogue	3.251
23.3.1.1	Taille à partir du couple nominal	3.251
23.3.1.2	Choix à partir de cas particuliers d'entraînement	3.251
23.3.2	Embrayages monodisques	3.253
23.3.2.1	Embrayages de véhicules	3.253
23.3.2.2	Embrayages monodisques industriels	3.253
23.3.2.3	Embrayages monodisques à commande électrique	3.253
23.3.3	Embrayages multidisques	3.256
23.3.3.1	Disques	3.256
23.3.3.2	Embrayages à commande mécanique	3.256
23.3.3.3	Embrayages à commande hydraulique	3.257
23.3.3.4	Embrayages à commande pneumatique	3.257
23.3.3.5	Embrayages à commande électromagnétique	3.258
23.3.4	Limiteurs de couple et de sécurité	3.259
23.3.4.1	Limiteurs monodisques	3.260
23.3.4.2	Limiteurs multidisques	3.260
23.3.4.3	Limiteurs à rampes	3.260
23.3.5	Autres embrayages et limiteurs	3.261
23.3.5.1	Embrayages centrifuges	3.261
23.3.5.2	Embrayages à éléments tronconiques	3.262
23.3.5.3	Coupleurs hydrodynamiques	3.262
23.3.6	Exemples de recherche et contrôle d'embrayages	3.263
23.3.6.1	Démarrage d'un moulin-broyeur	3.263
23.3.6.2	Commande à deux vitesses	3.265
23.4	Coupleurs	3.268
23.4.1	Coupleurs à emboîtement	3.268
23.4.1.1	Coupleurs à crabots et à encliquetages	3.268
23.4.1.2	Coupleurs électromagnétiques à denture frontale	3.268
23.4.1.3	Coupleurs de boîte de vitesses synchronisées	3.269
23.4.2	Coupleurs à frottement	3.269
23.4.2.1	Description de roues libres	3.269
23.4.2.2	Roues libres à galets cylindriques	3.270
23.4.2.3	Exemple de contrôle d'un antidériveur à galets	3.274
23.4.2.4	Roues libres à galets de forme	3.275
23.4.2.5	Coupleurs à ressorts ou à vis	3.276
23.5	Les freins	3.277
23.5.1	Classification des freins mécaniques	3.277
23.5.1.1	Classification selon les composants mécaniques	3.277
23.5.1.2	Freins à tambour avec mâchoires intérieures	3.277
23.5.1.3	Freins à tambour avec mâchoires extérieures	3.279
23.5.1.4	Freins monodisques	3.279
23.5.1.5	Freins à ruban	3.280
23.5.1.6	Garnitures antifriction et pièces d'usure	3.281
23.5.1.7	Dispositifs de commande et de compensation de l'usure	3.281
23.5.2	Calcul typique des freins à tambour et à disque	3.282
23.5.2.1	Calcul des freins de retenue	3.282
23.5.2.2	Energie cinétique	3.282
23.5.2.3	Calcul des freins d'arrêt	3.282
23.5.2.4	Détermination du diamètre du tambour	3.284
23.5.2.5	Détermination du diamètre du disque	3.285

	Page	
23.2.5.6	Contrôle du temps et de la distance de freinage	3.285
23.2.5.7	Définition de la valeur d'usure des garnitures	3.286
23.2.5.8	Hypothèses générales et températures limites	3.287
23.2.5.9	Puissance thermique évacuée	3.288
Chapitre 24		
	TRANSMISSION PAR LIENS FLEXIBLES	3.291
24.1	Transmission par courroies plates	3.291
24.1.1	Vitesses et efforts dans la courroie plate	3.291
24.1.1.1	Vitesses et rapport de transmission	3.292
24.1.1.2	Tension de pose	3.292
24.1.1.3	Forces normales dans la courroie	3.292
24.1.1.4	Dimensions géométriques de la courroie	3.293
24.1.1.5	Equilibre des poulies	3.295
24.1.2	Contraintes dans la courroie plate	3.295
24.1.2.1	Contrainte normale dans le brin tendu	3.295
24.1.2.2	Contrainte de flexion	3.296
24.1.2.3	Contrainte engendrée par l'effet centrifuge	3.296
24.1.2.4	Contrainte de torsion	3.296
24.1.2.5	Contrainte résultante	3.297
24.1.3	Puissance transmissible	3.297
24.1.3.1	Force tangentielle maximale	3.297
24.1.3.2	Puissance transmissible	3.297
24.1.3.3	Pertes dans les transmission par courroies	3.298
24.1.3.4	Nombre maximal de flexions	3.299
24.1.3.5	Variation de la tension dans la courroie	3.299
24.1.3.6	Caractéristiques des matières pour courroies	3.301
24.1.3.7	Entraînement spéciaux avec courroies plates	3.301
24.1.3.8	Poulies pour courroies plates	3.303
24.1.4	Choix pratique d'une transmission par courroie	3.304
24.1.4.1	Recherche des dimensions transversales	3.304
24.1.4.2	Données techniques des courroies Habasit	3.305
24.1.4.3	Type et entraxe recommandés	3.306
24.1.4.4	Tension de pose	3.307
24.1.4.5	Caractéristiques de calcul	3.308
24.1.4.6	Exemple de calcul	3.309
24.2	Transmission par courroies trapézoïdales	3.310
24.2.1	Types et principes des courroies trapézoïdales	3.310
24.2.1.1	Principe de la transmission	3.310
24.2.1.2	Courroies trapézoïdales classiques	3.311
24.2.1.3	Courroies trapézoïdales étroites	3.311
24.2.1.4	Courroies trapézoïdales larges	3.313
24.2.1.5	Contrôle de la longueur des courroies	3.313
24.2.2	Calculs et contrôles des courroies trapézoïdales	3.314
24.2.2.1	Caractéristiques générales	3.314
24.2.2.2	Dimensions géométriques	3.315
24.2.2.3	Tension de pose et mode de contrôle	3.315
24.2.2.4	Facteurs de correction	3.316
24.2.2.5	Recherche du profil et du nombre de courroies	3.317
24.2.2.6	Exemple de calcul	3.318
24.3	Transmission par courroies crantées	3.320
24.3.1	Description des principales courroies crantées	3.320
24.3.1.1	Courroies crantées à dimensions métriques	3.320
24.3.1.2	Courroies crantées à dimensions en pouce	3.321

	Page	
24.3.1.3	Courroies crantées PowerGrip HTD	3.322
24.3.1.4	Courroies crantées Poly Chain GT	3.323
24.3.2	Géométrie et contrôles de la transmission	3.323
24.3.2.1	Géométrie d'une transmission directe	3.323
24.3.2.2	Recherche du pas primitif de la courroie	3.324
24.3.2.3	Choix définitif des dimensions	3.325
24.4	Transmission par chaînes	3.327
24.4.1	Description des types de chaînes pour transmission	3.327
24.4.1.1	Chaînes à rouleaux de précision	3.327
24.4.1.2	Chaînes silencieuses	3.328
24.4.1.3	Chaînes pour engins de levage et de manutention	3.329
24.4.1.4	Roues dentées pour chaînes à rouleaux	3.329
24.4.1.5	Longueur de la chaîne et entraxe	3.330
24.4.2	Cinématique, dynamique et contrôle de la transmission par chaîne	3.331
24.4.2.1	Cinématique et effet polygonal	3.331
24.4.2.2	Vibrations	3.332
24.4.2.3	Efforts appliqués	3.333
24.4.2.4	Recherche de la taille de la chaîne	3.333
24.4.2.5	Contrôles de la transmission	3.335
24.4.2.6	Lubrification	3.337
24.4.2.7	Exemple de conception d'une transmission par chaîne	3.338
Chapitre 25		
	ELEMENTS À FRICTION	3.341
25.1	Principe des transmissions par friction	3.341
25.1.1	Transformation d'une rotation en translation	3.341
25.1.2	Transmission en rotation à rapport constant	3.341
25.1.3	Transmission à rapport variable	3.342
25.2	Transmission des efforts entre les corps	3.342
25.2.1	Glissement spécifique	3.343
25.2.2	Roulement et glissement	3.343
25.2.3	Roulement et pivotement	3.343
25.2.4	Coefficients de frottement	3.344
25.2.5	Transmission de la force tangentielle	3.345
25.3	Contrôles entre les corps à friction	3.347
25.3.1	Pertes dans la transmission	3.347
25.3.2	Pression superficielle	3.347
25.3.3	Usure et durée de vie	3.349
25.3.4	Echauffement	3.349
25.4	Description de quelques variateurs de vitesse	3.350
25.4.1	Variateur de vitesse à billes et cônes	3.350
25.4.2	Variateur de vitesse à double cône	3.350
25.4.3	Variateur de vitesse à disques et billes	3.352
Chapitre 26		
	MÉCANISMES À ARTICULATIONS	3.353
26.1	Rappel de l'analyse des mécanismes articulés	3.353
26.1.1	Composants des mécanismes articulés	3.353
26.1.2	Rappel de quelques notions de cinématique	3.354
26.1.3	Mouvements relatifs	3.355
26.1.4	Dynamique des corps en mouvement plan	3.356
26.2	Géométrie et cinématique du quadrilatère articulé	3.356
26.2.1	Géométrie de la chaîne cinématique	3.356
26.2.2	Mise en équation du quadrilatère articulé	3.358

Organes de transmission indirecte

	Page	
26.2.3	Mouvement de la manivelle A_0A	3.360
26.2.4	Mouvement du chaînon B_0B	3.361
26.2.5	Mouvement du chaînon AB	3.363
26.2.6	Exemple de recherche cinématique	3.364
26.3	Mécanismes bielle – manivelle	3.366
26.3.1	Géométrie du mécanisme bielle – manivelle excentré	3.366
26.3.2	Cinématique du mécanisme bielle – manivelle excentré	3.367
26.3.3	Géométrie et cinématique du mécanisme centré	3.368
26.3.4	Vitesse et accélération dans la bielle AB	3.370
26.3.5	Lois exactes pour l'articulation de la bielle	3.371
26.3.6	Effet des masses sur le mécanisme bielle - manivelle	3.373
	Bibliographie du volume 3	3.375
	Index des volumes 1, 2 et 3	3.381
	Table des matières	3.389

TABLEAUX

	Page	
18.1	Module métrique m , pas primitif p et pas de base p_b	3.10
18.2	Grandeurs géométriques principales des roues cylindriques droites	3.13
18.3	Types de profils de référence ISO 53-1974 / SN 215 520	3.31
18.4	Grandeurs géométriques d'une roue droite seule à denture déportée	3.36
18.5	Coefficients de déport pour des épaisseurs de tête comprises entre 0 et 0,4 m	3.40
18.6	Table de la fonction involute alpha, angles 10° à 28° (suite page 92)	3.46
19.1	Rapport de conduite partiel d'une roue non déportée sans interférence	3.56
19.2	Géométrie des roues cylindriques droites à denture déportée	3.63
19.3	Exemple : Dimensions géométriques d'un engrenage extérieur droit déporté	3.64
19.4	Exemple : Grandeurs géométriques d'un engrenage intérieur droit déporté	3.70
19.5	Grandeurs géométriques des roues cylindriques à denture hélicoïdale déportée	3.81
19.6	Exemple : Géométrie et fonctionnement d'un engrenage parallèle hélicoïdal	3.87
20.1	Coefficients de déport pour engrenages coniques droit et incliné	3.103
20.2	Grandeurs géométriques des roues coniques droites à denture déportée	3.104
20.3	Facteur x_s pour correction par déplacement latéral du profil	3.106
20.4	Dimensions géométriques de l'engrenage conique droit	3.108
20.5	Grandeurs géométriques des roues coniques inclinées à denture déportée	3.111
20.6	Denture spiro-conique Eloïde : Têtes à tailler normalisées EN	3.120
21.1	Facteur d'application de la charge K_A	3.139
21.2A	Caractéristiques mécaniques des aciers d'amélioration pour roues dentées	3.153
21.2B	Caractéristiques mécaniques des aciers de cémentation pour roues dentées	3.154
21.3	Facteur de durée de vie Y_{NT} pour les roues en acier	3.155
21.4	Expression de la pression limite $p_{H\lim}$ et du facteur Z_{NT}	3.161
21.5	Recommandations pour le choix des lubrifiants	3.165
21.6	Résultat du contrôle de l'engrenage parallèle à denture hélicoïdale	3.166
21.7	Facteur d'appui $K_{H\beta}$ β_e pour engrenages concourants et hypoïdes	3.170
22.1	Recommandations pour le choix des grandeurs géométriques (vis sans fin)	3.191
22.2	Coefficients de frottement de référence (vis sans fin)	3.197
22.3	Facteurs d'appariement pour l'usure des flancs et vitesses caractéristiques	3.202
22.4	Réducteur à vis sans fin avec denture de type ZI : Exemple	3.206
22.5	Caractéristiques pour les matières de vis sans fin (selon DIN 3996)	3.213
22.6	Réducteur à engrenage gauche à roues cylindriques hélicoïdales (exemple)	3.227
22.7	Caractéristiques des matériaux à la pression superficielle (engrenage gauche)	3.233
22.8	Exemple de contrôle mécanique d'un engrenage gauche	3.235
23.1	Caractéristiques de frottement des surfaces pour disques d'embrayage	3.241
23.2	Facteurs de service f_s pour les embrayages	3.252
23.3	Tambours de frein : valeurs admissibles et couple de freinage admissible	3.285
23.4	Valeurs indicatives pour les températures ambiantes et des freins	3.288
23.5	Valeurs de convection pour les tambours à frein selon norme DIN	3.289
24.1	Caractéristiques de calcul des courroies plates usuelles	3.302
24.2	Diamètres des poulies, largeur des poulies et hauteur du bombé	3.304
24.3	Facteurs de service C_2 pour les courroies plates	3.305
24.4	Caractéristiques de calcul des courroies Habasit	3.308
24.5	Dimensions générales des courroies et poulies trapézoïdales classiques et étroite	3.312
24.6	Facteurs de correction C_1 , C_2 et C_3 ,. Force test de la tension de pose	3.316
24.7	Dimensions des courroies crantées selon DIN 7721 et ISO 5296	3.322
24.8	Chaînes à rouleaux simples de précision selon norme européenne (GAG)	3.328
24.9	Nombre de dents des roues. Pressions admissibles	3.334

Organes de transmission indirecte

	Page
25.1 Valeurs de calcul pour les transmissions par friction	3.346
26.1 Grandeurs géométriques et cinématiques de l'exemple	3.365